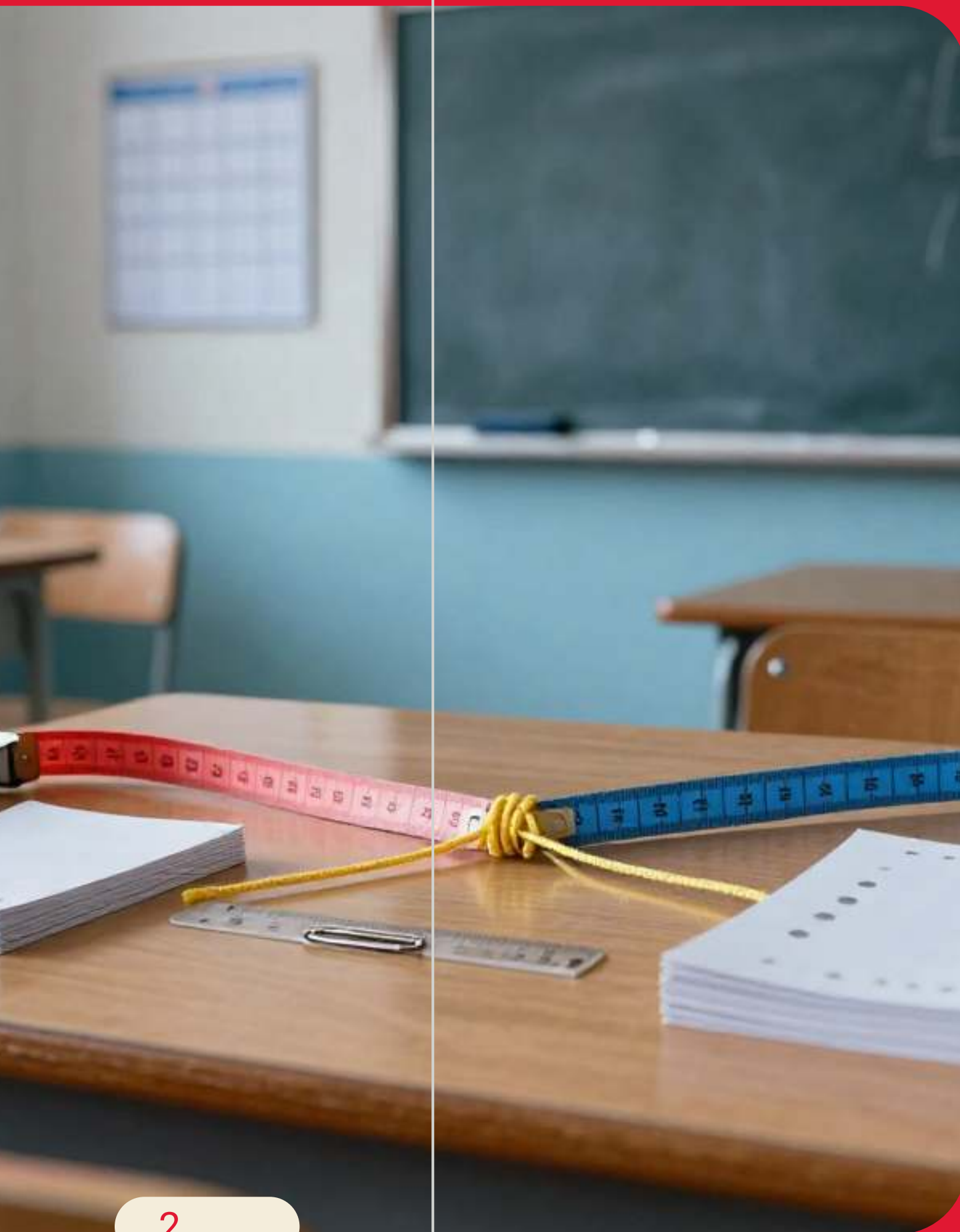




Решение систем линейных уравнений

Находим пару чисел, подходящую всем уравнениям сразу.



Где встречаются системы уравнений

Системы помогают решать практические задачи про покупки, движение, возраст и сравнение величин. Они связывают арифметику, алгебру и координатную плоскость, поэтому особенно важны в 7 классе.

