Длина окружности и площадь круга: основные формулы и идеи темы

Окружность задаёт границу круга, а круг — внутреннее пространство. Их связывает число π и формулы.

Где в жизни встречаются окружности и круги

Колёса, часы, крышки, тарелки, пуговицы и монеты имеют круглую форму. В быту и технике часто находят радиус и диаметр, чтобы затем вычислить длину окружности или площадь круга для расчётов и размеров.

Основные элементы окружности и круга

Радиус r
Радиус — это отрезок от центра окружности до любой её точки. Именно он определяет размер фигуры и входит в формулы для длины и площади.

Диаметр d
Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он в два раза больше радиуса, поэтому легко связан с ним: $d = 2r$.

Окружность и длина C
Окружность — граница круга, то есть линия. Её длина обозначается C и показывает, какова протяжённость этого контура.

Круг и площадь S
Круг включает внутреннюю часть плоскости вместе с границей. Его площадь обозначается S и показывает, сколько места занимает круг внутри окружности.

Число π и его роль в геометрии

Что показывает π

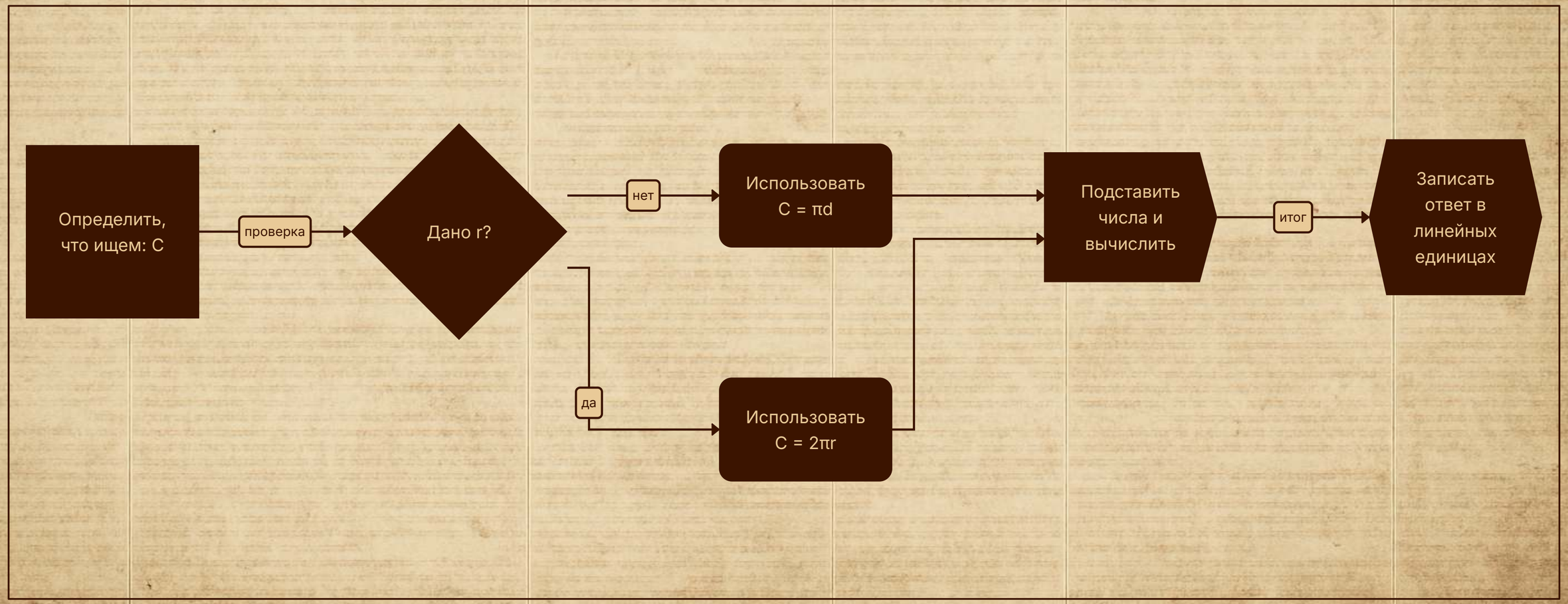
Число π показывает отношение длины окружности к её диаметру: это значение одинаково для любой окружности. Поэтому π связывает сразу две величины — C и d, помогая выбирать формулу.

