

Сложение и вычитание многочленов

Учимся упрощать выражения и записывать ответ в стандартном виде.



Зачем нужны многочлены

Многочлены помогают записывать площади, периметры, стоимость и выражения с неизвестными. Если уметь их складывать и вычитать, запись становится короче, а вычисления — понятнее и удобнее для проверки.



Что такое многочлен

○ Несколько одночленов

Многочлен — это сумма или разность нескольких одночленов, соединённых знаками «+» и «-». В нём каждый член сохраняет свою буквенную часть и свой коэффициент.

○ Примеры записи

К многочленам относятся выражения $3x^2-2x+5$, $7a-4$ и $2m^2+3m-1$. Они содержат разные члены, но записаны по одному правилу: через сложение и вычитание.

○ Коэффициент

Коэффициент — это число, которое стоит перед буквенной частью. Например, в $3x^2$ коэффициент равен 3, а в $-2x$ — минус 2. Он показывает, сколько таких частей берётся.

○ Свободный член

Свободный член — это число без буквы. Оно тоже входит в многочлен и учитывается при сложении или вычитании. В выражении $2m^2+3m-1$ свободный член равен -1 .

○ Степень многочлена

Степень многочлена определяют по наибольшей степени среди его одночленов. В выражении $3x^2-2x+5$ наибольшая степень равна 2, поэтому и степень многочлена равна двум.

Подобные слагаемые

○ Одинаковая буква

Подобные слагаемые имеют одинаковую буквенную часть. Поэтому $4x$ и $-7x$ можно объединить, а $2a$ и $2b$ — нельзя, потому что буквы разные и выражения обозначают разные величины.

○ Одинаковая степень

Даже при одинаковых буквах важно совпадение степеней. Например, $5m^2$ и $-2m^2$ — подобные, а $3x$ и $3x^2$ — нет, потому что степень у буквы x различается.

○ Несколько букв

Подобие сохраняется и тогда, когда в буквенной части есть несколько множителей. Выражения $3a^2b$ и $10a^2b$ подобны, потому что у них совпадают все буквы и их степени.

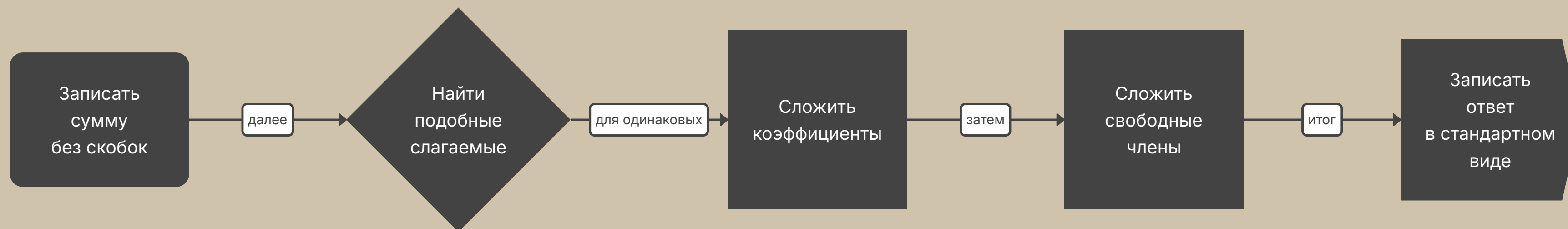
○ Что нельзя объединять

Неподобные слагаемые складывать или вычитать как одно число нельзя. Например, $4xy$ и $4x$ отличаются буквенной частью, поэтому после преобразования они должны остаться отдельными членами.



Как складывать многочлены

Пошаговое преобразование суммы двух многочленов



Как складывают многочлены

01

Убрать скобки

Сначала сумму записывают без скобок, чтобы видеть все члены сразу. Это помогает не пропустить слагаемые и сразу заметить одинаковые буквенные части, которые можно объединить.

03

Вычислить коэффициенты

После группировки считают отдельно каждую пару. В примере $3x^2+2x-1$ и $5x^2-7x+4$ получаем $8x^2$, $-5x$ и 3 , потому что $3+5$, $2-7$ и $-1+4$.

