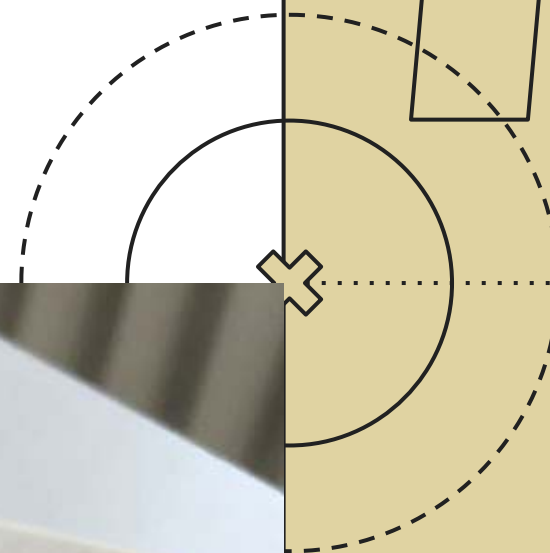
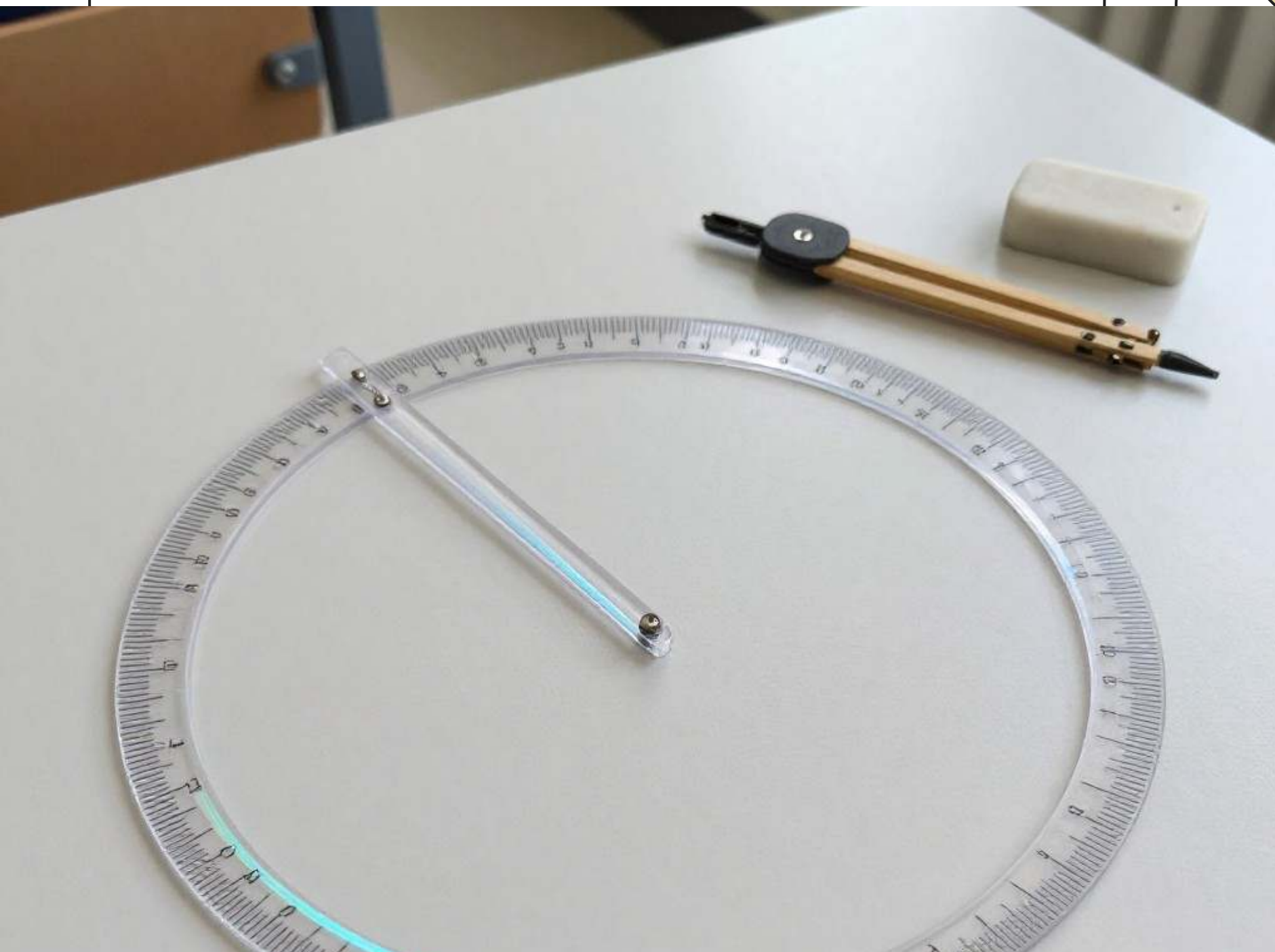


Градусная мера дуги окружности

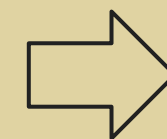
Дуга и угол в окружности связаны точным правилом.