2

переменные задают одну прямую на координатной плоскости

Именно такое уравнение можно изображать графически и затем искать общие точки с другой прямой.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Что считается решением системы

01

Пара чисел

Решением системы считается только такая пара значений, которая делает верными оба уравнения одновременно. Если выполняется лишь одно условие, ответ не подходит.

02

Проверка подстановкой

Найденные числа нужно подставить в каждое исходное уравнение. Совпадение левой и правой частей подтверждает, что решение найдено правильно и без ошибок.

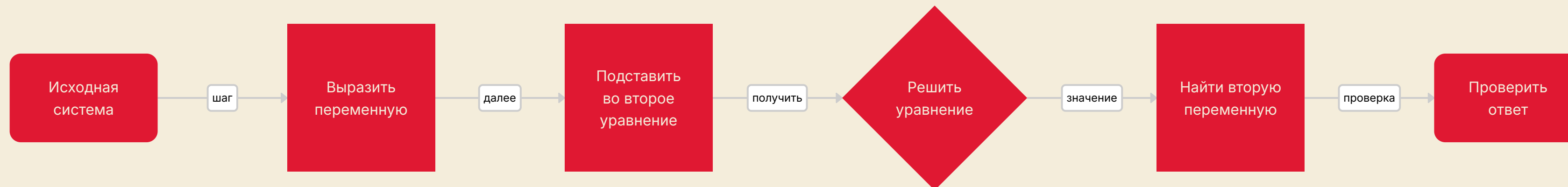
03

Пример решения

Для системы $x + y = 5$ и $x - y = 1$ подходит пара $(3; 2)$, потому что она удовлетворяет обоим уравнениям сразу.

Как решить систему подстановкой

Алгоритм показывает последовательность действий при переходе от двух уравнений к одному неизвестному.



Подстановка на простом примере

Две записи одной прямой

Если записать систему как $y = 10 - x$ и $x + y = 10$, становится видно, что обе формулы описывают одну и ту же зависимость между переменными.

Подстановка без изменения

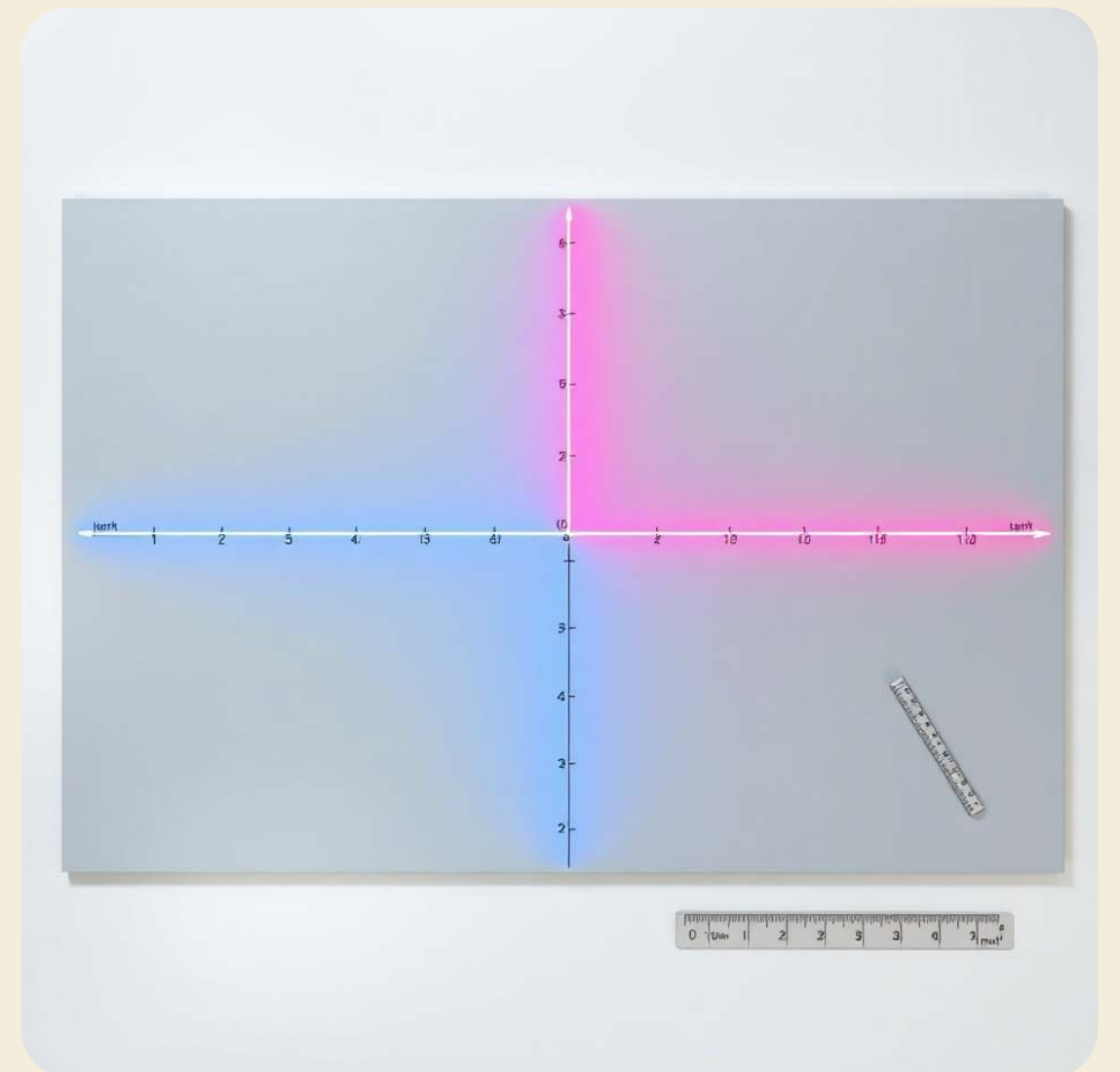
После подстановки выражения из первого уравнения во второе получается $x + (10 - x) = 10$. Переменная исчезает, и остается верное равенство $10 = 10$.