02

Собрать похожие члены

Затем находят подобные слагаемые в обоих многочленах. Складывают только коэффициенты, а буквенную часть оставляют без изменений, потому что она показывает один и тот же тип слагаемых.

04

Записать ответ

Последний шаг — оформить результат в стандартном виде. Неподобные слагаемые не объединяются, а итоговое выражение должно быть коротким, аккуратным и легко читаемым.

Как вычитать многочлены

1. Запись примера

Сначала рассматривают выражение с вычитанием и следят за второй скобкой. Она показывает, что каждый её член будет участвовать в действии по отдельности.

3. Объединение членов

После раскрытия скобок находят подобные слагаемые и выполняют вычитание коэффициентов. Буквенные части не меняются, меняются только числовые значения.

2. Смена знаков

Затем раскрывают скобки, меняя знаки у всех членов второго многочлена. Это главный шаг: именно здесь чаще всего допускают ошибки.

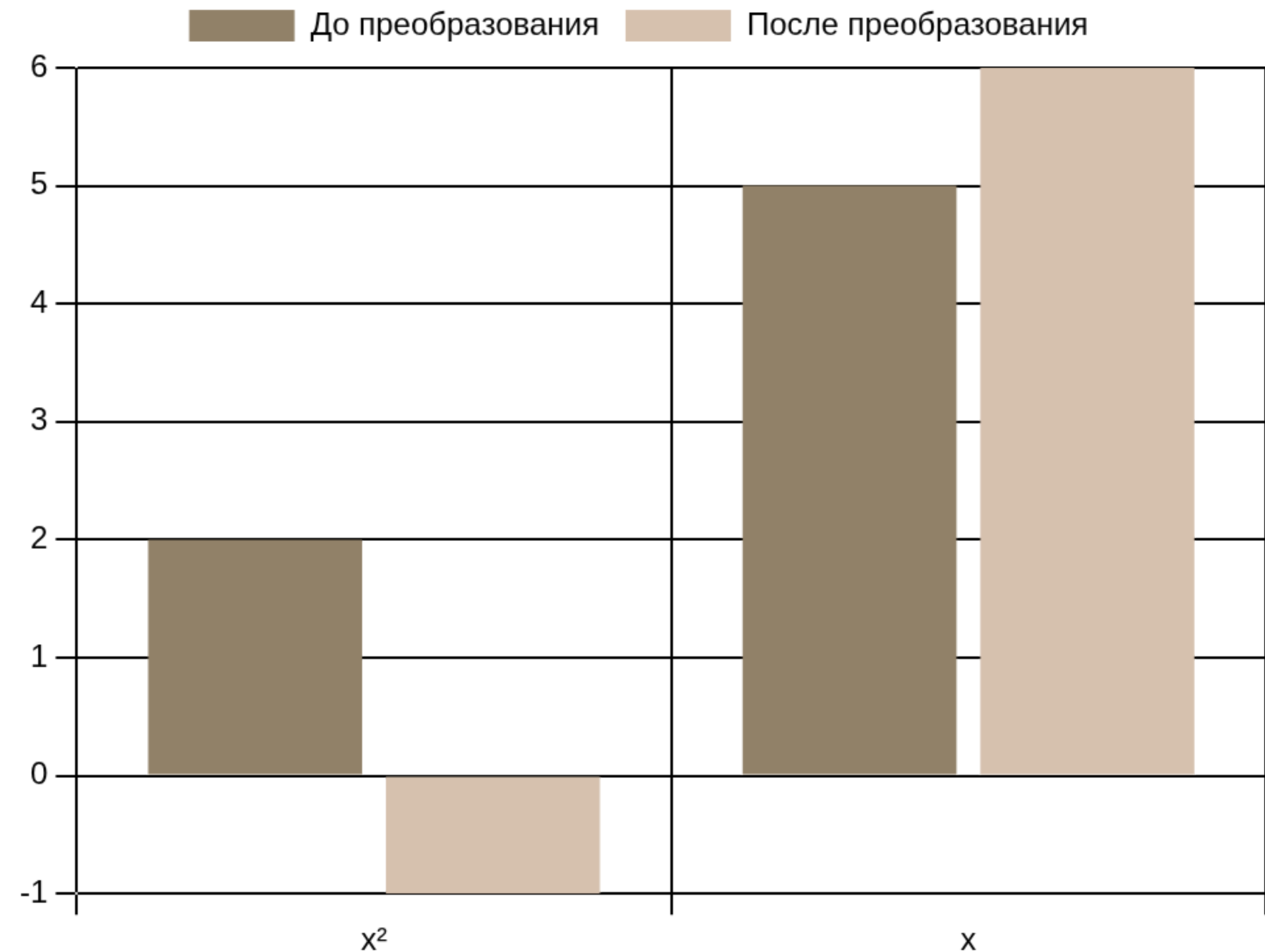
4. Проверка результата

В конце записывают ответ в стандартном виде, например $3x^2 - 8x + 3$. После этого полезно ещё раз проверить, все ли знаки были изменены правильно.

Как меняются коэффициенты после приведения подобных слагаемых

Диаграмма показывает, что складываются только коэффициенты у одинаковых буквенных частей, а сами буквы не меняются.

После приведения подобных слагаемых коэффициент при x^2 становится -1 , а при x — 6 ; выражение заметно упрощается.



Составлено по выражению $2x^2 + 5x - 3x^2 + x$

Примеры сложения и вычитания

Таблица показывает, как работают правила на коротких примерах.

