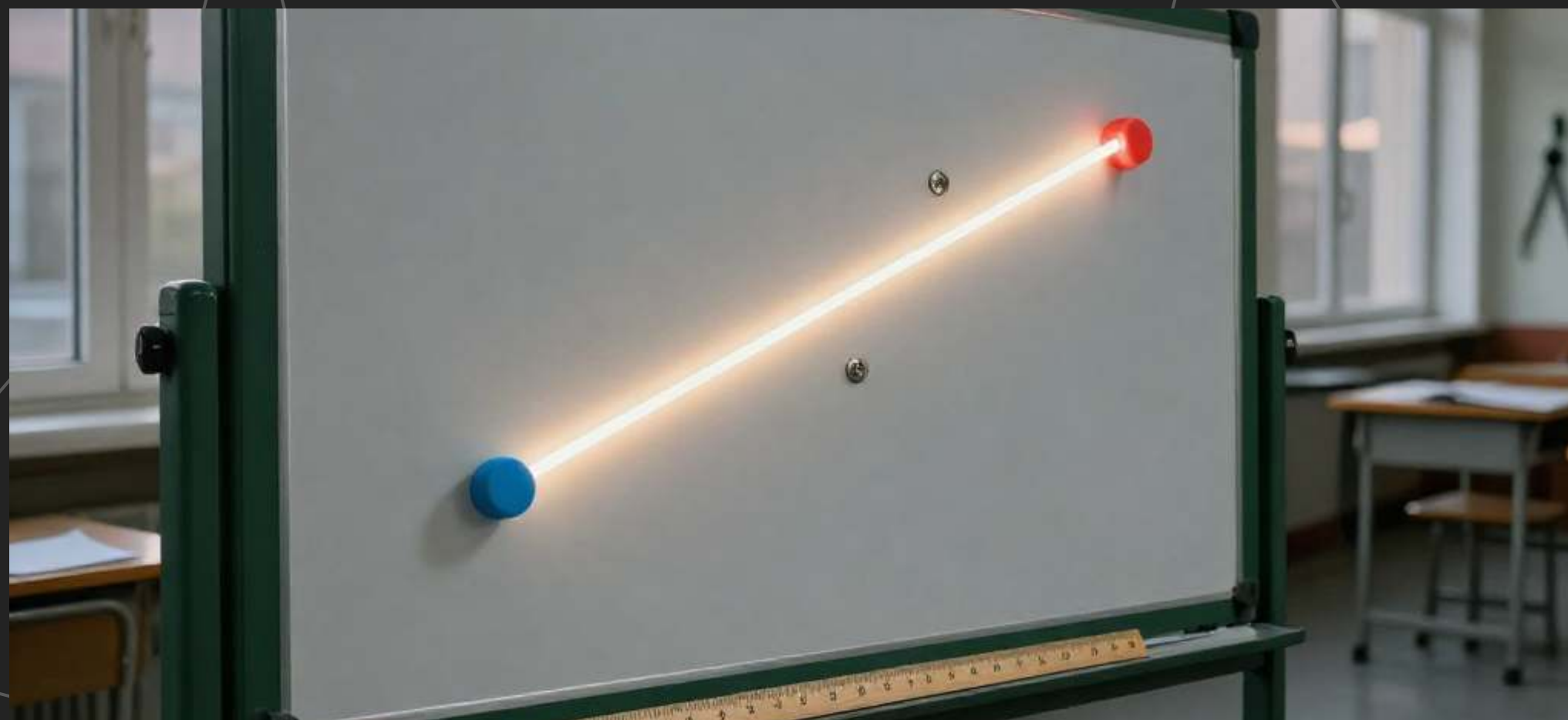




Разберём формулу, график  
и ключевые свойства линейной  
функции.



# Линейная функция, её график и свойства

# Линейность вокруг нас



Линейная зависимость встречается в покупках, поездках, оплате труда и услугах: одна величина меняется равномерно, когда другая увеличивается на одинаковый шаг. Такие примеры помогают понять формулу и увидеть её смысл в жизни.

# Определение линейной функции

## 01. Общий вид

Линейная функция записывается как  $y = kx + b$ . Здесь  $x$  — независимая переменная, а  $y$  зависит от неё и меняется по правилу, заданному формулой.

## 02. Роль $k$

Коэффициент  $k$  показывает, насколько изменится значение  $y$ , если  $x$  увеличить на 1. По нему можно понять, будет ли график подниматься или опускаться.

