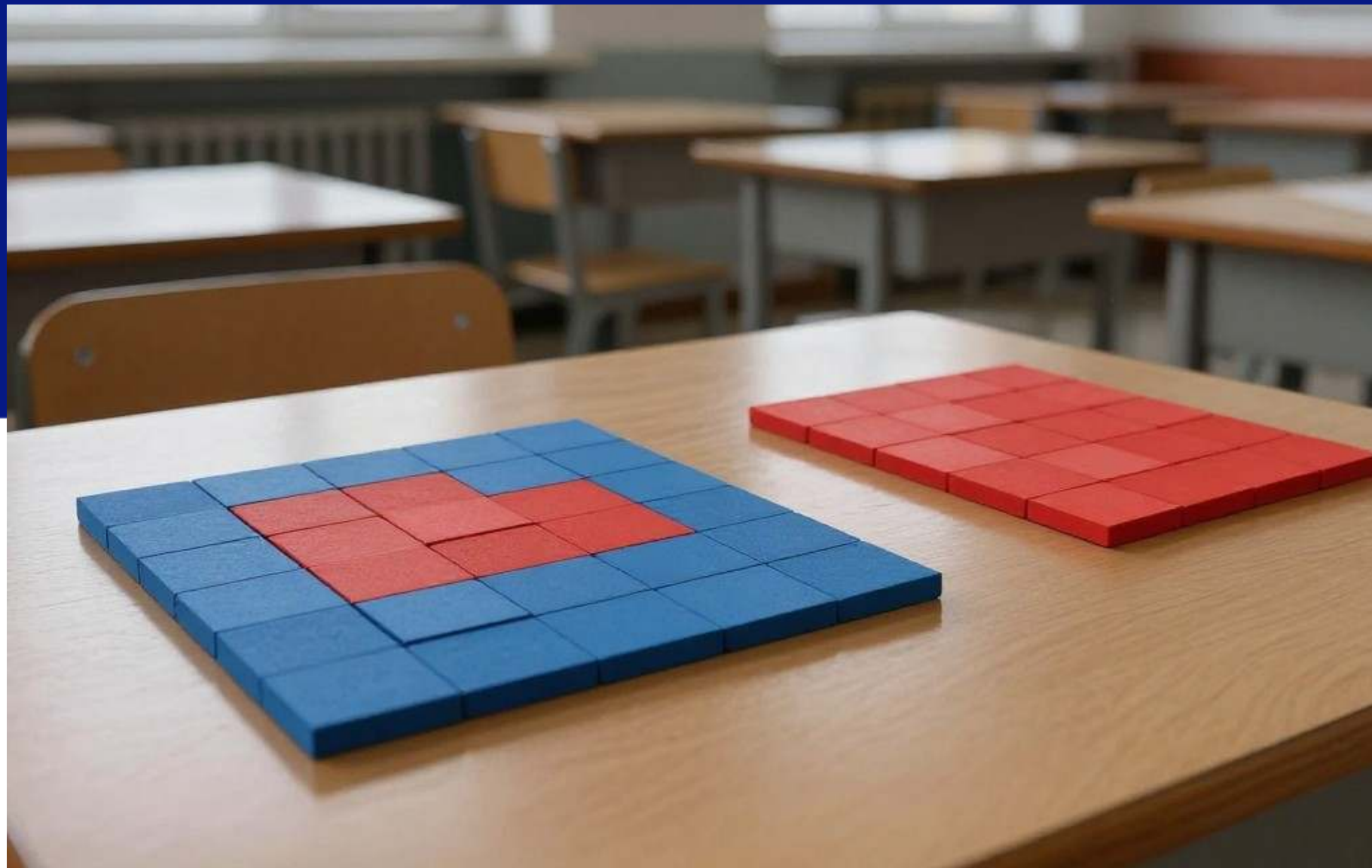


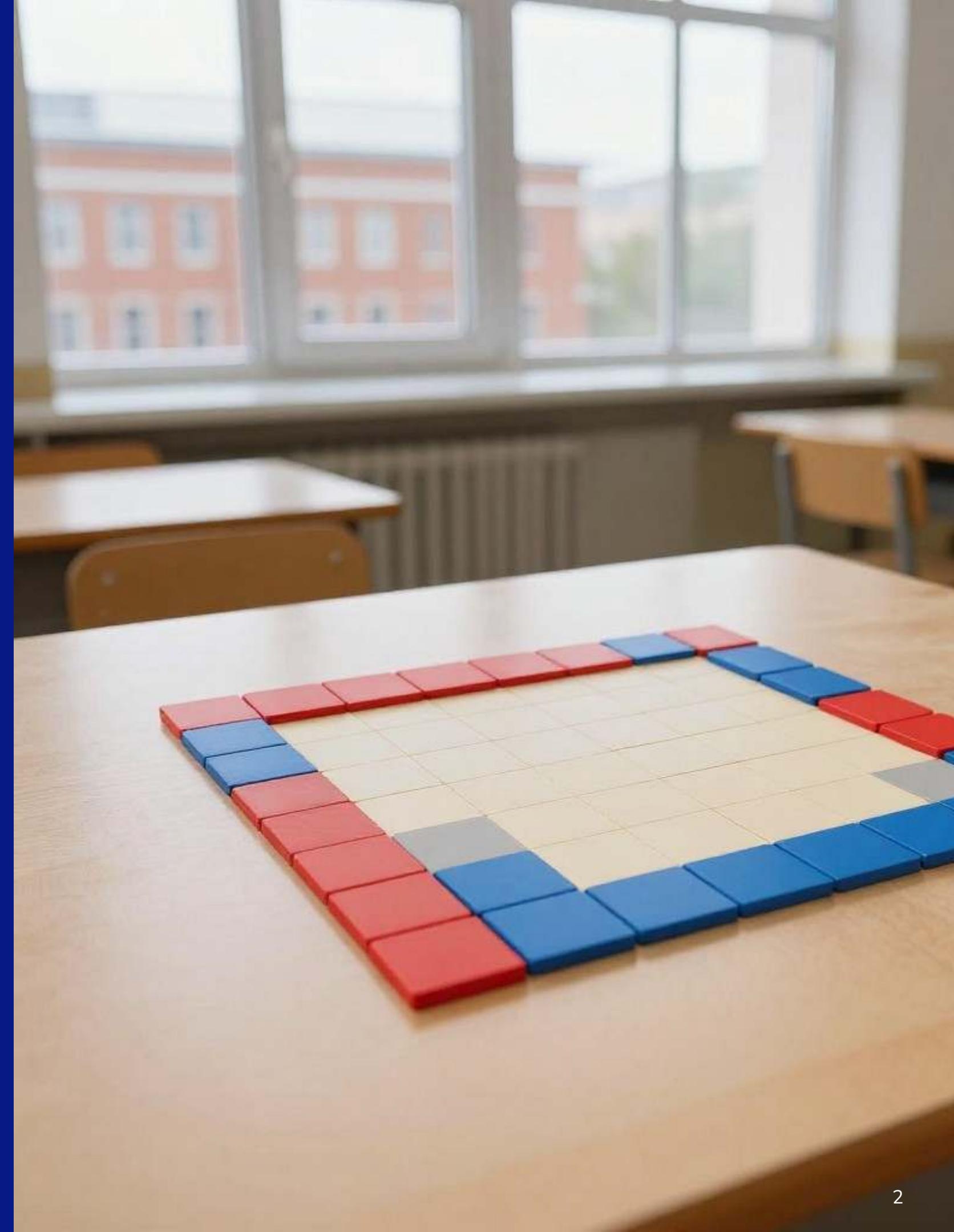
# Возведение в квадрат суммы и разности



Разберём формулы, которые помогают быстро раскрывать скобки и считать устно.

# Где пригодятся эти формулы

Они нужны при преобразовании выражений, решении уравнений и быстрых вычислениях. Особенно удобно применять их для чисел, близких к круглым: так можно избежать длинного умножения и сразу заметить типичные ошибки со знаком или средним членом.