Бесконечно много ответов

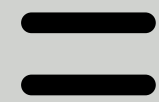
Так как уравнения совпадают по смыслу, любая пара чисел, удовлетворяющая одному из них, подходит и ко второму. Значит, решений бесконечно много.

Графическое объяснение

На координатной плоскости это означает, что изображается одна и та же прямая. Поэтому две линии не пересекаются в одной точке, а полностью совпадают.



Когда удобно использовать способ сложения



Противоположные коэффициенты

Если у одной переменной коэффициенты уже противоположны, при сложении она сразу исчезает. Это делает решение короче и помогает быстрее перейти к одному уравнению.



Можно уравнивать коэффициенты

Если числа перед переменной не подходят, одно или оба уравнения можно умножить на подходящее число. После этого сложение снова станет удобным и понятным.



Быстрый переход к ответу

Способ особенно полезен, когда не хочется длинно выражать переменную. Он часто дает короткую цепочку преобразований и уменьшает количество лишних вычислений.

Способ сложения на примере

01

Записываем систему

Берем уравнения $2x + y = 9$ и $3x - y = 6$. Здесь коэффициенты при y противоположные, поэтому складывать уравнения удобно сразу.

02

Складываем уравнения

При сложении получаем $5x = 15$, потому что y и $-y$ взаимно уничтожаются. Теперь осталось решить простое уравнение с одной переменной.

03

Находим x

Делим обе части на 5 и получаем $x = 3$. Это значение сразу подставляем в одно из исходных уравнений, чтобы найти вторую переменную.

04

Находим y

Из первого уравнения $2 \cdot 3 + y = 9$, значит $y = 3$. Теперь получена полная пара значений, подходящая для системы.

05

Проверяем результат

Подстановка в оба уравнения дает верные равенства: $2 \cdot 3 + 3 = 9$ и $3 \cdot 3 - 3 = 6$. Это подтверждает правильность ответа.