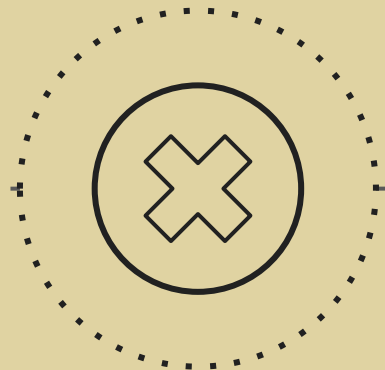
Зачем изучать дуги в 8 классе



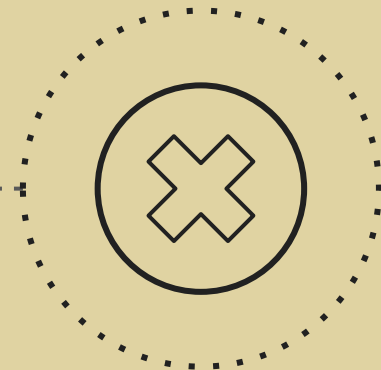
Дуги помогают быстро решать задачи на окружность, углы и деление круга на части. Это удобный инструмент для геометрии, чертежей и круговых диаграмм без лишних измерений.



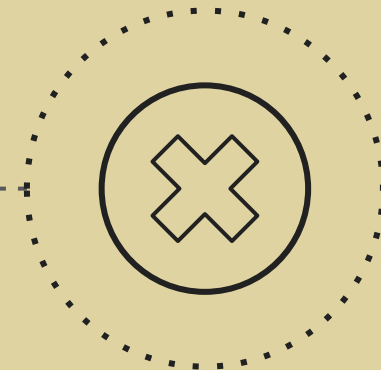
Что такое дуга окружности



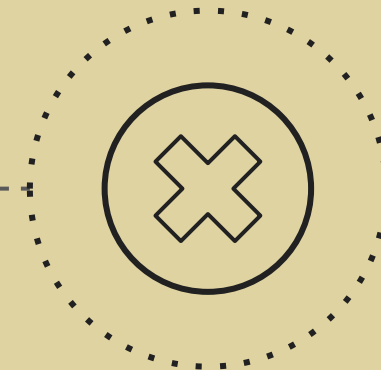
Часть окружности
Дуга — это участок окружности между двумя точками. Она принадлежит границе круга и всегда задаётся парой концов, по которым можно определить её положение.



Две возможные дуги
Через одни и те же две точки проходят две дуги: меньшая и большая. Они различаются длиной по окружности и градусной мерой, но имеют одинаковые концы.



Малая и большая
Малая дуга меньше 180° , а большая — больше 180° . Такое деление удобно, когда нужно понять, какая часть окружности выбрана в условии задачи.



Диаметр как особый случай
Если точки являются концами диаметра, окружность делится на две равные дуги. Каждая из них имеет градусную меру 180° , то есть образует полуокружность.

Центральный угол и соответствующая ему дуга

01

Положение угла

Центральный угол имеет вершину в центре окружности. Его стороны пересекают окружность в двух точках, которые становятся концами соответствующей дуги.

02

Связь с дугой

Дуга, заключённая между этими точками, называется соответствующей дугой центрального угла. Она показывает ту часть окружности, которую «вырезает» угол.