Во всех строках объединяются только подобные слагаемые; при вычитании обязательно меняются знаки во второй скобке.

Выражение	Действие	Результат
$2x+3x$	сложение	$5x$
$7a-2a$	вычитание	$5a$
$4m^2+3m-m^2+5m$	сложение	$3m^2+8m$
$(x+4)-(2x-1)$	вычитание	$-x+5$

Учебные примеры по теме «Многочлены»

Стандартный вид многочлена

1

Порядок степеней

Стандартный вид — это запись многочлена в порядке убывания степеней. Сначала идут члены с большей степенью, а затем — с меньшей, чтобы выражение было удобнее читать и сравнивать.

2

Пример перестановки

Выражение $6x^3 - 2x + 9$ уже записано правильно, а $9 - 2x + 6x^3$ нужно переставить. После упорядочивания легче увидеть подобные слагаемые и проверить, не пропущен ли какой-то член.

3

Почему это важно

Стандартный вид помогает быстрее выполнять преобразования, сравнивать выражения и проверять вычисления. Свободный член обычно ставят в конце, потому что у него нет буквенной части.

Геометрический смысл на площади

○ Составная фигура

Площадь сложной фигуры можно представить как сумму площадей её частей. Если части обозначены выражениями x^2 , $2x$ и 3 , общая площадь записывается коротко и наглядно.

○ Одинаковые части

Когда в фигуре встречаются одинаковые прямоугольники или квадраты, их площади складывают как подобные слагаемые. Тогда вместо двух одинаковых членов остаётся один, но с большим коэффициентом.

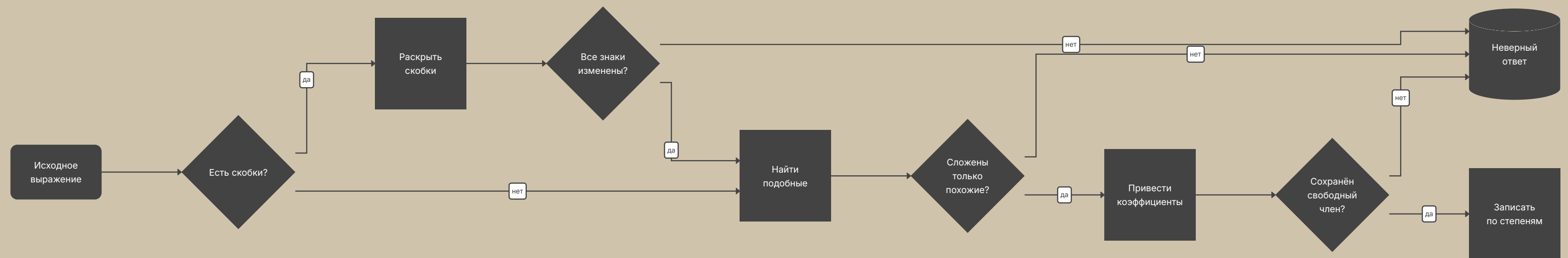
○ Удобная запись

Такой способ помогает сразу видеть, из каких частей состоит фигура, быстрее проверять вычисления и понимать, почему в ответе появляются именно те слагаемые, которые связаны с размерами сторон.