# 2

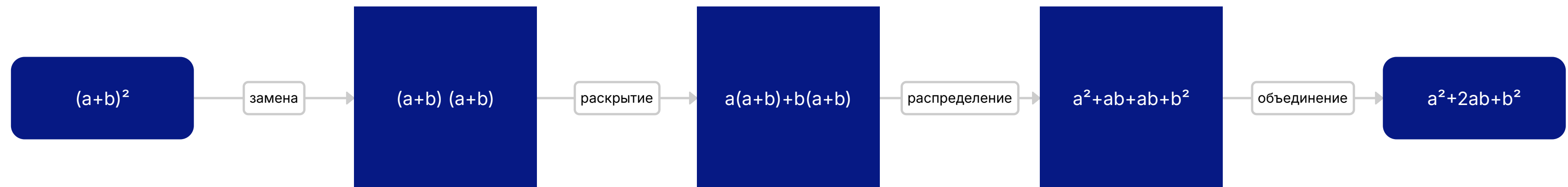
**одинаковых скобки  
нужно перемножить,  
чтобы получить квадрат  
двучлена.**

Именно произведение двух одинаковых скобок даёт три слагаемых: крайние квадраты и средний член.

Определение квадрата двучлена из школьного курса алгебры

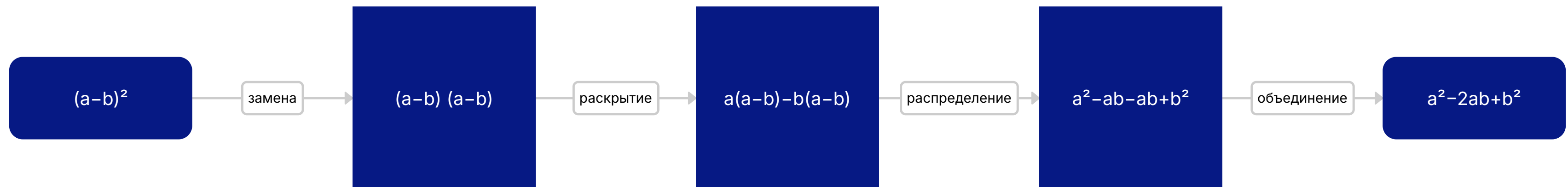
# Как получается формула квадрата суммы

Последовательное раскрытие скобок по распределительному свойству умножения.



# Как получается формула квадрата разности

Последовательное раскрытие скобок с учётом отрицательного знака.



# Структура формул для запоминания

## Первый и последний члены

В обеих формулах крайние члены всегда являются квадратами: сначала квадрат первого слагаемого, затем квадрат второго. Это помогает сразу увидеть правильный шаблон ответа.

## Средний член

Между квадратами стоит удвоенное произведение двух слагаемых. В формуле суммы этот член положительный, а в формуле разности — отрицательный.

## Один общий вид

Обе записи можно запомнить как  $a^2 \pm 2ab + b^2$ . Меняется только знак в середине, а начало и конец остаются одинаковыми.