03

Главное правило

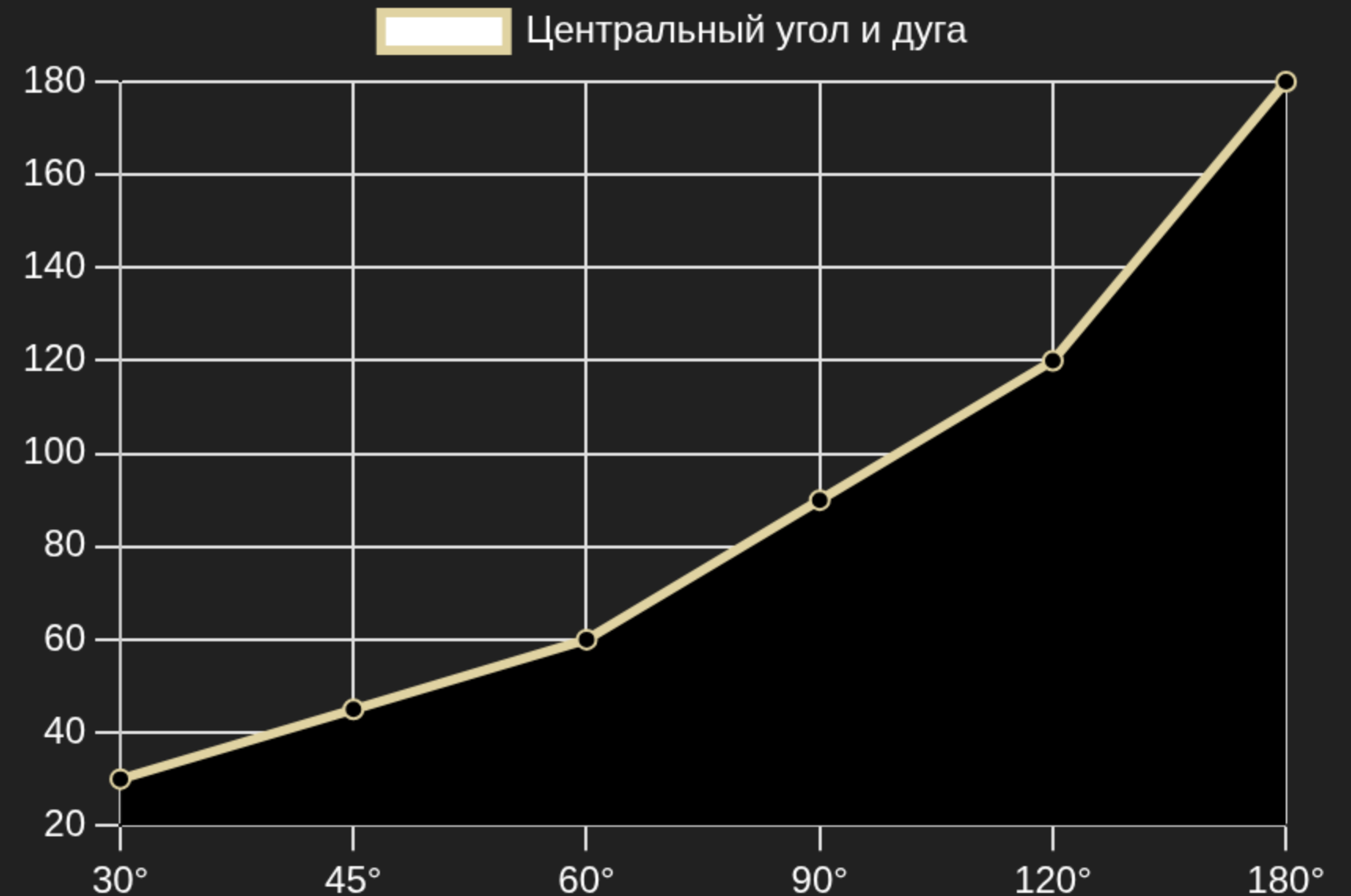
Градусная мера дуги равна градусной мере центрального угла. Именно это равенство позволяет находить дуги без измерения линейкой и вычислять ответ по углу.



Как градусная мера дуги зависит от центрального угла

На графике видно, что соответствующие значения совпадают: чем больше угол, тем больше дуга.

Точки лежат на линии равенства, поэтому по центральному углу сразу находят градусную меру дуги.



Определение градусной меры дуги в школьной геометрии

Основные значения дуг и центральных углов

Таблица показывает, как градусная мера дуги совпадает с градусной мерой соответствующего центрального угла.

Для любых указанных значений дуга и центральный угол имеют одинаковую градусную меру.

Центральный угол	Дуга
30°	30°
90°	90°
180°	180°
360°	360°

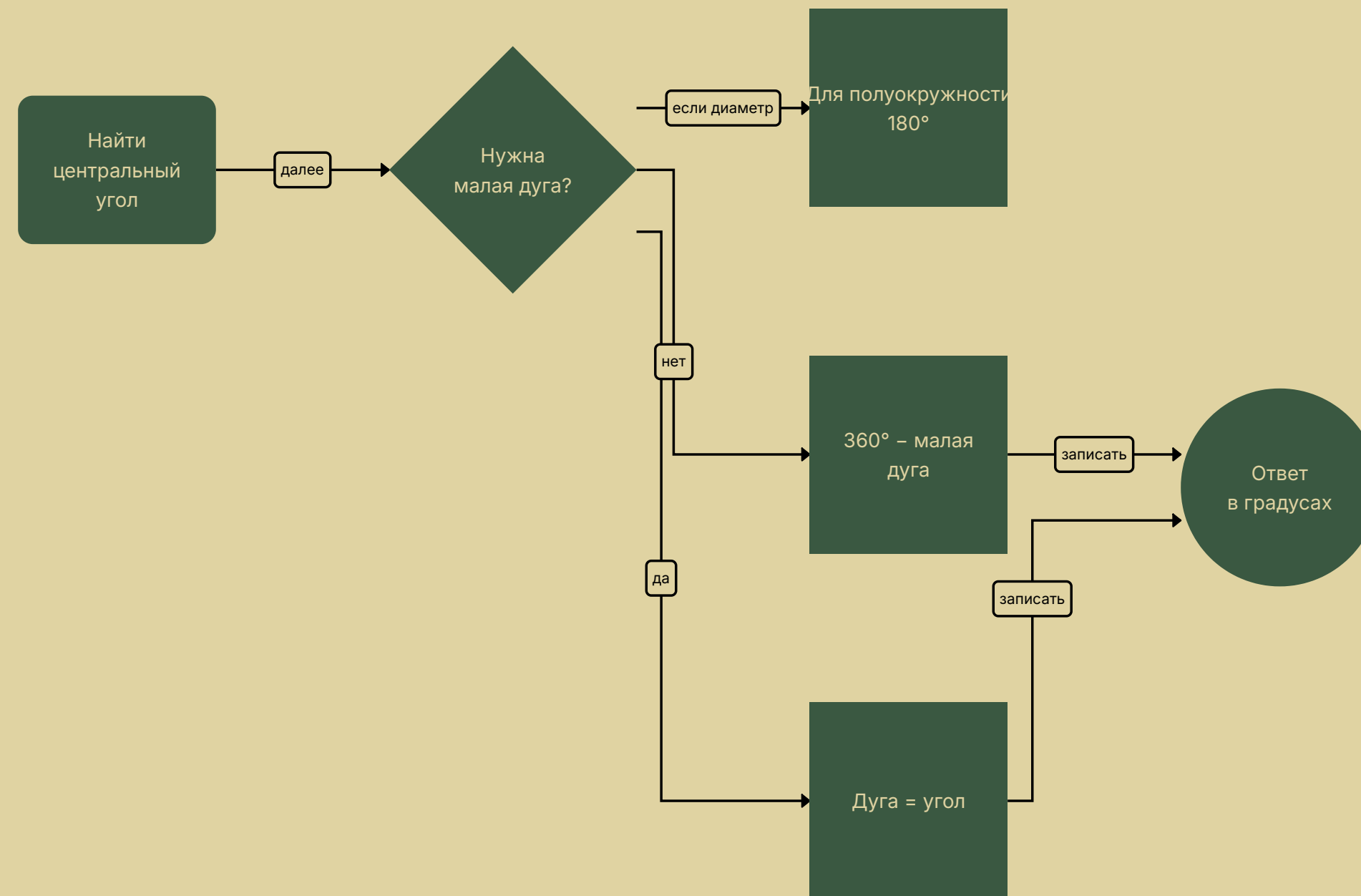
**составляет сумма
малой и большой дуги
одной окружности.**