Типичные ошибки и как они возникают

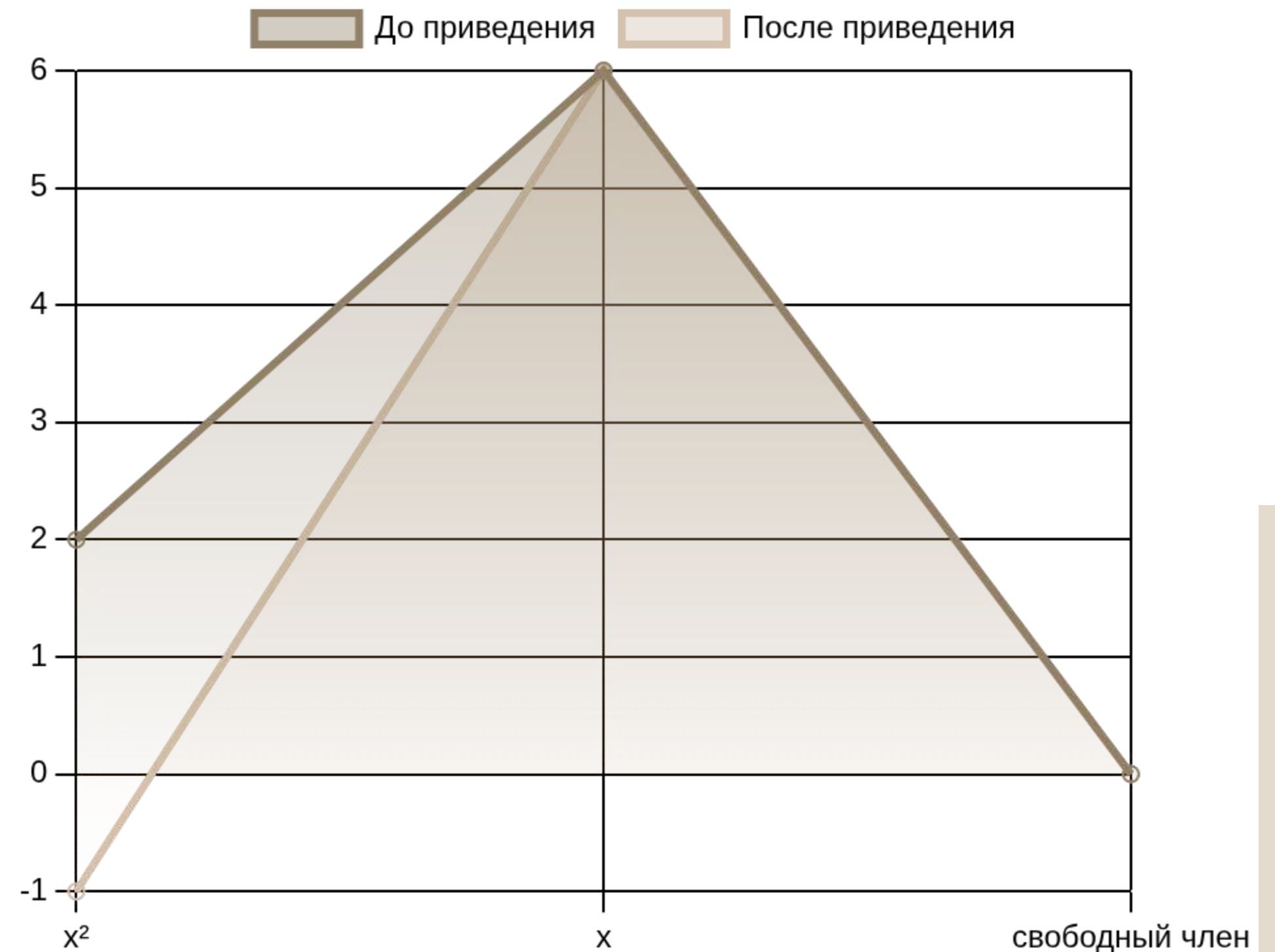
Схема показывает, на каком шаге чаще всего появляется ошибка при преобразовании многочленов.