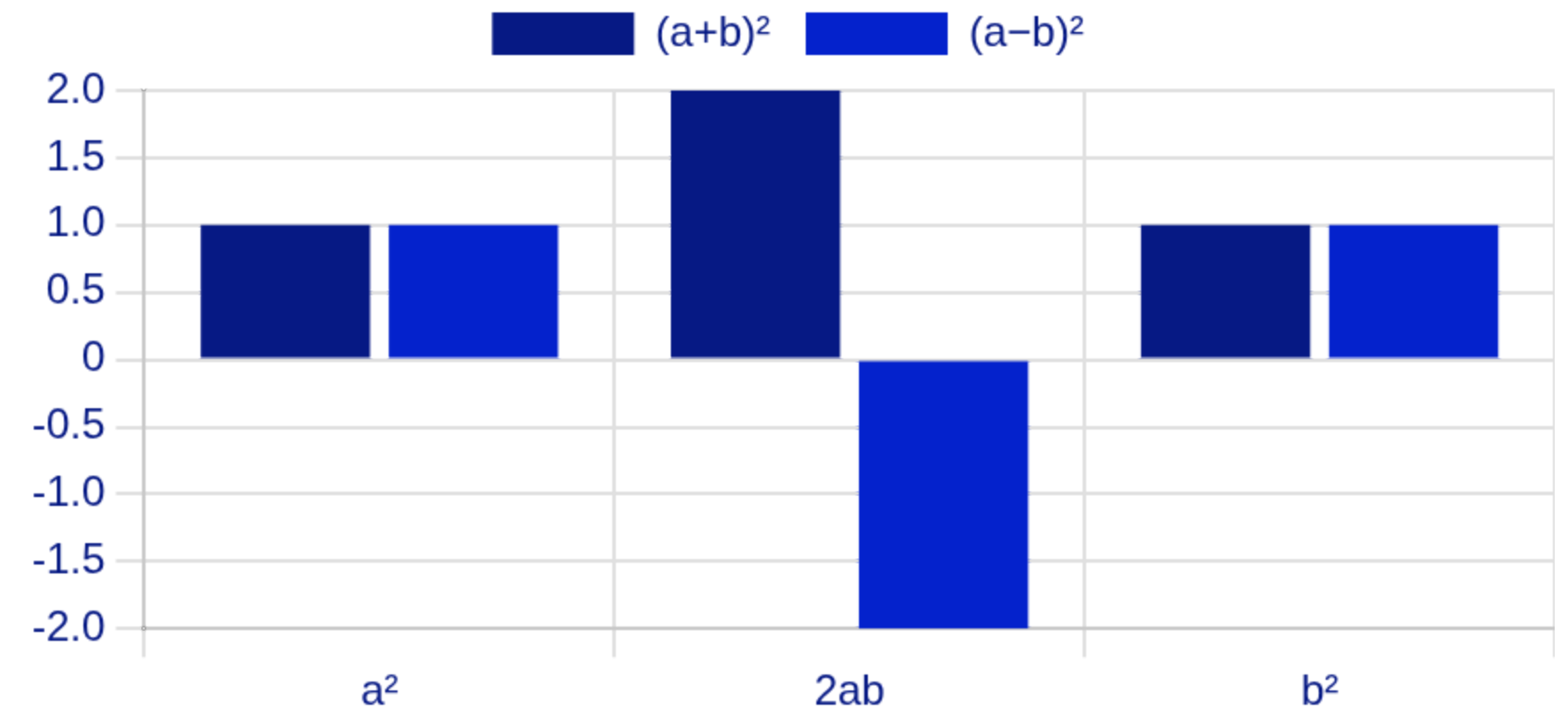
## Быстрая проверка

Если в ответе три члена и оба крайних — квадраты, значит, перед вами квадрат суммы или разности. Остаётся проверить только знак среднего члена.

# Сравнение трёх частей формул

Диаграмма показывает, что крайние части совпадают, а различие между формулами сосредоточено только в среднем члене.

Знак у  $2ab$  определяет, складываются или вычитаются одинаковые слагаемые, поэтому именно он меняет результат.



# Примеры раскрытия скобок

| Выражение  | Ответ          |
|------------|----------------|
| $(x+3)^2$  | $x^2+6x+9$     |
| $(m-5)^2$  | $m^2-10m+25$   |
| $(2a+b)^2$ | $4a^2+4ab+b^2$ |
| $(y-4)^2$  | $y^2-8y+16$    |

Примеры по формуле квадрата суммы и разности

В примерах видно, как формулы работают с буквами и числами.

Во всех строках средний член равен удвоенному произведению двух слагаемых, а крайние члены остаются квадратами.



# Геометрический смысл формул

## Квадрат большой стороны

Если сторона квадрата равна  $a+b$ , его площадь можно разложить на четыре части. Тогда появляются два квадрата и два одинаковых прямоугольника, из которых складывается формула.

## Откуда берётся $2ab$

Два прямоугольника с площадью  $ab$  каждый дают вместе  $2ab$ . Поэтому средний член возникает не случайно, а как сумма двух равных площадей.

## Смысл разности

Для выражения с разностью удобно представить большой квадрат и затем мысленно убрать часть. Такой приём помогает понять, почему средний член становится отрицательным.

# Типичные ошибки при раскрытии квадрата

## 1. Пропуск среднего члена

Некоторые записывают  $a^2+b^2$  и забывают про  $2ab$ . Но именно средний член связывает два слагаемых и делает ответ полным.

## 2. Неверный знак в разности

В формуле  $(a-b)^2$  перед средним членом обязательно стоит минус. Если поставить плюс, получится уже другая запись и другой результат.

## 3. Путаница с суммой квадратов

Квадрат суммы — это не сумма квадратов. Запись  $(a+b)^2$  означает умножение скобки на саму себя, а не простое сложение квадратов.