Если известна меньшая дуга, вторую находят вычитанием из полной окружности. Это позволяет быстро проверять ответы и не путать выбранную дугу.

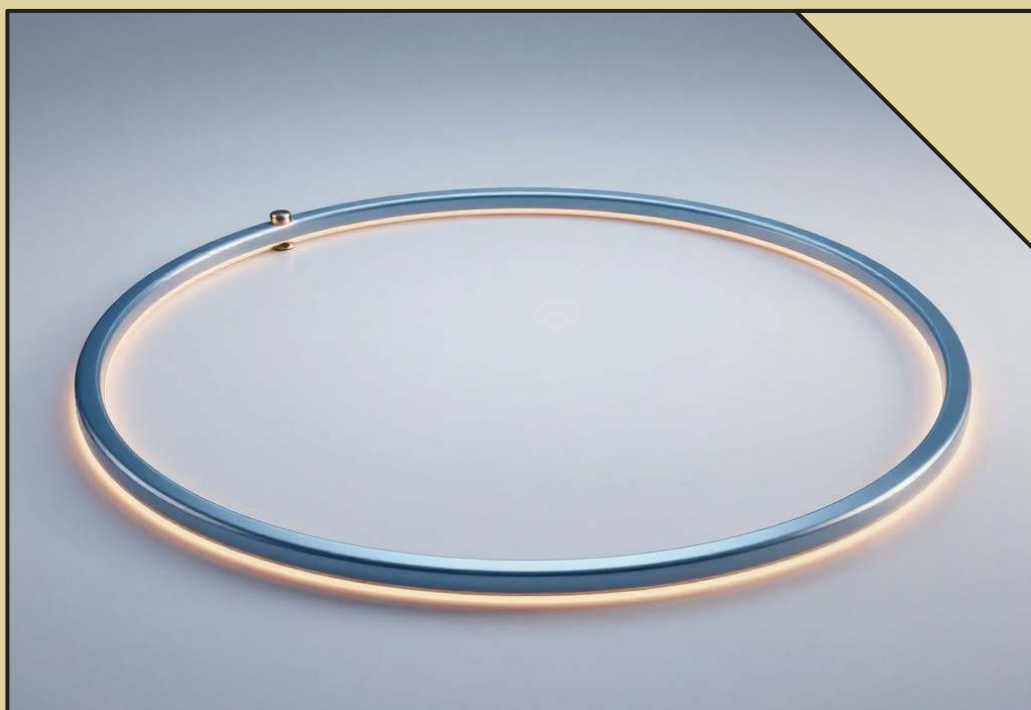
360°

Как найти градусную меру дуги

✗ Алгоритм основан на связи дуги с центральным углом и правиле для большой дуги.



Дуга, хорда и сектор окружности



Дуга на границе круга

Дуга — это не внутренняя линия, а часть границы окружности. На рисунке она выглядит как изогнутый участок между двумя отмеченными точками. Именно её градусная мера связана с углами и помогает решать задачи на окружность.



Хорда внутри окружности

Хорда соединяет те же две точки, но проходит внутри круга в виде прямого отрезка. Она не повторяет форму окружности, зато часто служит опорой для построений, измерений и сравнения частей фигуры.



Сектор как часть круга

Сектор ограничен двумя радиусами и дугой между ними. В задачах удобно видеть сразу все три элемента: дугу, хорду и сектор. Тогда легче понять, какая часть круга рассматривается и какие углы нужно найти.