## 03. Роль $b$

Число  $b$  задаёт значение функции при  $x = 0$ . Именно оно определяет, где график пересекает ось  $Oy$ , если рассматривать обычную координатную плоскость.

## 04. Если $k = 0$

Когда  $k$  равно нулю, переменная  $x$  перестаёт влиять на результат. Тогда получается постоянная функция  $y = b$ , и все её значения одинаковы.

## 05. Если $b = 0$

Если  $b$  равно нулю, формула упрощается до  $y = kx$ . Такой график проходит через начало координат и часто служит самым простым примером.

# Смысл коэффициентов $k$ и $b$

| Параметр | Смысл                | График           |
|----------|----------------------|------------------|
| $k$      | скорость изменения   | наклон прямой    |
| $b$      | значение при $x = 0$ | пересечение $Oy$ |
| $k > 0$  | $y$ растёт           | линия вверх      |
| $k < 0$  | $y$ убывает          | линия вниз       |

Таблица показывает, как коэффициенты формулы связаны с поведением функции и её графиком.

Знак  $k$  определяет направление графика, а  $b$  задаёт его положение по оси  $Oy$ .

# Как выглядит график линейной функции

## Всегда прямая

График линейной функции не имеет изгибов: это всегда прямая линия. Именно поэтому для его построения достаточно найти и отметить всего две точки.

## Первая точка

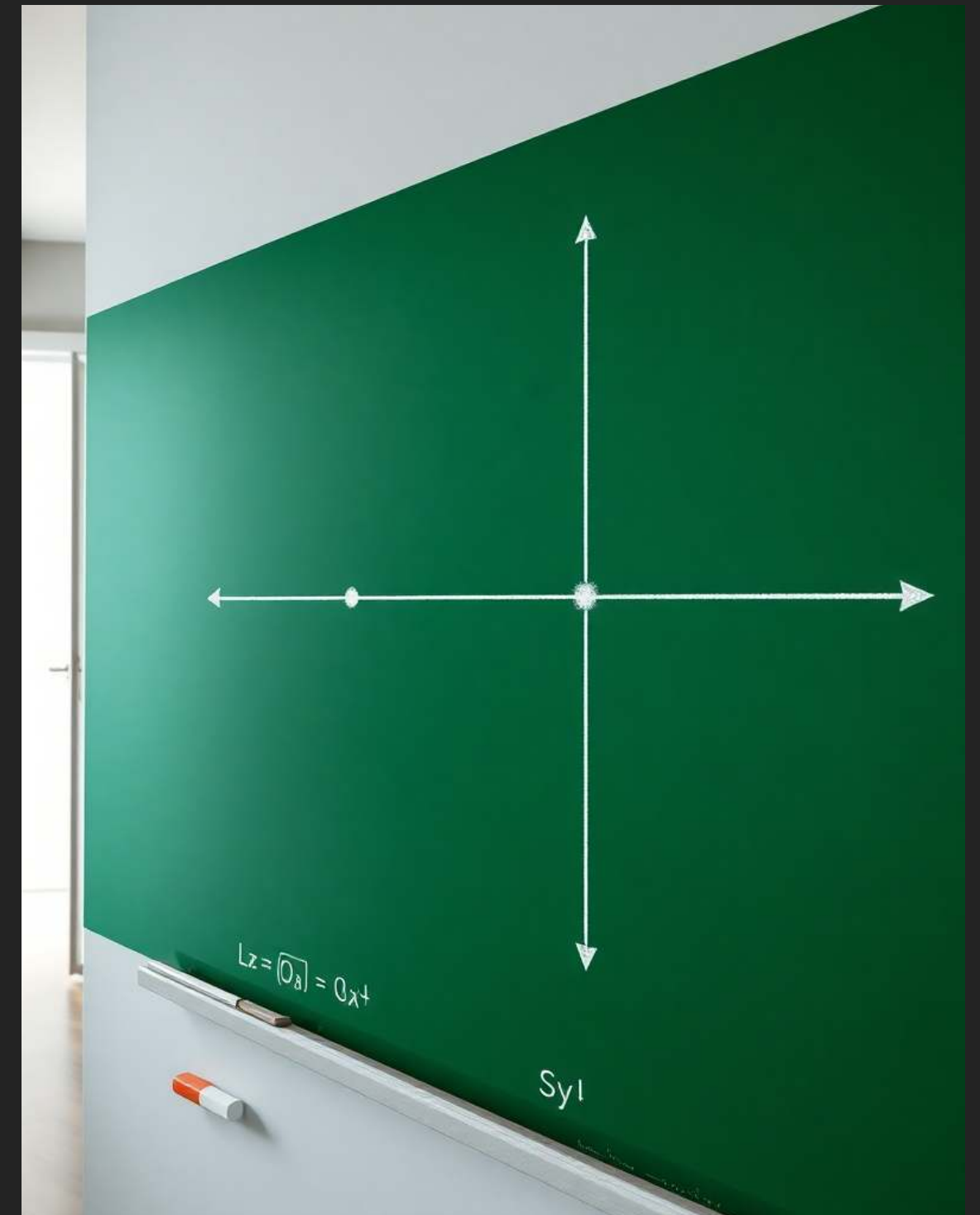
Удобно начинать с точки пересечения с осью  $Oy$ . Её координаты легко определить сразу:  $x = 0$ , а  $y$  равно числу  $b$  из формулы.