## 4. Проверка по шаблону

После раскрытия скобок полезно сверить ответ: должно быть три члена, крайние — квадраты, а середина — удвоенное произведение. Это быстро показывает ошибку.

# 49

**получается и прямым  
вычислением,  
и по формуле, что  
подтверждает  
правильность раскрытия  
скобок**

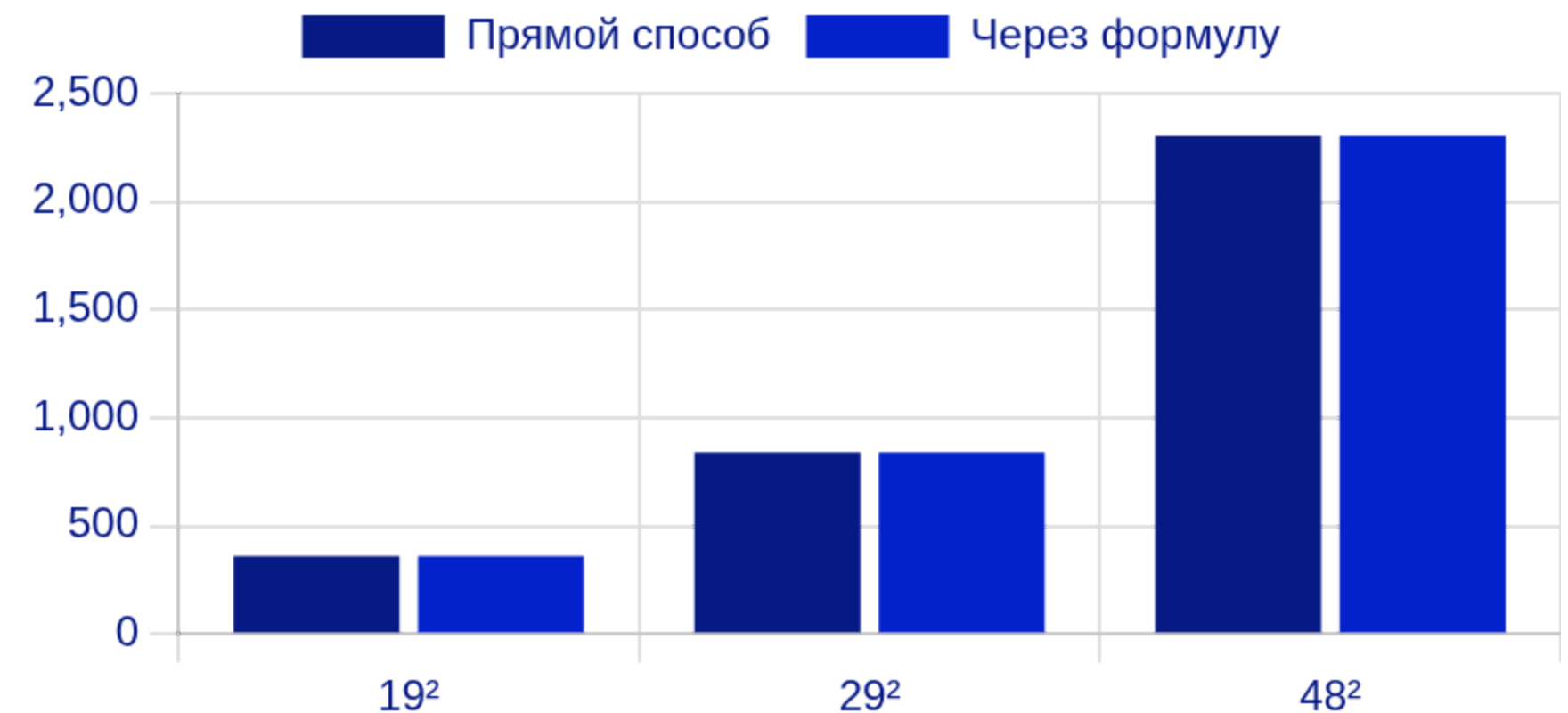
Одинаковый ответ показывает, что формула работает не только с буквами, но и с конкретными числами.

Составлено по примерам из условия

# Почему формулы помогают считать быстрее

На диаграмме видно, что результат остается тем же, но путь к ответу становится короче, особенно для чисел около круглых значений.