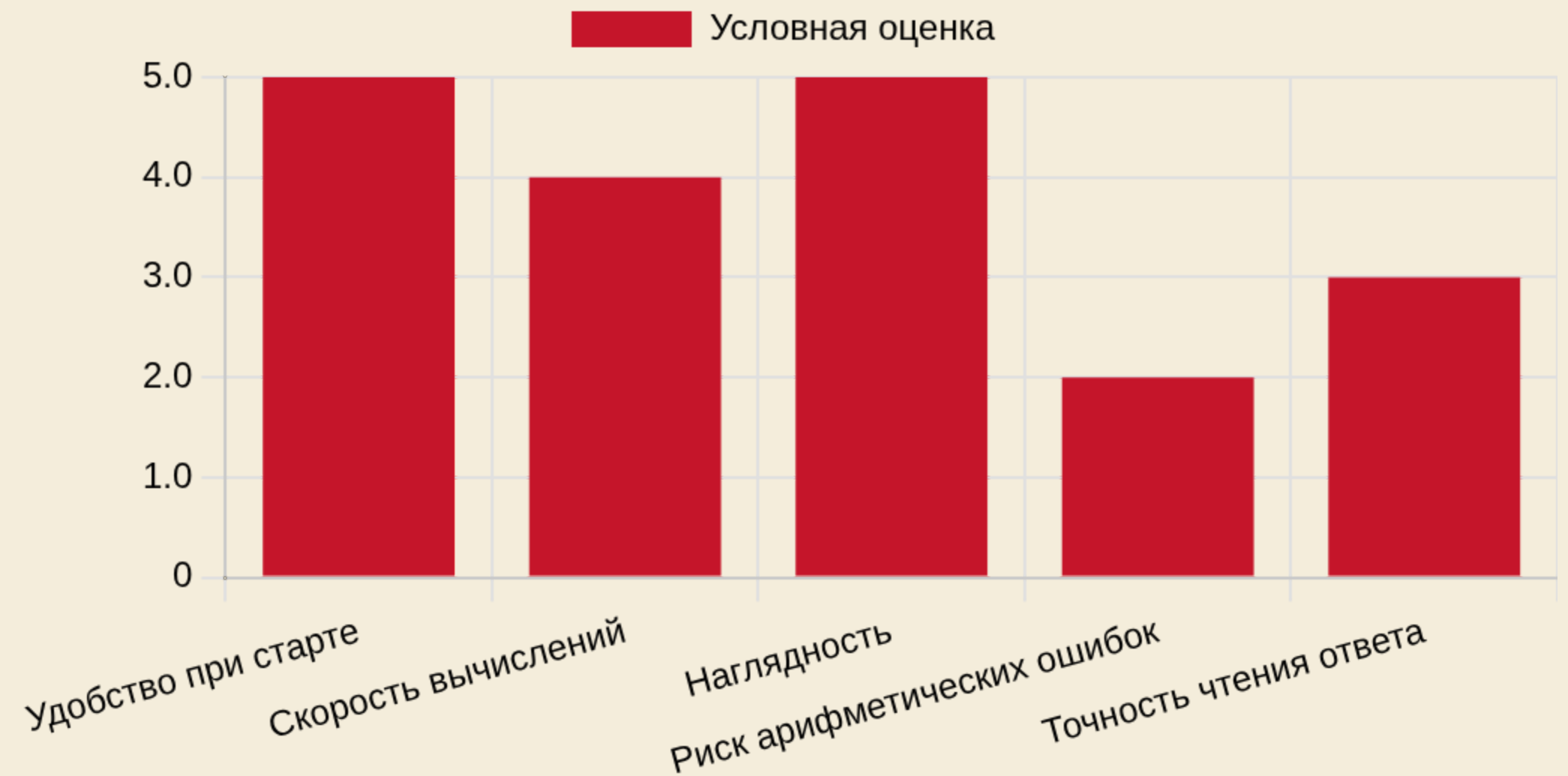


Сравнение трех способов решения

Диаграмма показывает не точные измерения, а удобство каждого способа для учебных задач. Выбор зависит от того, как записана система.

Подстановка и сложение чаще всего удобнее в 7 классе, а графический способ лучше всего помогает увидеть смысл решения.

Обобщение по школьному курсу алгебры, 7 класс



Как выглядит решение на графике

Построение прямых

Каждое линейное уравнение с двумя переменными изображается прямой на координатной плоскости. Для системы строят сразу две прямые по их уравнениям.

Общие точки

Если прямые пересекаются, их единственная общая точка дает одно решение системы. Ее координаты подходят сразу обоим уравнениям.

Особые случаи

Параллельные прямые не имеют общих точек, поэтому решений нет. Совпадающие прямые означают, что решений бесконечно много, потому что все точки общей прямой подходят.