## Вторая точка

Чтобы получить вторую точку, выбирают любое удобное значение  $x$  и подставляют его в выражение  $y = kx + b$ . После вычисления координат точку отмечают на плоскости.

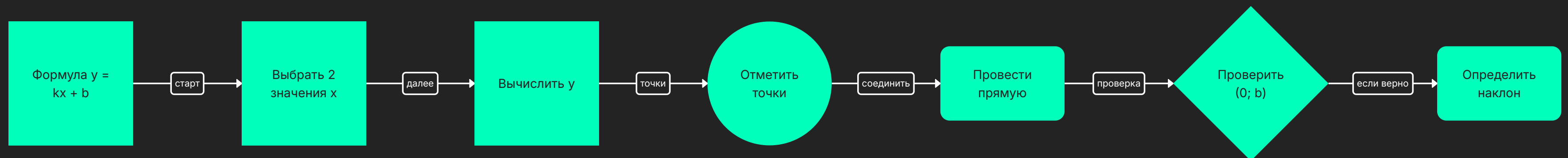
## Построение линии

Когда две точки найдены, через них проводят прямую. Затем проверяют, соответствует ли её положение знакам коэффициентов и заданной формуле.



# Построение графика по формуле

Алгоритм построения линейной функции по школьной формуле  $y = kx + b$



# Пересечения с осями координат

## Пересечение с Oy

С осью Oy график пересекается в точке, где  $x$  равно 0. Поэтому координаты этой точки всегда записываются как  $(0; b)$  и сразу читаются из формулы.

## Пересечение с Ox

Чтобы найти пересечение с осью Ox, нужно положить  $y = 0$ . Тогда получается уравнение  $kx + b = 0$ , которое решают только при  $k \neq 0$ .