Почему π важно помнить

В школьных задачах часто используют приближение π = 3,14. При этом число π иррационально: его десятичная запись бесконечна и не повторяется, поэтому точных «окончательных» цифр не бывает.

Сценарий вычисления длины окружности

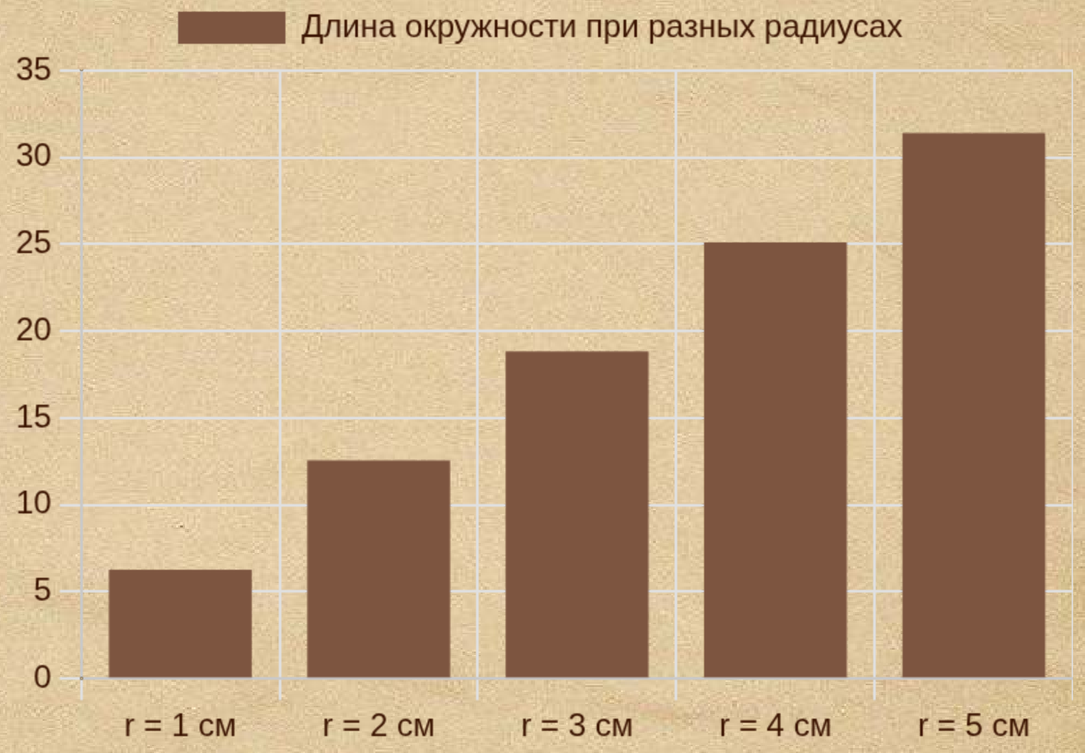
Сначала выбирают, что дано: радиус r или диаметр d, затем подставляют в формулу с π.



Как меняется C при увеличении r

Коэффициент пропорциональности равен 2π: именно он связывает радиус с длиной окружности.

С ростом радиуса длина окружности увеличивается во столько же раз. Удвоение r даёт удвоение C, потому что r входит в формулу линейно.



Данные: C = 2πr при π ≈ 3,14, радиусы 1–5 см.

Примеры вычисления длины окружности

- Если радиус равен 7 см, то $C = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 7$. После умножения получаем 43,96 см, то есть длина контура в заданных единицах.
- Если диаметр равен 10 см, используем $C = \pi d = 3{,}14 \cdot 10$. В результате длина окружности равна 31,4 см.
- Важно записывать ответ именно в линейных единицах измерения: сантиметрах, метрах или миллиметрах. Числа 2 и π отражают выбранную формулу и приближение.

Формулы длины окружности и условия их применения

Что известно	Формула	Пример подстановки	Результат
r = 4 см	C = 2πr	C = 2·3,14·4	25,12 см
d = 8 см	C = πd	C = 3,14·8	25,12 см

В таблице показано, какая формула подходит в зависимости от того, известен радиус или диаметр.

Обе формулы дают одинаковый ответ для одной и той же окружности, потому что d = 2r связывает радиус и диаметр.