Полный оборот, полуоборот и четверть оборота



Полный оборот

Полный оборот равен 360° . Это вся окружность целиком, поэтому именно с ним удобно сравнивать другие дуги и быстро проверять, не превышает ли ответ предел.



Полуоборот

Полуоборот равен 180° . Он делит окружность на две равные части и часто появляется, когда точки на окружности являются концами диаметра.



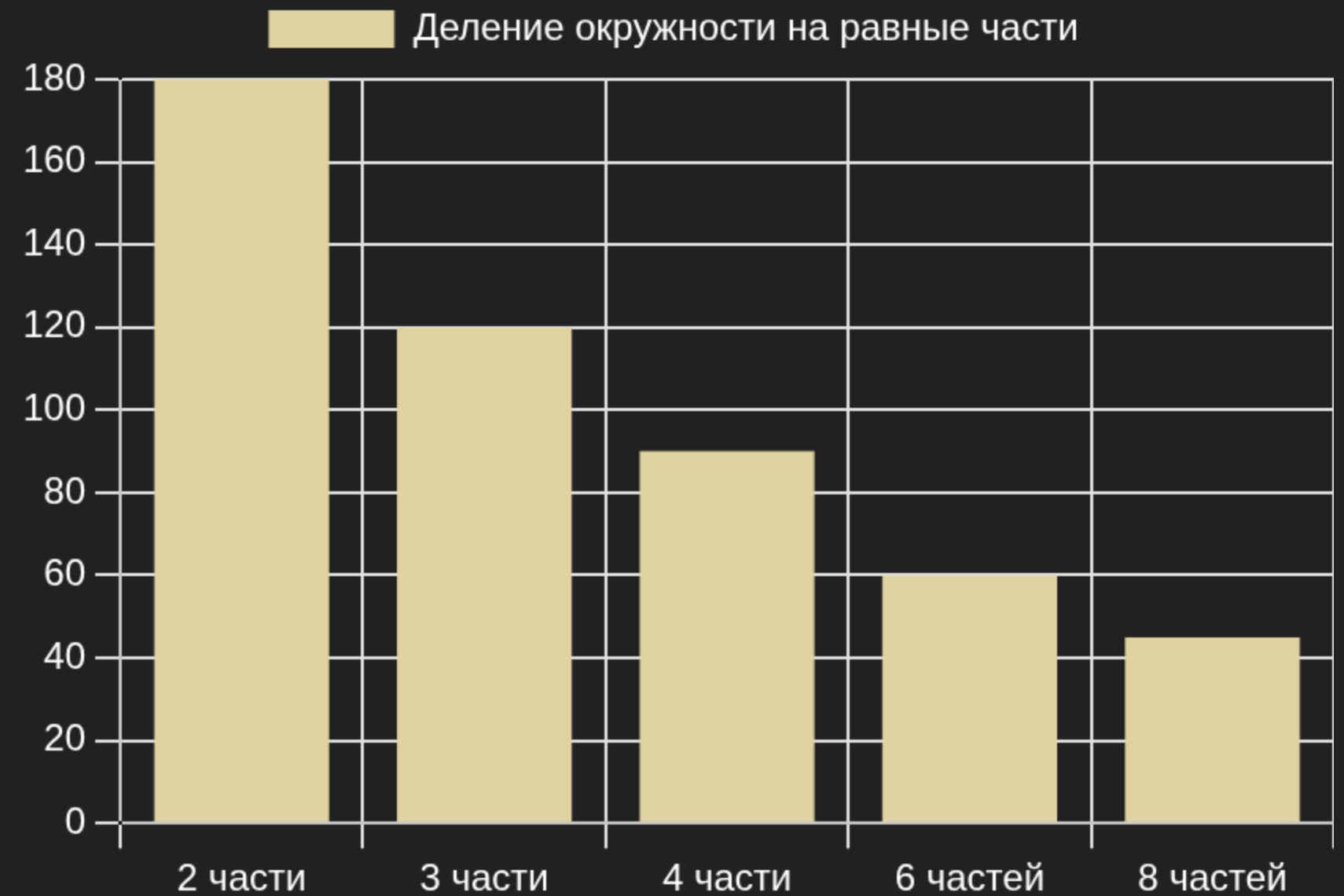
Четверть оборота

Четверть оборота равна 90° . Такое значение удобно в чертежах и задачах, где окружность делят на четыре равные части или строят прямые углы.

Деление окружности на равные дуги

Чем больше одинаковых частей, тем меньше градус одной дуги. Это удобно при построении правильных фигур и разметке круга.

Все значения получаются делением 360° на число частей. Уменьшение дуги происходит строго по формуле, без измерений линейкой.



Школьная геометрия: деление полной окружности 360° на равные части.

Типичные ошибки при работе с дугами

01

Путают величины

Градусная мера дуги — это угол в градусах, а не длина линии по окружности. Эти величины связаны, но измеряются по-разному и в задачах не заменяют друг друга.

02

Берут не ту дугу

По одним и тем же точкам существуют малая и большая дуга. Если в условии не сказано иначе, важно проверить, какая именно дуга требуется: меньшая или дополняющая до 360° .