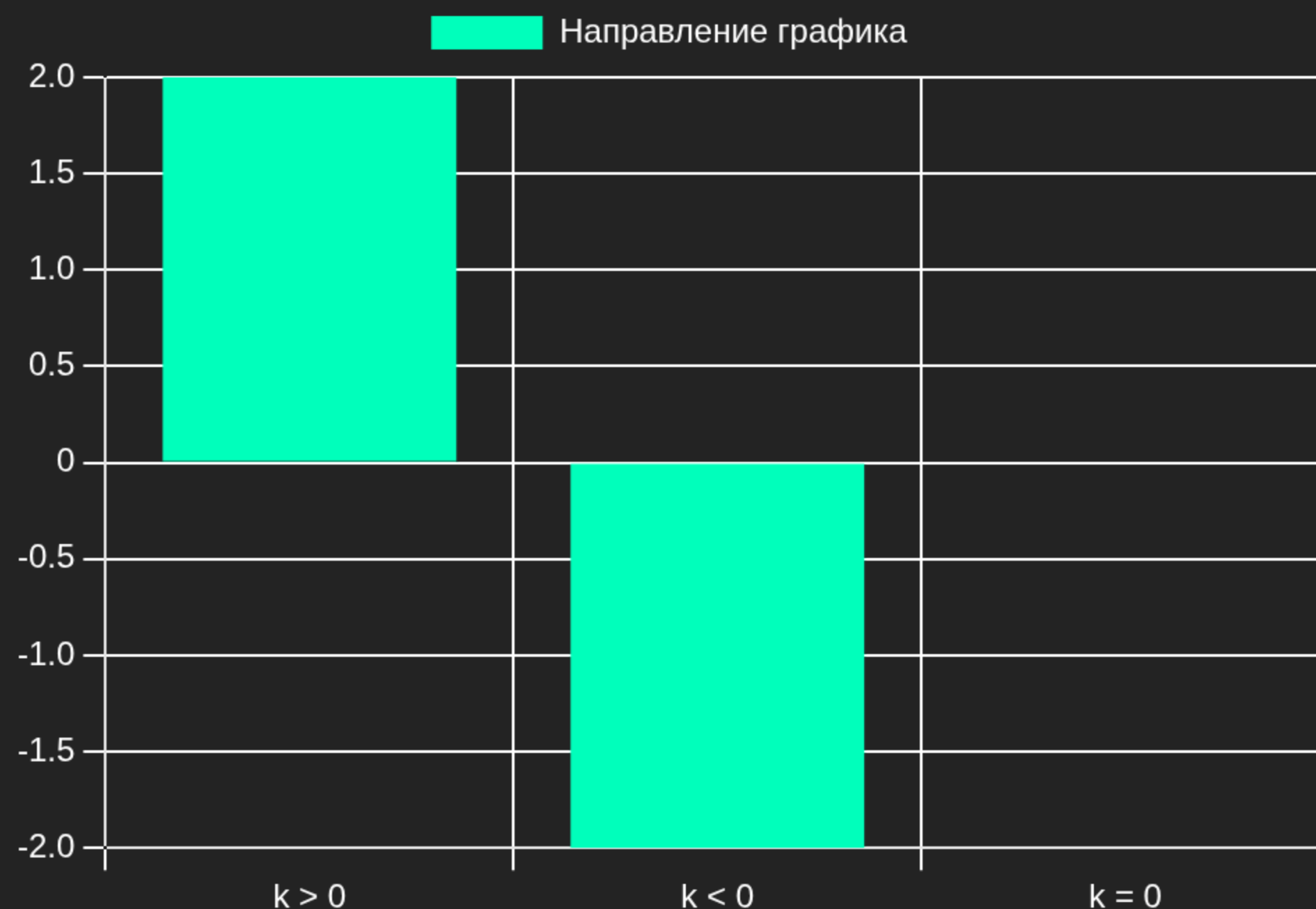
## Случай $b = 0$

Если  $b$  равно нулю, прямая проходит через начало координат. Это значит, что точка  $(0; 0)$  одновременно лежит и на оси Ox, и на оси Oy.

## Случай $k = 0$

При  $k = 0$  график становится горизонтальной прямой. Он не пересекает ось Ox, если только сама функция не равна нулю для всех  $x$ .

# Как знак $k$ влияет на график



Знак коэффициента можно определить сразу по направлению прямой: достаточно посмотреть, растёт ли она слева направо или опускается.

Положительный  $k$  задаёт подъём, отрицательный — спад, а нулевой коэффициент делает график горизонтальным.

Школьный курс алгебры, 7 класс.

# Свойства возрастания и убывания

01

---

Если  $k > 0$

Когда коэффициент  $k$  положительный, при увеличении  $x$  значения  $y$  тоже становятся больше. Такую функцию называют возрастающей, потому что её график идёт вверх слева направо.

02

---

Если  $k < 0$

Когда коэффициент  $k$  отрицательный, рост  $x$  приводит к уменьшению  $y$ . В этом случае функция убывает, а её прямая направлена вниз слева направо.

03

---

Если  $k = 0$

Если  $k$  равно нулю, значение функции не зависит от  $x$  и остаётся одинаковым. Это самый простой случай, который помогает быстро проверить, как ведёт себя прямая.

# Частные случаи: $y = b$ и $y = kx$

## Постоянная функция

Если  $k = 0$ , формула  $y = kx + b$  превращается в  $y = b$ . График при этом становится горизонтальной прямой, параллельной оси  $Ox$ , и все точки имеют одну высоту.

## Прямая через начало

Если  $b = 0$ , получается формула  $y = kx$ . Такой график всегда проходит через начало координат и удобно показывает прямую пропорциональность между величинами.