Результаты вычислений по π ≈ 3,14.

$d = 2r$

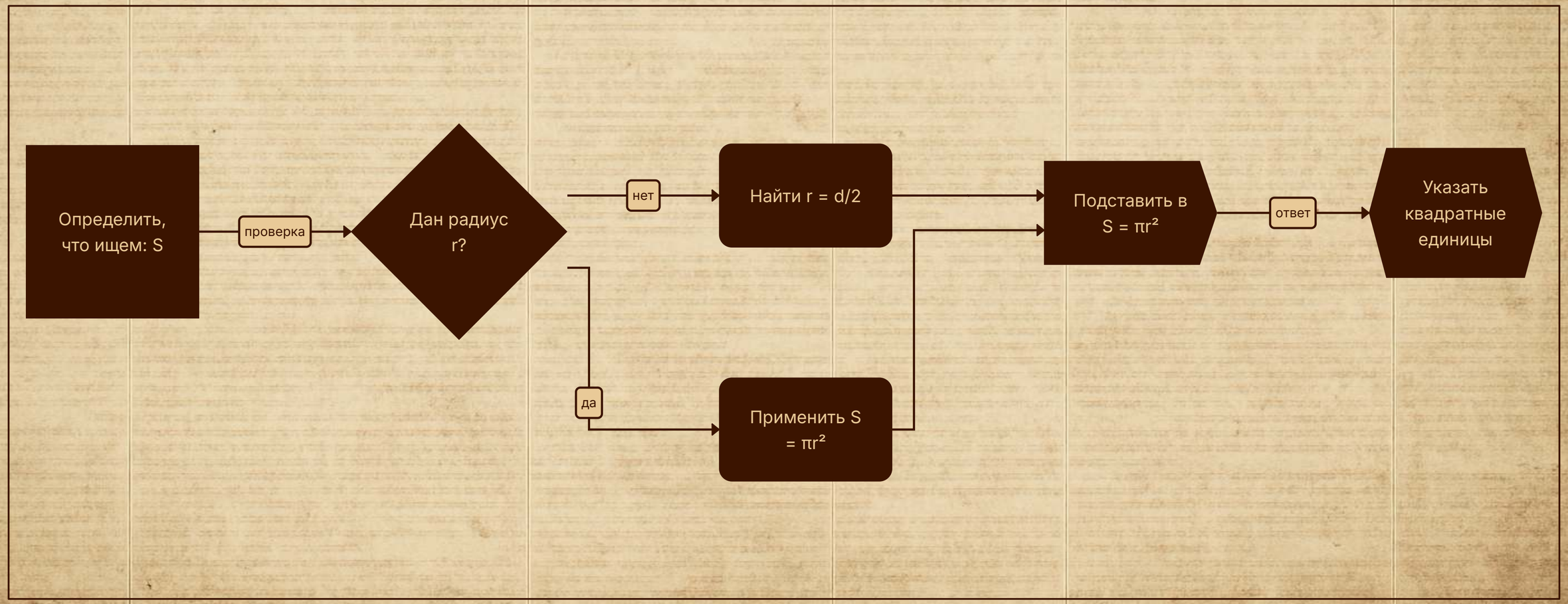
Это соотношение помогает проверить, правильно ли подставлен радиус или диаметр в формулу.

Свойство окружности: диаметр проходит через центр и равен сумме двух радиусов.

Диаметр всегда в два раза больше радиуса, поэтому длину окружности можно найти двумя эквивалентными способами. Ошибка чаще всего возникает при путанице r и d.