Формула не меняет ответ, но упрощает вычисление и снижает риск ошибок при устном счете.



Расчеты по формулам квадрата суммы и разности, на основе данных из условия

# Связь с раскрытием скобок в алгебре

## 1. Умножение многочленов

Формулы квадрата суммы и разности показывают, как умножать скобку на саму себя, распределяя умножение на каждый член. Это частный случай умножения многочленов в школьной алгебре.

## 2. Три слагаемых вместо двух

После раскрытия скобок всегда получается три части: квадрат первого слагаемого, средний член и квадрат второго. Такая структура помогает быстро проверять запись и не пропускать важные элементы.

## 3. Основа для преобразований

Эти формулы часто используют при упрощении выражений и решении уравнений. Если ученик узнает в записи квадрат суммы или разности, он может сразу выбрать короткий и точный способ преобразования.

# Сравнение формул и их частей

| Выражение  | 1-й член | Средний | Последний |
|------------|----------|---------|-----------|
| $(a+b)^2$  | $a^2$    | $+2ab$  | $b^2$     |
| $(a-b)^2$  | $a^2$    | $-2ab$  | $b^2$     |
| $(3x+4)^2$ | $9x^2$   | $+24x$  | $16$      |
| $(2m-7)^2$ | $4\ m^2$ | $-28m$  | $49$      |

Составлено по правилам раскрытия скобок

В таблице показано, как устроены квадрат суммы и квадрат разности, а также как меняется знак среднего члена в разных записях.

Первый и последний члены — всегда квадраты, а знак среднего члена зависит только от знака между слагаемыми.

# Площадь как модель формулы

## Большой квадрат из частей

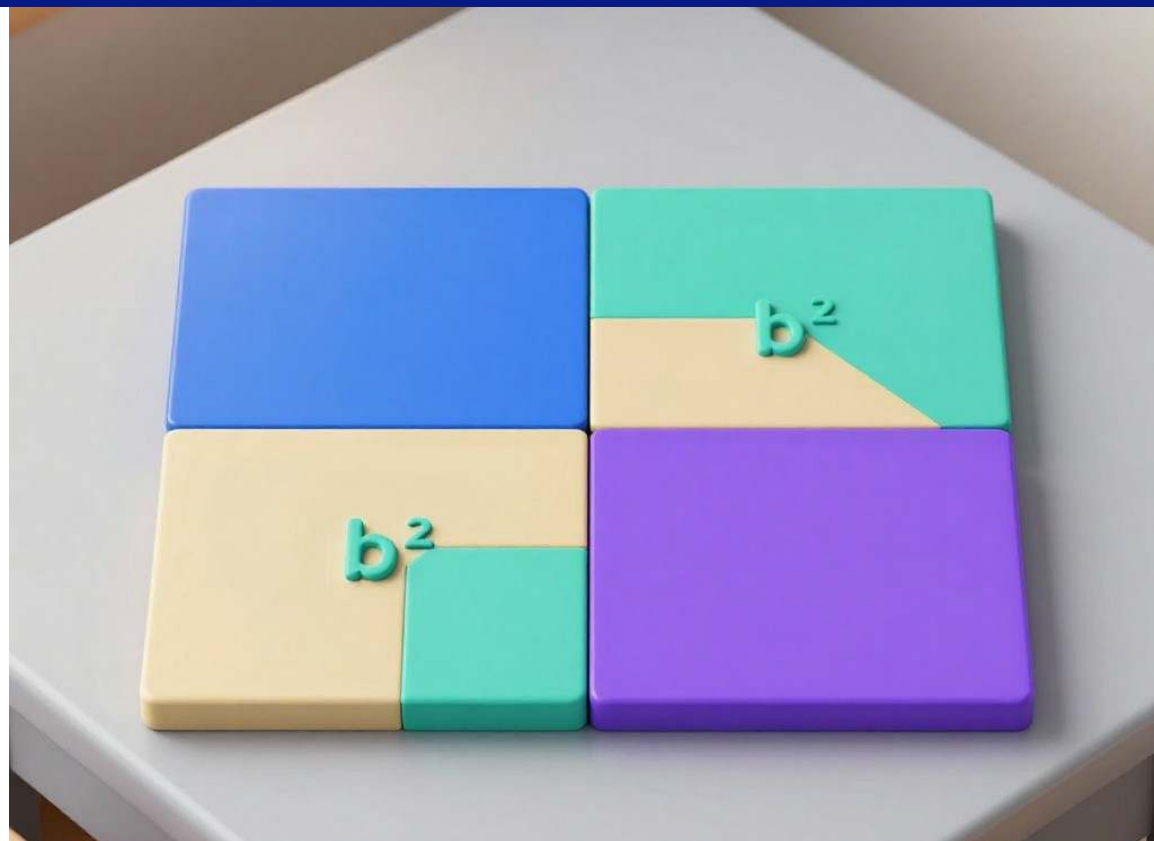
Представьте квадрат со стороной  $a+b$ . Его можно разбить на квадрат  $a^2$ , квадрат  $b^2$  и два одинаковых прямоугольника  $ab$ . Из этих частей и складывается вся площадь, поэтому формула получается наглядной и понятной.