Сравнение слагаемых в одном примере

На графике видно, что коэффициенты при x^2 меняются сильнее всего: два одночлена объединяются в один. Линейные слагаемые и свободный член сравниваются отдельно.

После приведения подобных слагаемых остаются только итоговые коэффициенты при каждой буквенной части; одинаковые типы слагаемых можно объединять, а разные — нельзя.



Составлено по выражению $(4x^2 - x + 6) + (2x^2 + 3x - 1)$.

Тренировочные примеры для проверки правил

Левый	Правый	Действие	Ответ
$5y-2$	$3y+4$	сложение	$8y+2$
$7a^2+a$	$2a^2-3a$	сложение	$9a^2-2a$
$4m-1$	$m+8$	сложение	$5m+7$
$x+6$	$3x-2$	вычитание	$-2x+8$

Короткие примеры помогают проверить сложение, вычитание, раскрытие скобок и работу с подобными слагаемыми.

Во всех примерах объединяются только подобные слагаемые, а при вычитании второго многочлена меняются знаки каждого его члена.

Учебные тренировочные выражения по теме «многочлены».

Связь с раскрытием скобок

При сложении

Если многочлены складывают, скобки просто показывают границы каждого выражения. После снятия скобок обычно сохраняют знаки внутри, а затем объединяют подобные слагаемые.

При вычитании

Когда перед скобками стоит минус, знаки у всех членов второго многочлена меняются на противоположные. Это главное правило, которое нельзя пропускать при преобразовании выражения.

Особо важные случаи

Наибольшая осторожность нужна в выражениях вида $(a+b)-(c+d)$: каждый член второй скобки должен измениться отдельно. Тогда итоговая запись получится верной и аккуратной.

Проверка ответа

01

Сверить шаги

Ещё раз посмотрите, были ли раскрыты скобки, не смешаны ли неподобные слагаемые и правильно ли записаны степени. Это помогает быстро заметить пропуски и лишние члены.

02

Подставить число

Замените букву простым числом, например $x=1$ или $x=2$, и сравните значения исходного и преобразованного выражений. Если ответы совпадают, вычисления выполнены верно.