03

Смешивают углы

Центральный угол равен соответствующей дуге, а вписанный угол составляет только половину дуги. Ошибка в выборе типа угла сразу приводит к неверному ответу.

04

Забывают про 360°

Большая дуга находится вычитанием из полной окружности: 360° минус малая дуга. Это особенно важно, когда ответ должен показать весь оставшийся путь по окружности.

Сравнение малой и большой дуги

✕ В таблице показано, как связаны малая и большая дуга для одних и тех же точек окружности.

✕ Сумма малой и большой дуги всегда равна 360° . При угле 180° обе дуги совпадают, потому что это полуокружность.

Центр. угол	Малая	Большая
40°	40°	320°
75°	75°	285°
150°	150°	210°
180°	180°	180°

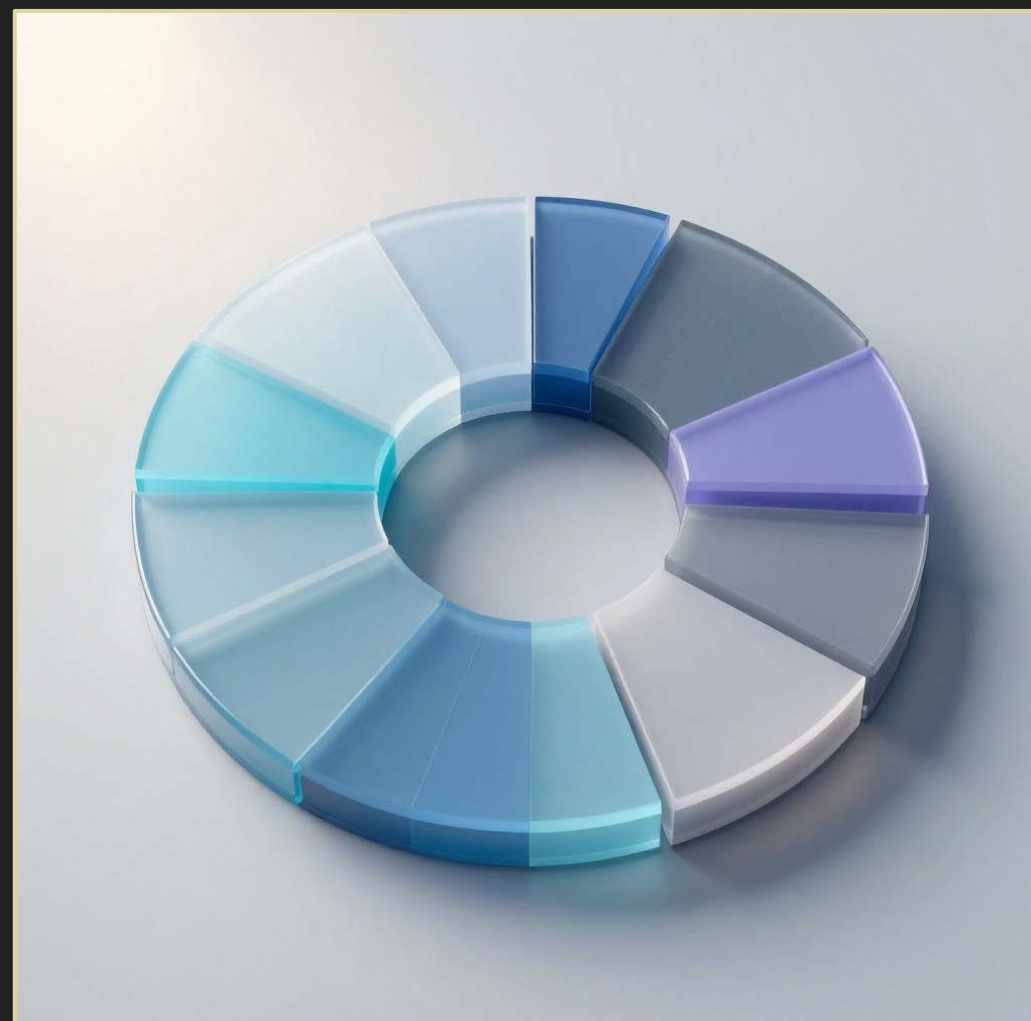
Определение малой и большой дуги окружности.

Градусная мера дуги в жизни и вокруг нас



Часы и движение стрелки

Стрелка часов непрерывно проходит часть окружности, и это удобно описывать через градусы. По такой модели легко понимать поворот, направление и долю полного круга.



Круговая диаграмма

В диаграммах каждая часть круга соответствует определённой дуге. Так наглядно показывают, какая доля приходится на каждый элемент, и сравнивают части между собой без длинных вычислений.