## Почему появляется $2ab$

Два прямоугольника имеют одинаковую площадь, значит их можно сложить в  $2ab$ . Именно это число стоит в середине формулы и показывает вклад двух одинаковых частей, расположенных по краям большого квадрата.

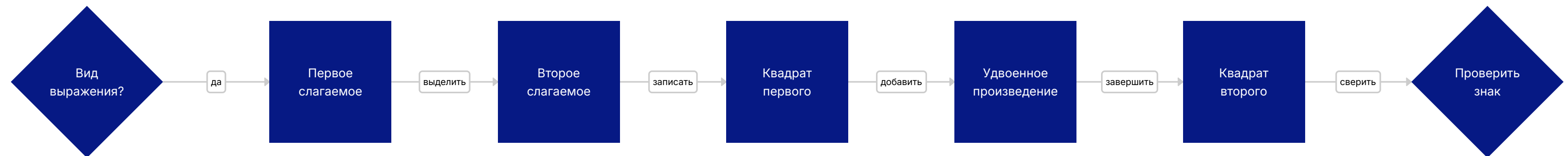
## Разность через вычитание

Для квадрата разности рассуждение похоже: из большого квадрата мысленно убирают часть, связанную с меньшим слагаемым. Так геометрия помогает увидеть, почему средний член меняет знак, а крайние остаются квадратами.



# Как применять формулу квадрата двучлена

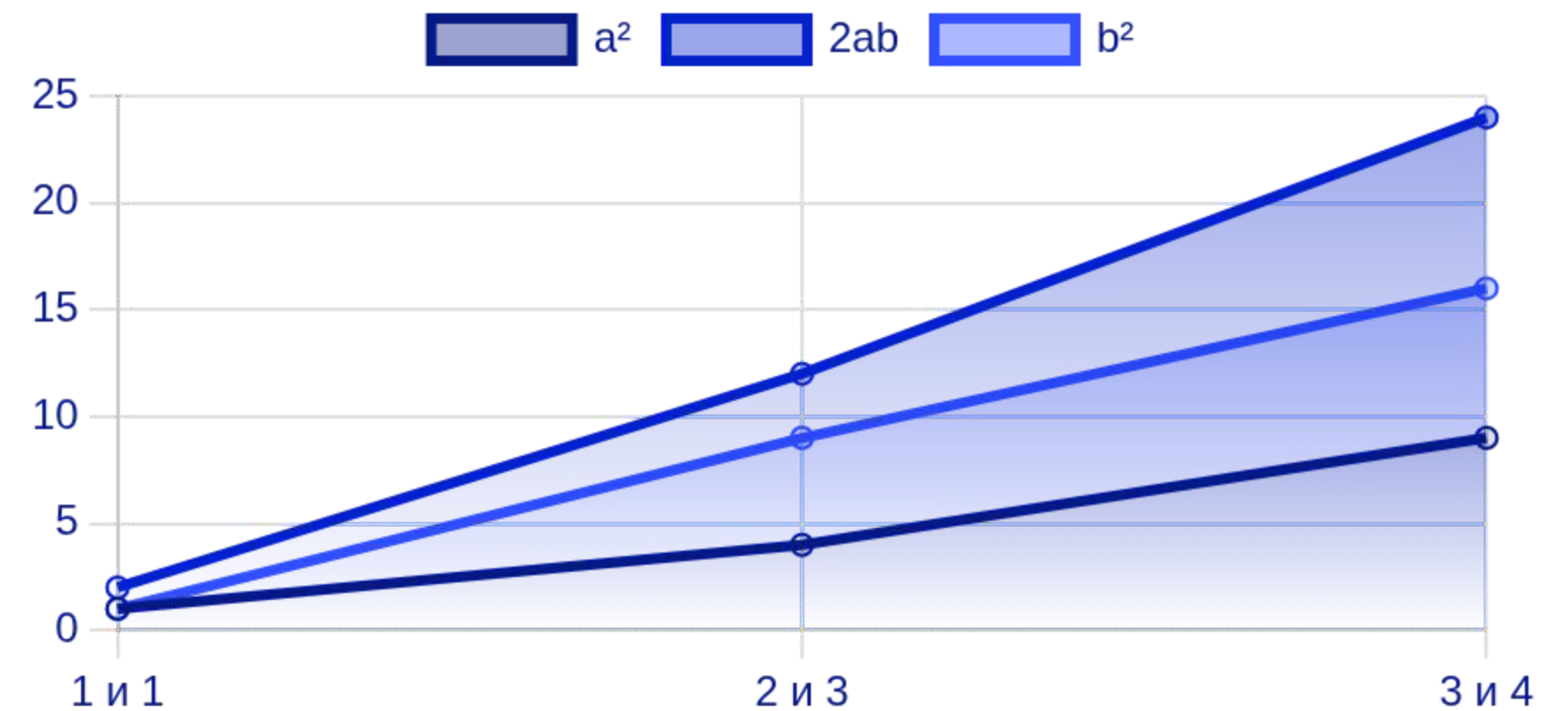
Последовательность шагов при распознавании выражения и записи ответа