Сколько решений может иметь система

Три основных случая зависят от взаимного положения двух прямых на координатной плоскости.

По виду прямых сразу можно понять, сколько решений имеет система: одно, ни одного или бесконечно много.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Случай	Признак	Решений
Пересекаются	1 общая точка	1
Параллельны	общих точек нет	нет
Совпадают	прямые одинаковы	беск. много

Проверка найденного ответа



Подстановка в оба уравнения

Найденные значения подставляют сначала в первое, затем во второе уравнение. Если в обоих случаях левая и правая части равны, ответ действительно подходит системе.



Внимание к знакам

Особенно важно аккуратно считать со скобками, дробями и отрицательными числами. Одна ошибка в знаке может полностью изменить результат и сделать решение неверным.



Проверка после преобразований

Если при решении уравнения были переносы слагаемых или умножение обеих частей, проверка помогает заметить потерю знака, неверное раскрытие скобок или ошибку в вычислениях.



Смысл ответа

Даже правильные вычисления нужно сверить с условием задачи. Иногда математический ответ формально верен, но не подходит по смыслу текста или по ограничениям задачи.

Типичные ошибки при решении систем

01

Неверный знак

При переносе слагаемого часто забывают поменять знак. Из-за этого меняется всё уравнение, и итоговая пара чисел уже не может быть решением системы.

02

Скобки и распределение

Если уравнение содержит скобки, важно правильно раскрыть их перед преобразованиями. Пропуск одного множителя или ошибочный знак внутри скобок приводит к неверному ответу.

03

Путаница переменных

Иногда ученики смешивают x и y или теряют одно из значений после подстановки. Чтобы избежать этого, полезно записывать каждый шаг отдельно и понятно.

04

Нет проверки

Без проверки легко не заметить арифметическую ошибку или случайную неточность. Подстановка ответа в исходные уравнения занимает мало времени, но сильно повышает надёжность решения.

05

Ошибки в задаче

В текстовых задачах важно правильно обозначить неизвестные и учесть все данные условия. Если выбрать обозначения неудачно, система получится неверной ещё до начала вычислений.