Пошаговый алгоритм нахождения площади круга

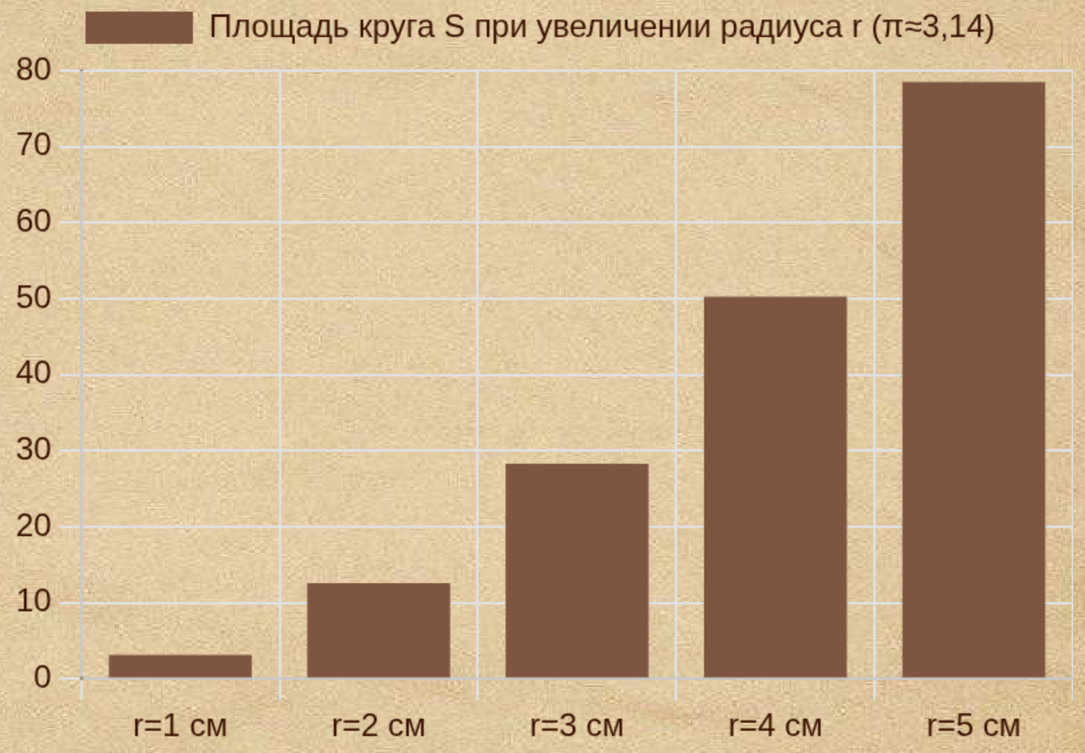
Сначала выбирают формулу и находят радиус, если известен диаметр.



Как меняется площадь круга при увеличении радиуса

Обратите внимание: при росте радиуса увеличивается именно S, а не «на каждый сантиметр добавляется одинаковая площадь». Рост ускоряется, потому что r умножается само на себя.

Диаграмма показывает квадратичную зависимость: удвоение радиуса даёт увеличение площади в 4 раза. Значит, большие круги «быстро занимают» больше места.



Вычисления по формуле $S = \pi r^2$ при π≈3,14; радиусы: 1–5 см.

Примеры вычисления площади круга

Пусть радиус равен 6 см. Тогда $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6^2 = 3{,}14 \cdot 36 = 113{,}04$ см^2. Важно аккуратно возвести радиус в квадрат перед умножением на π.

Если известен диаметр 12 см, сначала находят радиус: $r = d/2 = 12/2 = 6$ см. Затем применяют ту же формулу $S = \pi r^2$ и получают площадь круга.

В ответе всегда указывайте квадратные единицы измерения: см^2, м^2 или мм^2. Это помогает избежать ошибок, когда вместо площади пишут число без правильной размерности.

Запись $S = 113{,}04$ см^2 — это полный результат вычисления. Чем аккуратнее подстановка и вычисления, тем надёжнее итог, даже если π оставляют приближённым.

Почему площадь зависит от квадрата радиуса

1

Шаг 1: r фиксируется

Если радиус изменяется на 1 единицу, площадь не увеличивается на 1 единицу. Она определяется формулой $S = \pi r^2$, где радиус входит в квадрат.

2

Шаг 2: радиус увеличивают в 2 раза

Когда радиус становится в 2 раза больше, квадрат радиуса увеличивается в 4 раза. Поэтому и площадь круга увеличивается тоже в 4 раза.

3

Шаг 3: сравнение кругов

Эта зависимость помогает сравнивать размеры фигур. Даже небольшой прирост радиуса даёт заметный прирост площади, что важно в задачах и практике.

Сравнение длины окружности и площади круга

Величина	Формула	Единицы измерения	Что показывает
Длина окружности	$C = 2\pi r$ или $C = \pi d$	см, м, мм	Протяжённость границы
Площадь круга	$S = \pi r^2$	$см^2$, $м^2$, $мм^2$	Размер внутренней части

Сопоставьте, какие величины нужно находить, какие формулы применять и в каких единицах затем записывать ответ.