# Влияние среднего члена на результат

Сравнение показывает, что именно средний член быстрее всего увеличивается при росте слагаемых и сильнее всего меняет итоговое значение.

Чем больше числа в скобках, тем заметнее вклад  $2ab$ ; поэтому его нельзя пропускать при вычислениях.



Составлено по учебным примерам для иллюстрации влияния членов формулы

# Где формулы используются в заданиях

|                                                                                      |                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|    | <b>Упрощение выражений</b><br>Формулы помогают заменять длинное произведение короткой записью. Это ускоряет преобразования и делает выражение более удобным для дальнейших действий. |
|    | <b>Решение уравнений</b><br>При раскрытии скобок можно быстрее привести уравнение к привычному виду. Тогда легче переносить члены и находить неизвестное число.                      |
|  | <b>Вычисление площадей</b><br>Геометрические задачи часто связаны с квадратами и прямоугольниками. Формулы позволяют связывать длины сторон с площадью и упрощать расчеты.           |
|  | <b>Проверка ответов</b><br>Если результат получен разными способами, его легче проверить. Совпадение ответов помогает убедиться, что раскрытие скобок выполнено без ошибок.          |
|  | <b>Работа на уроках</b><br>В 7 классе эти формулы встречаются часто, потому что они нужны почти в каждом разделе о преобразовании выражений и многочленах.                           |

# Признаки правильной записи ответа

## 1. Три члена в записи

Если ответ состоит из трех слагаемых, это уже похоже на квадрат суммы или разности. Такая форма помогает быстро отличить правильное раскрытие скобок от неполной записи.

## 2. Крайние члены-квадраты

Первое и последнее слагаемые должны быть квадратами исходных частей выражения. Если один из них не выглядит как квадрат, стоит проверить вычисления еще раз.

## 3. Средний член отдельно

В середине всегда стоит удвоенное произведение двух слагаемых. Именно здесь чаще всего появляются ошибки, поэтому этот элемент нужно проверять особенно внимательно.

## 4. Знак подсказывает формулу

Положительный средний член означает квадрат суммы, а отрицательный — квадрат разности. По одному этому признаку можно быстро понять, какая формула использована.

# Формулы, которые экономят время

Квадрат суммы и квадрат разности — это удобные и надежные способы быстро раскрывать скобки. Если помнить структуру из трех членов и знак среднего слагаемого, ошибки становятся редкими.