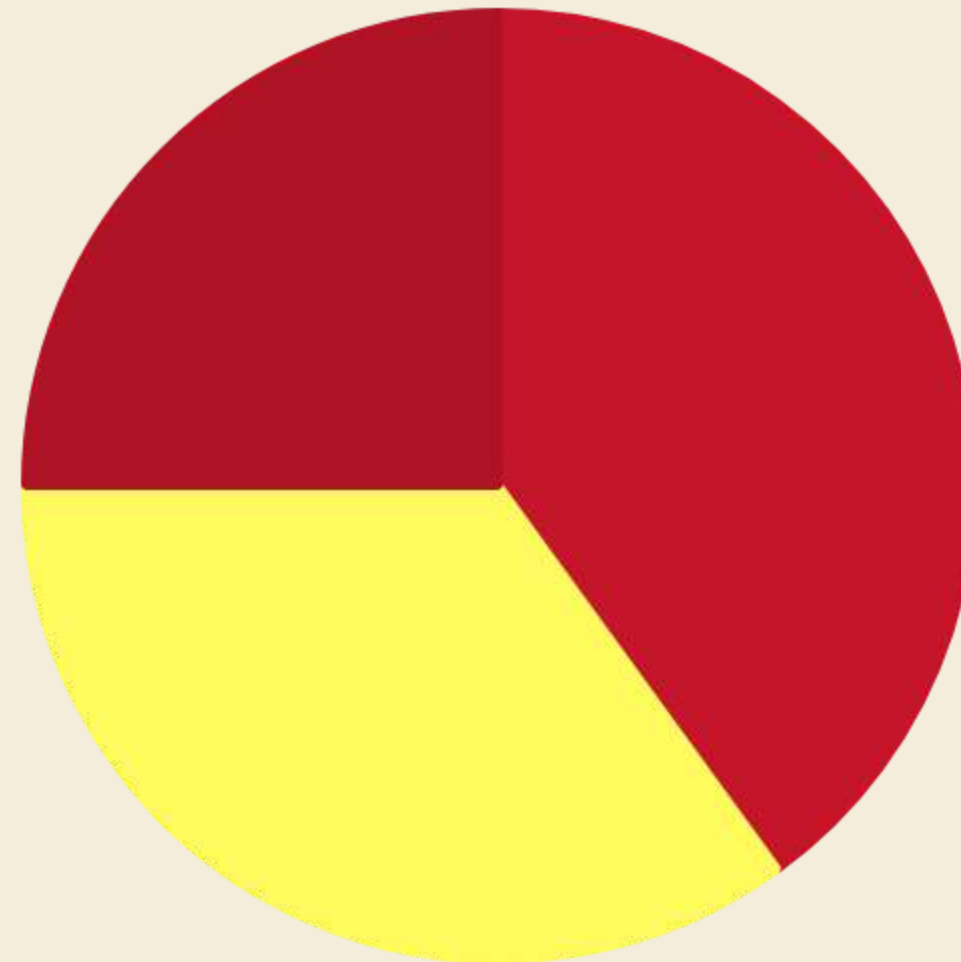
Какой способ выбрать в разных случаях

Выбор зависит от вида уравнений и того, что нужно увидеть: точный ответ или наглядную картину.

Подстановка и сложение чаще всего подходят для вычислений, а графический способ особенно полезен для понимания числа решений.

Обобщение по теме «Системы линейных уравнений», школьный курс алгебры, 7 класс

Подстановка Сложение Графический способ



Текстовая задача про билеты

01

Обозначаем неизвестные

Пусть x — число взрослых билетов, а y — число детских. Тогда можно записать первое условие: всего купили 8 билетов, значит $x + y = 8$.

02

Записываем стоимость

Второе условие связано с деньгами. Каждый взрослый билет стоит 300 рублей, каждый детский — 150 рублей, поэтому получаем уравнение $300x + 150y = 1800$.

03

Решаем систему

После составления системы выбирают удобный способ решения. Здесь можно выразить одну переменную из первого уравнения и подставить её во второе.

04

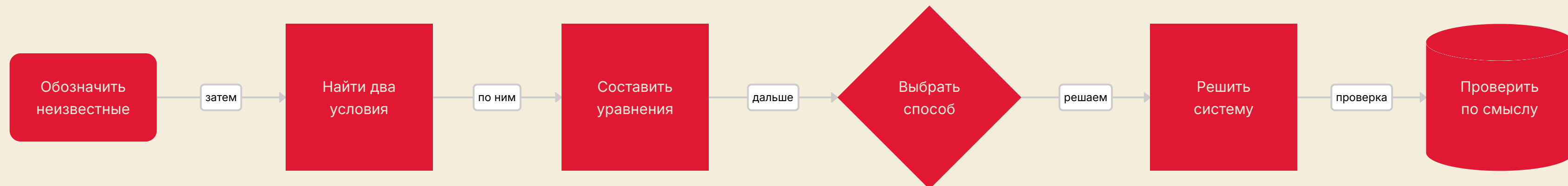
Проверяем смысл

Найденный ответ нужно сверить с условием задачи: количество билетов должно быть целым, а сумма оплаты — точно совпадать с указанной в тексте.



Как составить систему по текстовой задаче

Алгоритм построен по шагам школьного курса алгебры, 7 класс



Особые случаи: нет решений и бесконечно много решений



Нет решений

Если после преобразований получается неверное равенство, например $0 = 5$, система не имеет решений. Это означает, что прямые параллельны и не пересекаются.



Бесконечно много решений

Если выходит верное равенство, например $0 = 0$, система имеет бесконечно много решений. В этом случае обе записи описывают одну и ту же прямую.