Длина измеряется в линейных единицах, а площадь — в квадратных. Поэтому при решении важно не перепутать величины и размерности.

Дидактические формулы темы: $C = 2\pi r$, $C = \pi d$, $S = \pi r^2$.

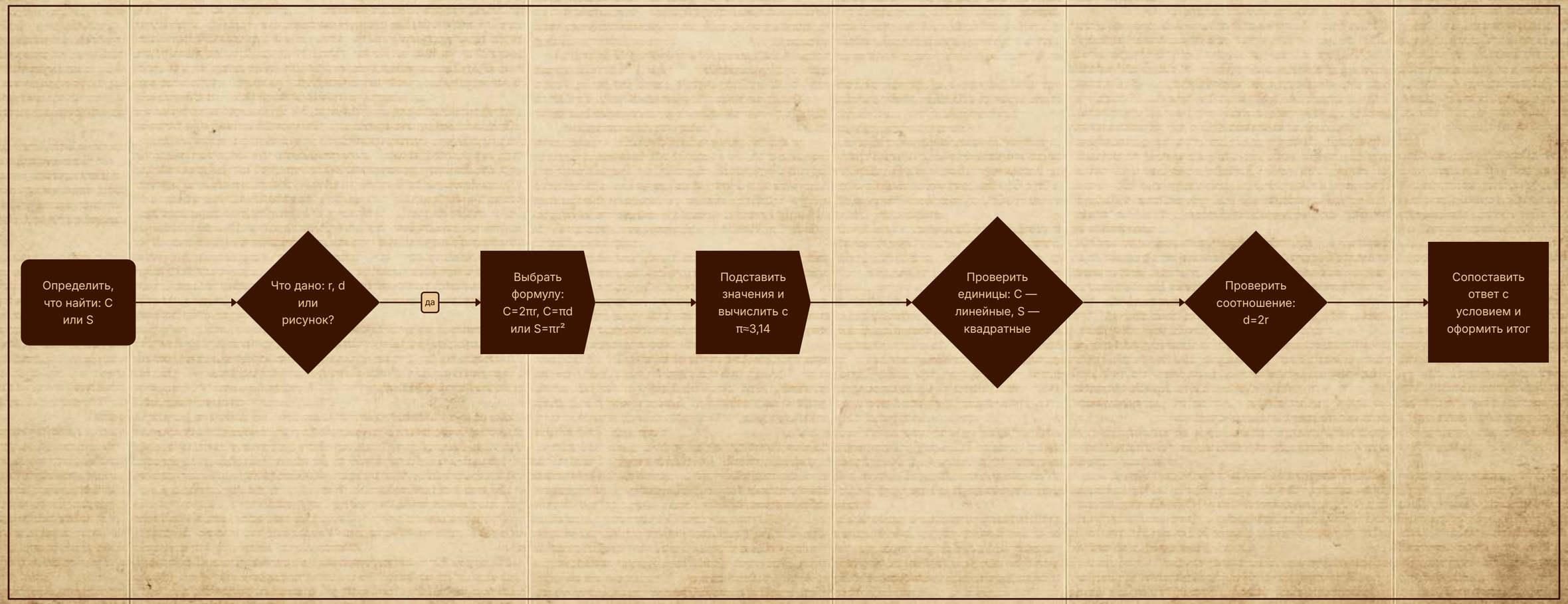
Частые ошибки при решении задач

«Увидел r — подставил d»
Иногда в условии дан радиус, а в формулу для длины окружности подставляют диаметр (или наоборот). Так ответ получается неверным, даже если вычисления выполнены без ошибок. Проверяйте: d всегда в 2 раза больше r.

Квадрат забыли — результат «поплыл»
Для площади круга обязательно возводят радиус в квадрат: $S = \pi r^2$. Если возвести в квадрат только π или забыть возведение радиуса, число получится заметно меньше или больше. Перед ответом быстро проверьте формулу и размерность: $см^2$, $м^2$, $мм^2$.

Алгоритм: от условия к ответу

Шаги выбора формулы и контроля результата при вычислении длины окружности и площади круга



Применение формул в жизни и технике

Строительство и расчёт кругов
Площадь круга нужна при подсчёте круглых элементов: участков, крышек, отверстий и колодцев. По радиусу или диаметру быстро находят S и определяют, сколько материала требуется.

