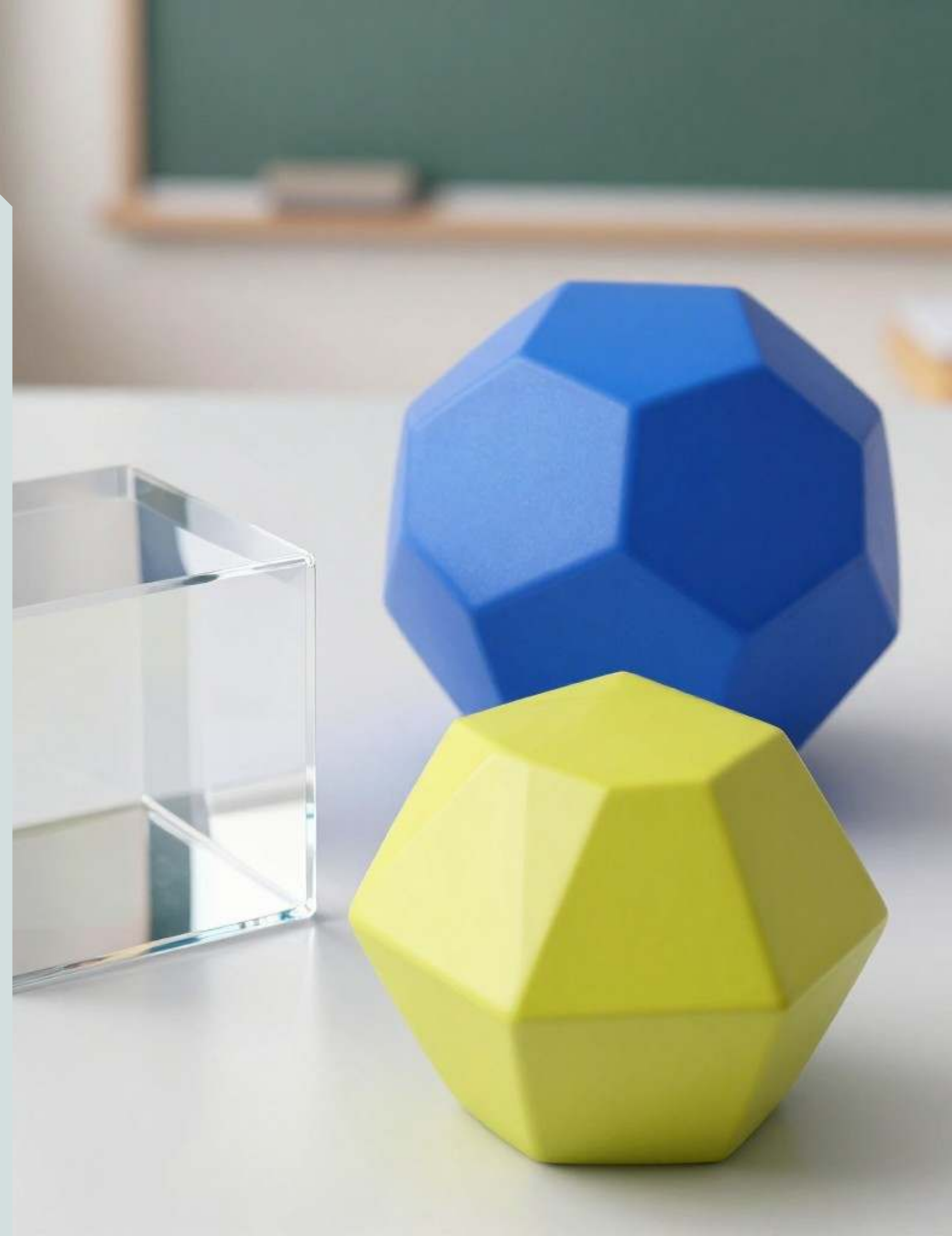


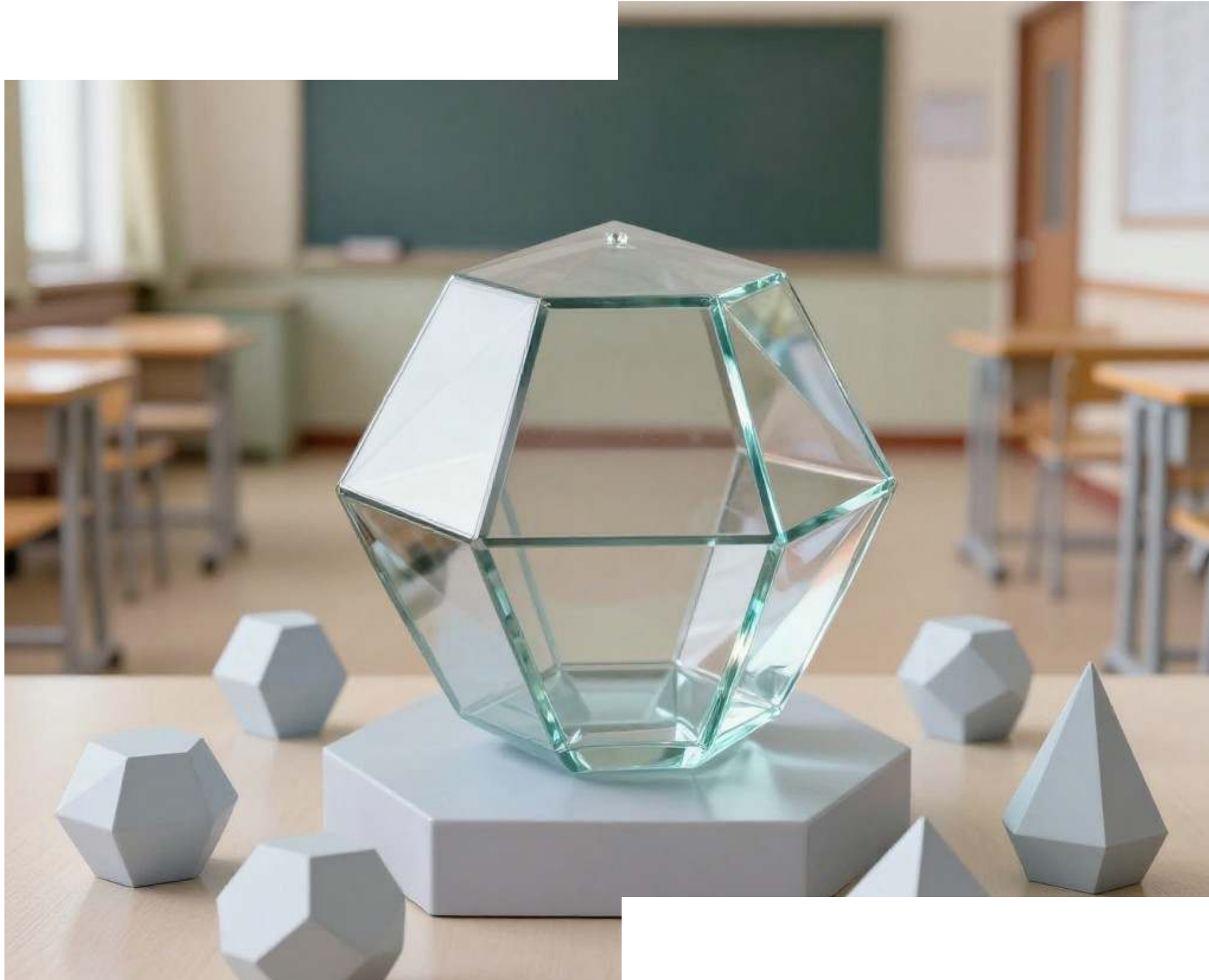
# Выпуклые многогранники: что это за фигуры и где они встречаются

Выпуклые многогранники помогают понять, как геометрия описывает объекты в пространстве.



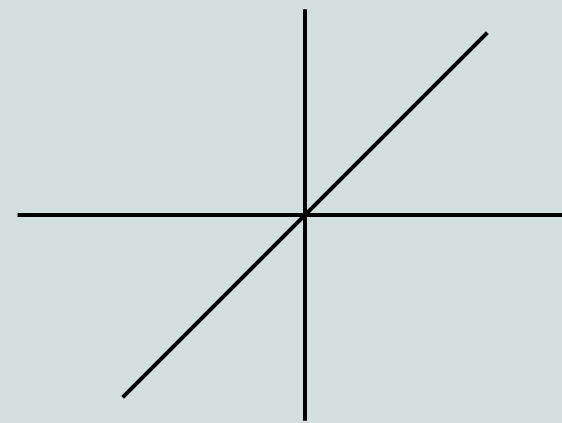
# Почему тема выпуклых многогранников в 9 классе важна

---



В 9 классе многогранники связывают чертежи и свойства тел: закрепляются понятия вершин, рёбер и граней. Выпуклые многогранники встречаются в кристаллах, упаковке, архитектуре и компьютерных моделях — значит, тема пригодится на практике.

Выпуклый многогранник не имеет «впадин»: любая прямая часть, соединяющая точки тела, остаётся внутри. Поэтому все грани расположены по разные стороны соответствующих плоскостей.



# Любые две точки

Отрезок между любыми двумя точками целиком лежит внутри фигуры.

Школьный курс геометрии (определение выпуклости многогранника).

# Основные элементы многогранника



## Грани

Грань — это плоский многоугольник, который образует часть поверхности многогранника. По граням удобно рассматривать форму тела и сравнивать разные многогранники между собой.



## Рёбра

Ребро — отрезок, по которому пересекаются две грани. Именно рёбра задают «каркас» многогранника и определяют, как грани соединяются друг с другом.



## Вершины

Вершина — это точка, в которой сходятся несколько рёбер. Через вершины описывают углы и точки пересечения элементов, необходимые для подсчётов.