# Сравнение трёх видов прямых

Три частных случая линейной функции отличаются формулой и положением графика на плоскости.

| Вид функции      | Формула      | График         |
|------------------|--------------|----------------|
| Общая линейная   | $y = kx + b$ | наклон и сдвиг |
| Постоянная       | $y = b$      | параллельна Ох |
| Пропорциональная | $y = kx$     | через начало   |

Формула сразу показывает, как выглядит прямая: есть ли наклон, проходит ли она через начало координат и меняется ли значение функции.

Школьный курс алгебры, 7 класс.

# Область определения и область значений

## 01. Все значения $x$

У линейной функции обычно можно подставить любое число вместо  $x$ . Поэтому область определения не ограничена и включает все действительные числа без исключения.

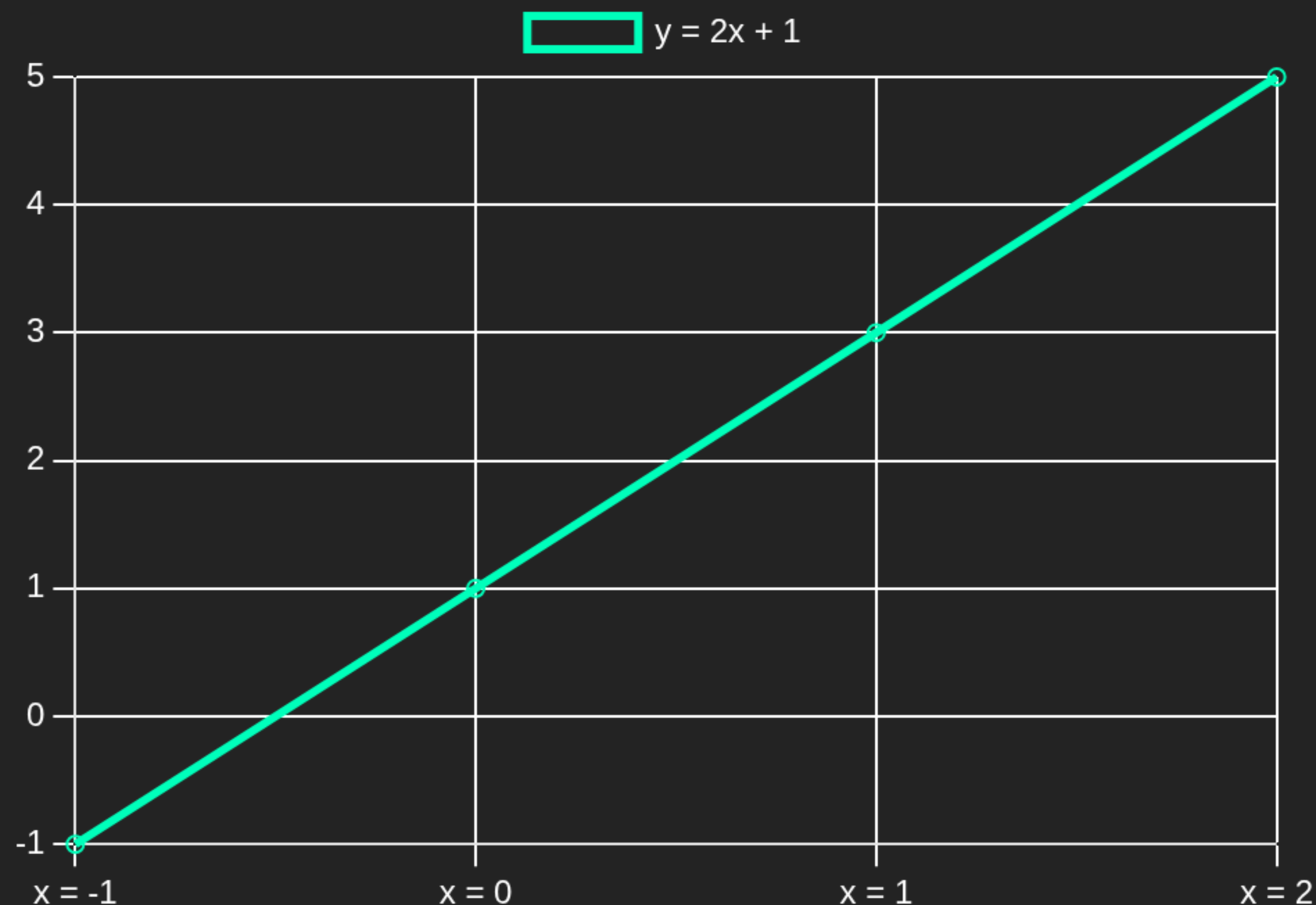
## 02. Если $k \neq 0$

Когда коэффициент  $k$  не равен нулю, прямая поднимается или опускается без ограничений. Тогда и область значений тоже состоит из всех действительных чисел.