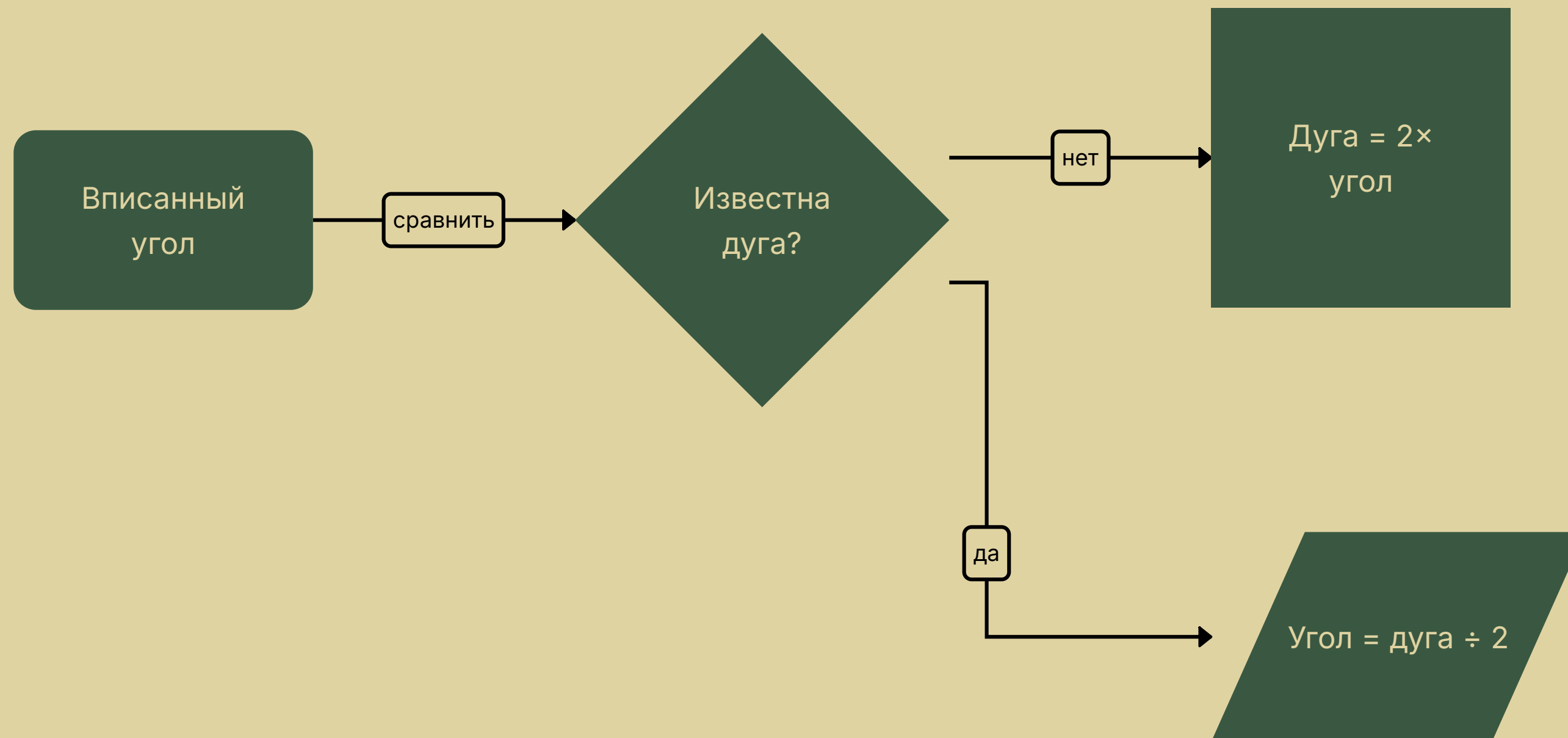
Колёса и повороты

У колёс, шестерёнок и спортивных разметок часто используют круговую форму. Когда нужно точно задать положение или симметрию, градусная мера дуги помогает сделать это без лишних измерений.



Связь дуги и вписанного угла

✘ Схема показывает, как по одному элементу найти другой в задачах на окружность.



Примеры вычислений для 8 класса

01

Центральный угол

Если центральный угол равен 68° , то и соответствующая дуга имеет такую же градусную меру. Здесь достаточно применить основное правило без дополнительных преобразований.

02

Равные части круга

Если окружность разделена на 5 равных частей, каждая дуга равна 72° , потому что $360^\circ \div 5 = 72^\circ$. Это пример деления полной окружности на равные сектора.

03

Большая дуга

При малой дуге 112° большая дуга находится вычитанием из 360° : $360^\circ - 112^\circ = 248^\circ$. Так получают ответ для оставшейся части окружности.