03

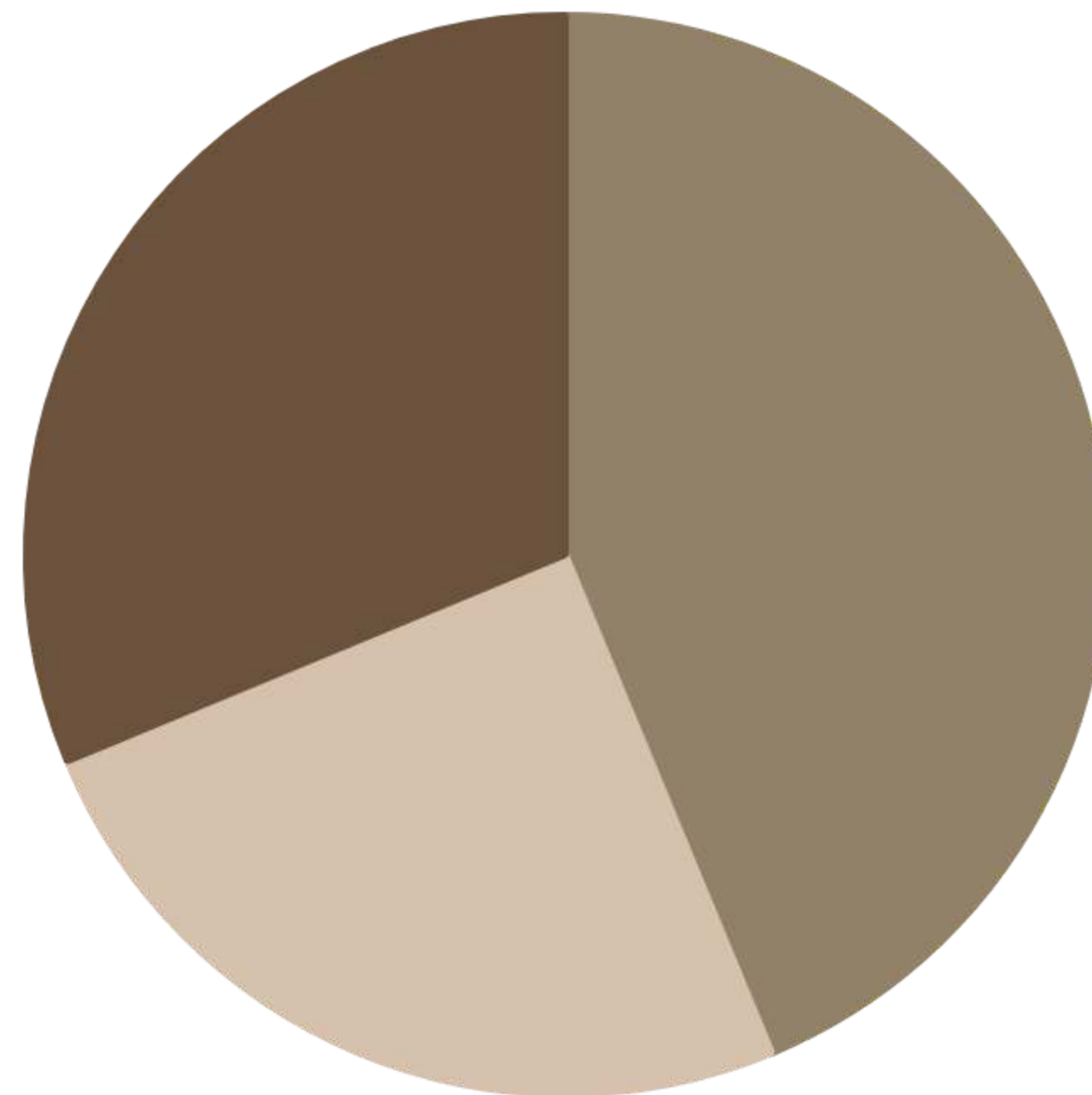
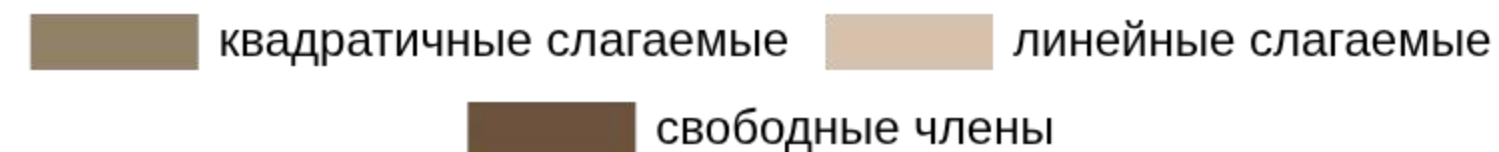
Проверить знак и порядок

Особенно внимательно проверьте минусы и расположение членов по степеням. Именно здесь чаще всего появляются ошибки, которые меняют результат даже при правильных коэффициентах.

Какие слагаемые встречаются чаще всего

В одном многочлене могут быть разные типы слагаемых, но каждый тип объединяется только со «своими» одночленами. Здесь видна итоговая структура выражения.

После приведения подобных слагаемых остаются три группы: $7x^2$, $4x$ и 5 . Это показывает, как исходные члены собираются в более короткую запись.



Составлено по выражению $3x^2+5x-2+4x^2-x+7$.

Алгебра и реальные ситуации



Ремонт класса

Если в классе нужно заменить несколько одинаковых элементов, длины и количество удобно записывать формулами. Тогда суммарный расход материала получается как многочлен, который можно упростить и быстро проверить. Это помогает не путаться в расчётах при нескольких одинаковых частях.