Бытовые измерения по окружности
Длина окружности помогает измерять ленту, верёвку или обод вокруг круглого предмета. Когда известны r или d, можно заранее вычислить протяжённость границы и спланировать расход.

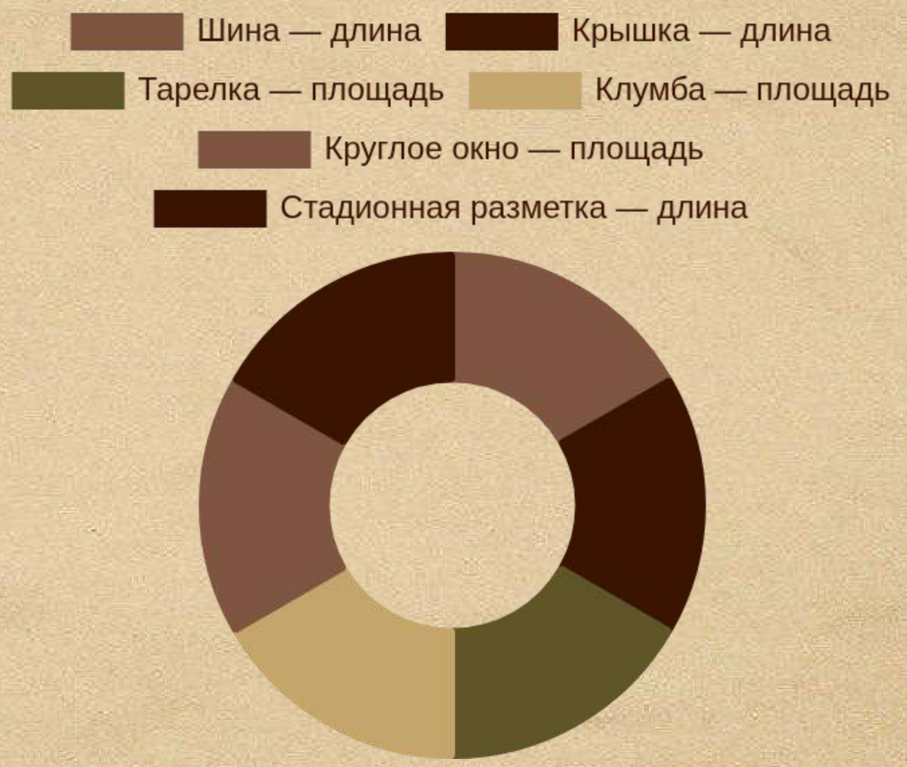
Механизмы и вращающиеся детали
В технике формулы применяют для колёс, шестерёнок и трубчатых элементов. Длина окружности связана с «обводом» детали, а площадь — с величиной её внутреннего сечения.

Спорт и мишени
Круговые разметки и мишени в спорте используют при планировании расстояний и размеров. Длина важна для оценки пути по краю, а площадь — для понимания размера зоны.

Когда важна длина, а когда площадь

Для шины, крышки и разметки важнее протяжённость края. Для тарелки, клумбы и круглого окна чаще требуется, сколько места занимает внутренняя часть.

Диаграмма подчёркивает различие «по границе» и «внутри». Одна и та же круглая форма решается разными формулами в зависимости от цели измерения.



Сопоставление предметов с характеристикой (граница/внутренняя часть) на основе формул C=… и S=…; 2026-05.

Проверка знаний по теме

Если дан диаметр 14 см, радиус равен 7 см. Дальше выбирается формула для нужной величины и аккуратно выполняются вычисления с $\pi \approx 3{,}14$, чтобы получить верный ответ.

Если радиус 5 см, длина окружности равна $2\pi r$ или πd, то есть $C = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$ см. Такой пример тренирует выбор формулы и понимание, где стоит π.

Если радиус 4 см, площадь круга равна $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 16 = 50{,}24$ см^2. При диаметре 20 см радиус 10 см, а площадь 314 см^2 — итог зависит от правильного радиуса.

Главные выводы по теме

Длина окружности находится по формулам $C = 2\pi r$ и $C = \pi d$. Площадь круга — по формуле $S = \pi r^2$. Радиус и диаметр связаны: $d = 2r$, а число π объединяет эти зависимости для задач 9 класса.