## 03. Постоянная функция

Для функции  $y = b$  значение не меняется, как бы ни менялся  $x$ . Поэтому область значений содержит только одно число — само значение  $b$ .

# Таблица значений функции $y = 2x + 1$



По таблице легко заметить постоянный прирост: при каждом увеличении  $x$  на 1 значение  $y$  возрастает на 2.

Точки образуют прямую, а рост функции хорошо виден по одинаковой разности значений  $y$ .

Школьный пример для построения графика, 7 класс.

# Линейная функция в реальных задачах

01

## Движение с постоянной скоростью

Если скорость не меняется, путь зависит от времени по формуле  $s = vt$ . Это пример линейной зависимости без дополнительной постоянной части.

02

## Тариф и доплата

Во многих задачах есть фиксированная сумма и доплата за каждый километр, час или единицу услуги. Тогда удобно записать выражение вида  $y = kx + b$ .

03

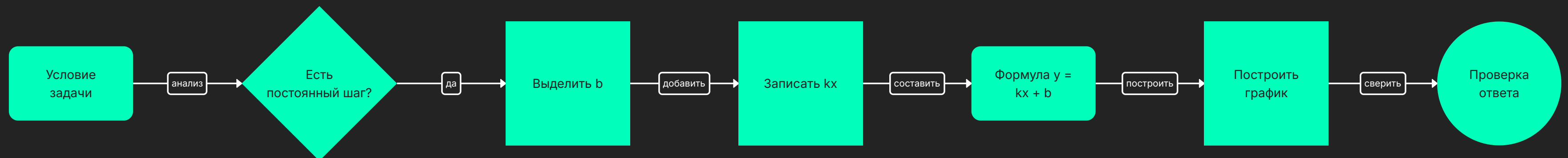
## Счёт за услуги

Абонентская плата не зависит от объёма, а переменная часть растёт вместе с количеством минут, гигабайтов или выполненной работы. Такую ситуацию легко описать линейной функцией.



# Шаги распознавания линейной зависимости

Алгоритм проверки по тексту задачи и формуле.



# Сравнение двух линейных функций

## 01. Одинаковый наклон

Если у двух функций одинаковый коэффициент  $k$ , то их графики имеют одинаковый наклон. Такие прямые не пересекаются и идут параллельно друг другу.