04

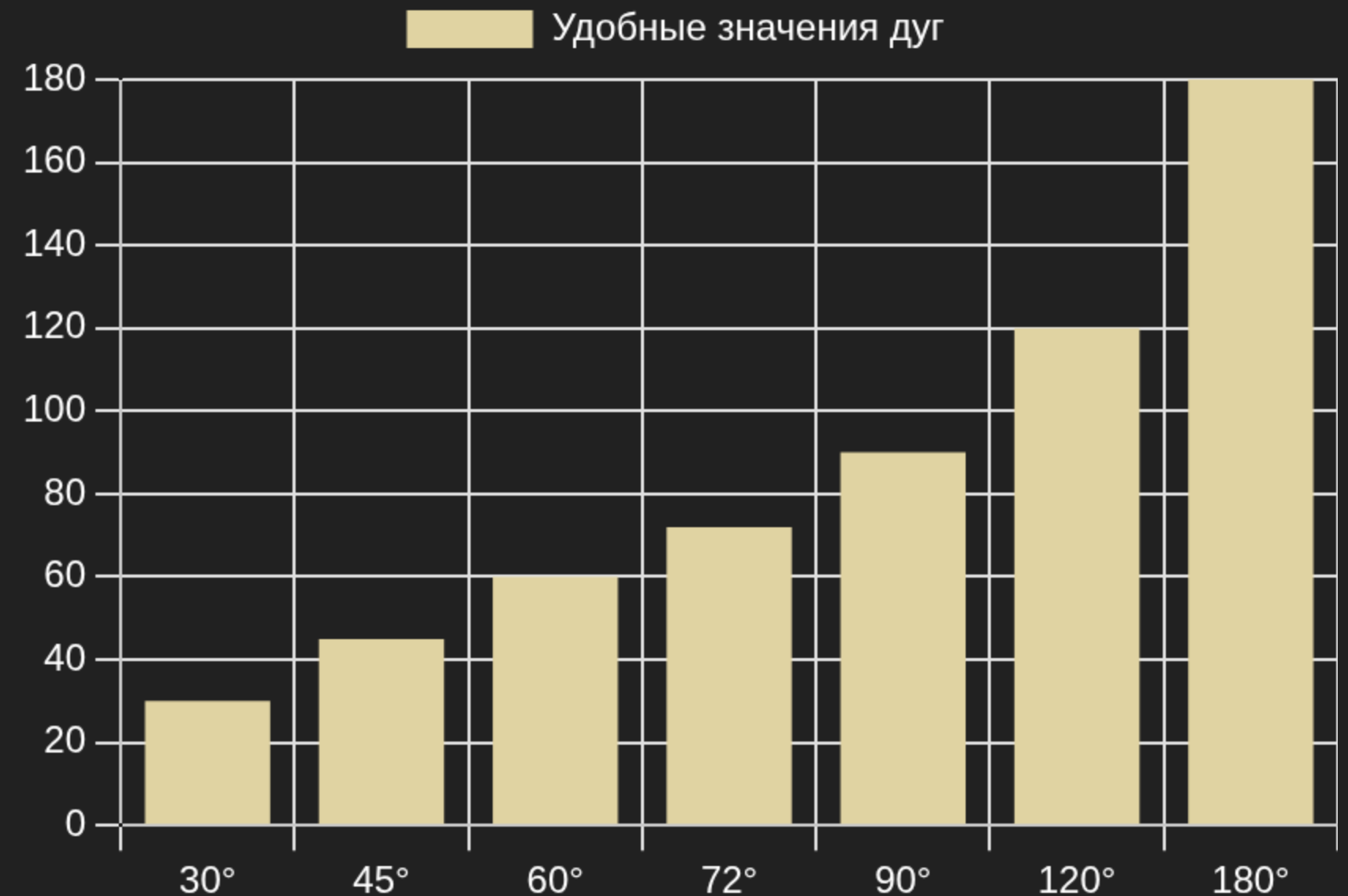
Вписанный угол

Когда вписанный угол равен 35° , соответствующая дуга вдвое больше: $35^\circ \times 2 = 70^\circ$. Здесь важно помнить, что угол всегда составляет половину дуги.

Часто встречающиеся значения дуг

Эти величины легко делят окружность на равные части и часто встречаются в чертежах, построениях и задачах на правильные многоугольники.

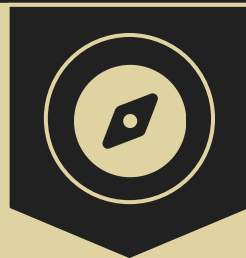
Чем проще деление окружности, тем чаще используется значение. Поэтому особенно полезны углы 45° , 60° , 90° и 180° .



Школьные задачи по геометрии; типовые значения, используемые при делении окружности.



Где применяются точные измерения дуг



Построения

В геометрических построениях дуги помогают точно откладывать части окружности и проверять, равны ли они между собой. Это важно при работе с чертежами и циркулем.



Черчение

В черчении градусная мера дуги нужна для аккуратной разметки деталей и симметричных форм. Она помогает переносить размеры без лишних приближений.



Навигация

При навигации и моделировании движения дуги позволяют описывать поворот и направление объекта. Так проще понимать изменения положения на круговой траектории.



Круговые модели

В математических моделях и диаграммах дуги показывают доли целого. Благодаря этому легче сравнивать части круга и объяснять результаты наглядно.

Краткая памятка по теме

Эта памятка собирает основные правила, которые нужны для решения задач на дуги окружности.

Памятка объединяет все ключевые связи темы. Если помнить эти пять правил, можно быстро решать большинство стандартных задач.

Правило	Запись
Дуга = угол	равны
Большая дуга	$360^\circ - \text{малая}$
Полуокружность	180°
Малая + большая	360°
Вписанный угол	$\frac{1}{2}$ дуги

Итоги изучения градусной меры дуги

- Градусная мера дуги показывает, какую часть окружности занимает участок между двумя точками. Зная центральный или вписанный угол, можно быстро найти нужную дугу и точно решить задачу.