Геометрический смысл

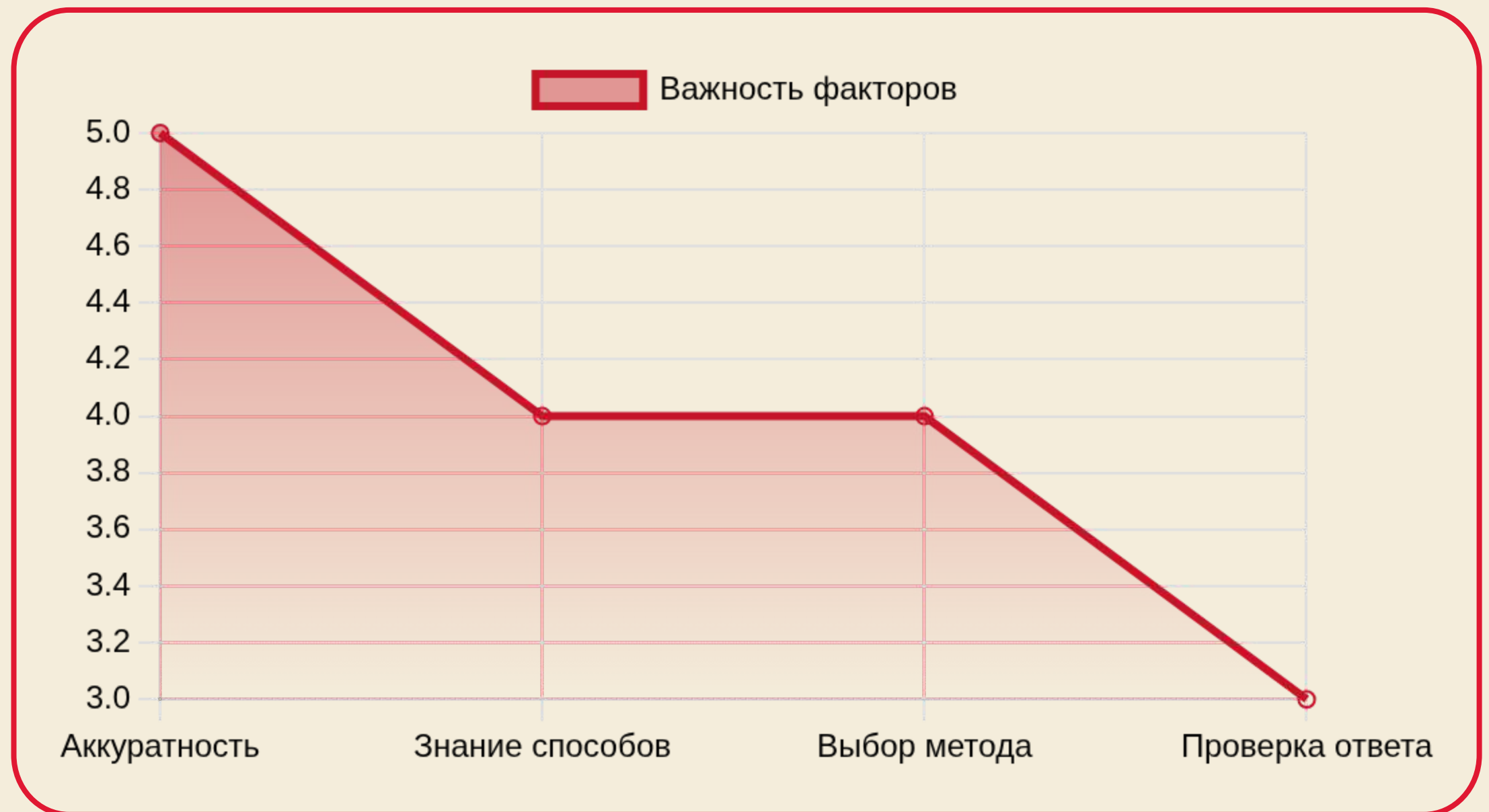
Особые случаи показывают, что у системы не всегда бывает одна единственная пара чисел. Всё зависит от того, как расположены две прямые на координатной плоскости.

Что сильнее всего помогает решить систему правильно

На успех влияет не только знание правил, но и привычка записывать действия без спешки и лишних сокращений.

Аккуратность даёт самый большой вклад, а проверка ответа помогает снизить риск случайной ошибки.

Обобщение учебных умений по теме, школьный курс алгебры, 7 класс



Краткий справочник по способам решения

Три способа удобно сравнить по ситуации применения и по главному преимуществу каждого.

Для вычислений чаще всего выбирают подстановку или сложение, а графический способ лучше использовать для понимания расположения прямых.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Способ	Когда применять	Главный плюс
Подстановка	переменная выражена	одно уравнение
Сложение	коэффициенты удобны	быстрое сокращение
Графический	нужна наглядность	видно пересечение

Главная идея темы

Системы линейных уравнений связывают алгебру и геометрию: они помогают находить неизвестные, понимать число решений и проверять ответ. Эти навыки особенно важны в 7 классе.