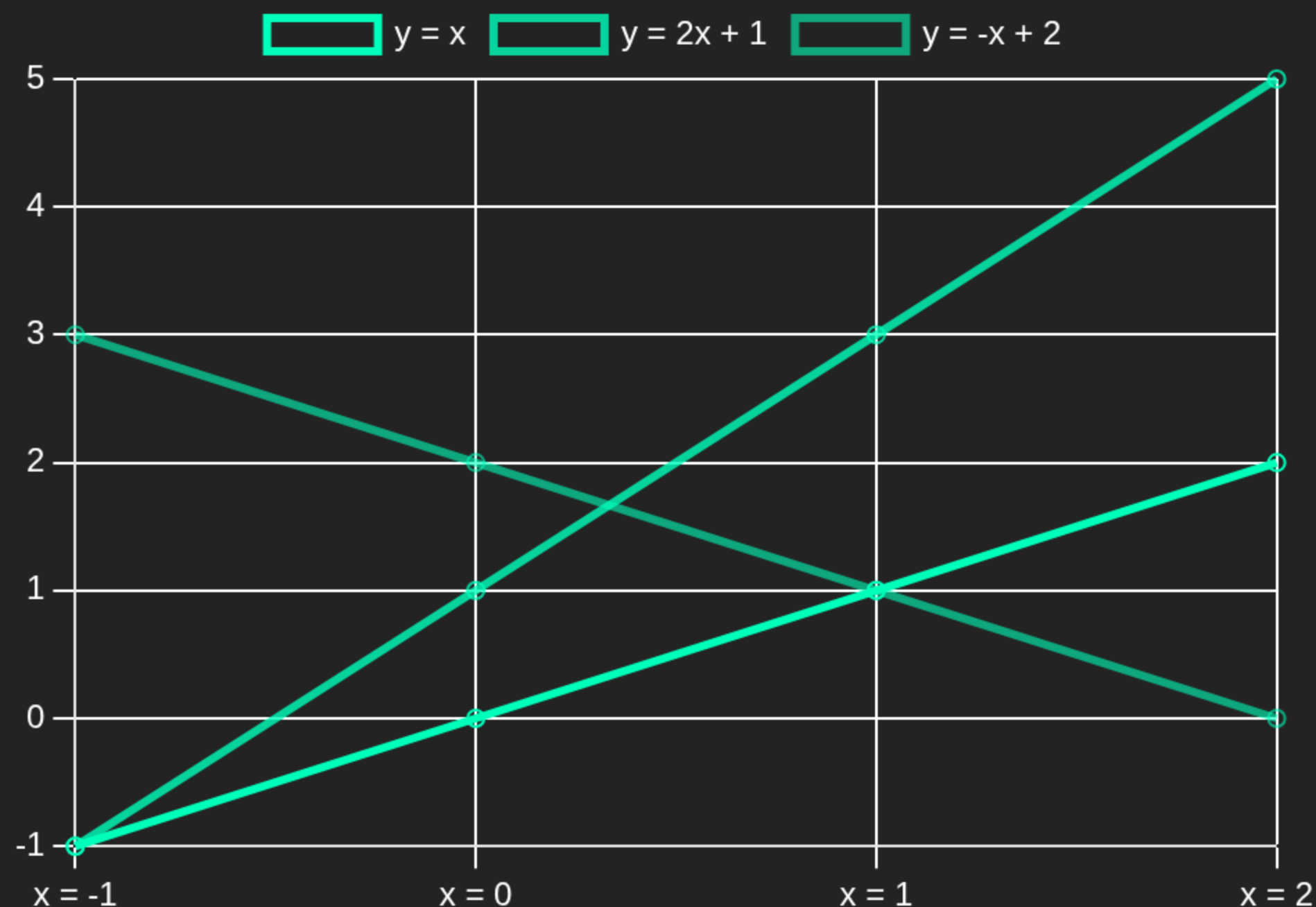
## 02. Разные значения $b$

Коэффициент  $b$  показывает, где прямая пересекает ось  $Oy$ . Разные значения  $b$  сдвигают графики вверх или вниз, даже если наклон остаётся тем же.

## 03. Разные коэффициенты $k$

Если коэффициенты  $k$  различаются, прямые обычно пересекаются. По знаку и величине  $k$  можно заранее понять, какая из них растёт быстрее или убывает.

# Примеры графиков с разными коэффициентами



Три прямые хорошо показывают, как знак и величина коэффициента  $k$  меняют наклон, а число  $b$  — положение графика по высоте.

Чем больше  $k$ , тем быстрее растёт функция; отрицательный  $k$  означает убывание, а  $b$  задаёт точку пересечения с осью  $Oy$ .

Учебные примеры по алгебре, 7 класс.

# Типичные ошибки при работе с формулой

## Путают $k$ и $b$

Коэффициент  $k$  отвечает за наклон, а  $b$  — за значение при  $x = 0$ . Если их перепутать, график получится с неверным положением.

## Забывают минус

При вычислениях важно аккуратно переносить знак минуса. Одна неточность в записи может изменить и координаты точек, и вид всей прямой.

## Неверно находят $Oy$

Точку пересечения с осью  $Oy$  находят только при  $x = 0$ . Подстановка другого числа даёт ошибочный результат и мешает проверить построение.

## Путают оси

Пересечение с осью  $Oy$  и пересечение с осью  $Ox$  — разные точки. Первая имеет  $x = 0$ , а во второй  $y = 0$ .

# Алгоритм проверки ответа

| Шаг | Действие             | Результат      |
|-----|----------------------|----------------|
| 1   | записать формулу     | вид функции    |
| 2   | найти две точки      | основа графика |
| 3   | определить $k$ и $b$ | наклон и сдвиг |

Короткий порядок действий помогает не пропустить важные признаки линейной функции и проверить построение графика.

---

Проверка идёт от формулы к графику: сначала определяют коэффициенты, затем строят прямую и сравнивают её с условием задачи.

Школьная алгебра, 7 класс.

# Линейная функция: главное, что нужно помнить

Линейная функция удобна тем, что её формула сразу показывает форму графика. Коэффициенты  $k$  и  $b$  помогают быстро понять наклон, пересечения и поведение функции в задачах.