Покупки в магазине

Стоимость может зависеть от одинаковой цены и разных скидок. Одни и те же суммы и вычеты удобно объединять в многочлен, а затем приводить подобные слагаемые. Так легче увидеть итоговую стоимость без лишних промежуточных записей.

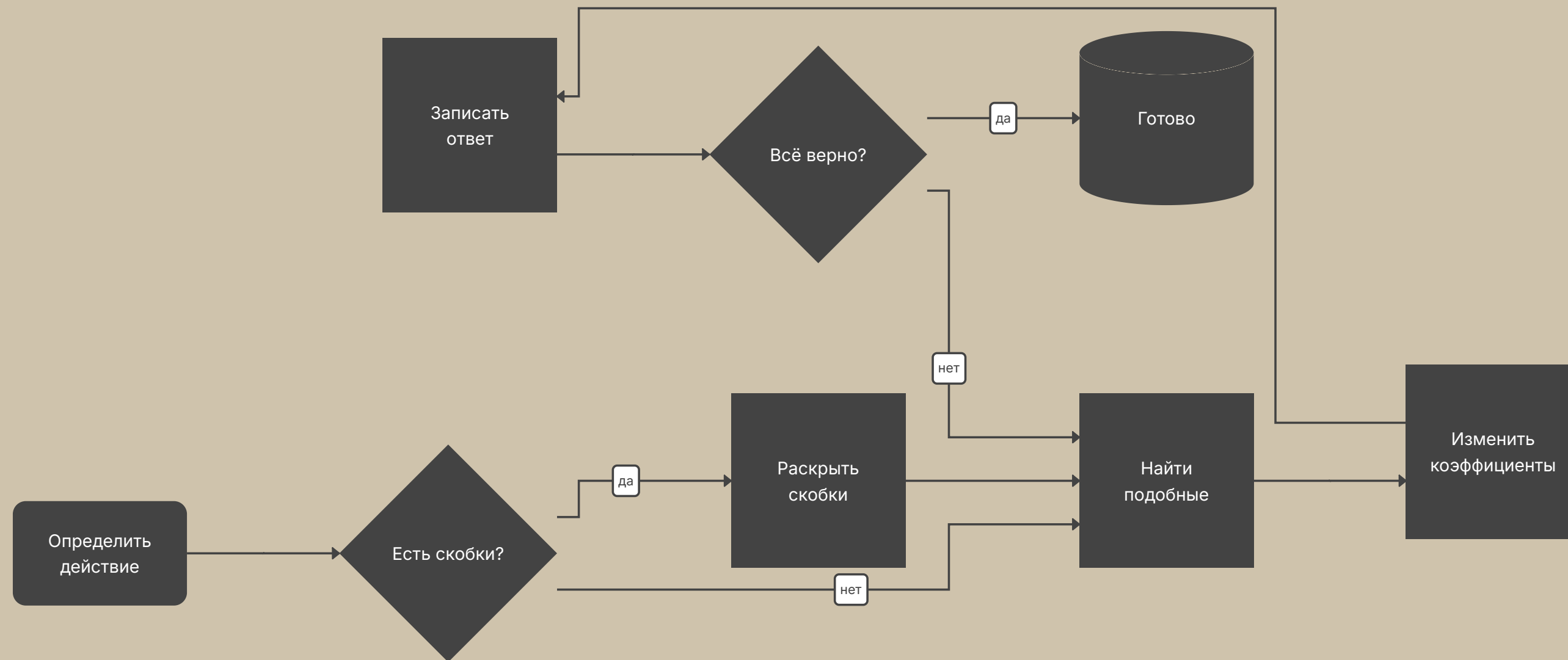


План участка

При вычислении площадей прямоугольников и составных фигур часто появляются выражения с одинаковыми степенями. Сложение многочленов помогает собрать площадь из частей, а вычитание — убрать лишний фрагмент, если он не входит в нужную фигуру.

Пошаговая схема решения упражнений

Алгоритм подходит для большинства заданий на сложение и вычитание многочленов в 7 классе.



Главное, что нужно запомнить

Складывайте и вычитайте только подобные слагаемые, не забывайте менять знаки при вычитании и записывайте ответ в стандартном виде. Проверка подстановкой числа помогает быстро обнаружить ошибку.