# Сравнение количества граней, рёбер и вершин

Если смотреть только на общее число элементов, многогранники становятся «сложнее»: у одних больше граней, у других — больше рёбер и вершин.

Чем выше количество граней и вершин, тем чаще растёт и число рёбер: элементы связаны и не существуют по отдельности.

# Формула Эйлера для выпуклых многогранников

---

01

Для любого выпуклого многогранника выполняется связь между тремя числами:  $V$  — число вершин,  $\Gamma$  — число граней,  $P$  — число рёбер. Она записывается как  $V + \Gamma = P + 2$ .

---

02

Эта формула работает именно для выпуклых многогранников и помогает проверять вычисления после подсчёта элементов на модели или чертеже. Ошибка в одном числе сразу «всплывает».

---

03

Например, для куба:  $8 + 6 = 12 + 2$ , а для тетраэдра:  $4 + 4 = 6 + 2$ . Значит, подсчёт согласован с общим законом геометрии.

---

# Как проверить выпуклость фигуры

Опора на определение выпуклости через отрезки между точками.



# Куб как самый наглядный пример выпуклого многогранника



## Сколько у куба элементов

У куба 6 одинаковых квадратных граней, 12 рёбер и 8 вершин. У всех граней одинаковая форма, а рёбра встречаются под одинаковыми углами, поэтому куб легко узнавать.

## Где встречается куб

Куб можно увидеть в игровых костях, коробках и строительных блоках. Его также используют в учебных моделях: так проще связать рисунок, подсчёт элементов и геометрические свойства.

# Правильные многогранники и их признаки

01

Правильный многогранник отличается строгой «симметрией»: все грани одинаковые, рёбра равны по длине, а плоские углы при вершинах одинаковы. Поэтому его элементы выглядят одинаково везде.

02

Таких многогранников существует ровно пять. Их называют платоновыми телами — это особый, выделенный в геометрии класс выпуклых многогранников, который часто рассматривают отдельно.

03

Платоновы тела: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Они удобны для изучения, потому что их можно точно описать числами граней, рёбер и вершин.

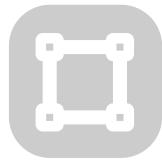
# Пять правильных многогранников

В таблице собраны основные характеристики платоновых тел: число граней, вид граней, число рёбер и вершин.

У всех пяти правильных многогранников выполняется формула Эйлера, поэтому их численные характеристики согласуются между собой.

| Название  | Грани         | Рёбра | Вершины |
|-----------|---------------|-------|---------|
| Тетраэдр  | Треугольники  | 6     | 4       |
| Куб       | Квадраты      | 12    | 8       |
| Октаэдр   | Треугольники  | 12    | 6       |
| Додекаэдр | Пятиугольники | 30    | 20      |
| Икосаэдр  | Треугольники  | 30    | 12      |

# Развёртка многогранника



## Поверхность на плоскости

Развёртка показывает, как все грани многогранника можно разложить на плоскости. Каждая грань изображается как отдельный многоугольник, а линии сгиба соответствуют рёбрам.



## Складывание по рёбрам

Если по линиям рёбер аккуратно согнуть развёртку, она собирается в объёмную фигуру. По сути, развёртка помогает «представить» сборку без объёмного макета.



## Материалы и шаблоны

Развёртки применяют при изготовлении коробок, бумажных моделей, выкроек и шаблонов. Их удобно проверять заранее: по развёртке видно, где останется место под клапаны.

# Как меняется число граней и рёбер у правильных многогранников

Куб и октаэдр имеют одинаковое число рёбер, хотя граней у них разное. При переходе к додекаэдру и икосаэдру рёбер становится больше, и растёт общая «сложность» сетки.

Наблюдение по данным показывает связь: когда граней становится больше, обычно увеличивается и число рёбер, потому что каждый новый многоугольник добавляет соединения.

# Выпуклые многогранники в природе



## Форма кристаллов

У многих кристаллов заметны плоские грани и прямые рёбра, близкие к выпуклым многогранникам. Такая «геометричность» отражает упорядоченное строение и условия роста.



## Устойчивость геометрии

Выпуклая форма обычно энергетически выгодна: она не требует «впадин», поэтому поверхность получается устойчивой. Поэтому природные кристаллы часто выглядят как правильные или близкие к ним тела.



## Связь с внутренним строением

Плоские участки связаны с тем, как атомы располагаются в решётке. Грани формируются там, где рост идёт более равномерно, а рёбра — на границе разных направлений роста.

# Многогранники в архитектуре и дизайне



01

Геодезические купола: прочность треугольной сетки

Геодезический купол собирается из множества одинаковых треугольных элементов, образующих многогранную поверхность. Такая сетка распределяет нагрузку и делает конструкцию лёгкой и прочной. Визуально это похоже на «геометрический каркас», который трудно представить без многогранников.



02

Фасады с многогранными ячейками

В современных фасадах часто используют треугольные и многоугольные ячейки: они дают интересный ритм и помогают «разложить» плоскость на элементы. Когда формы выпуклые, линии стыков выглядят чётко, а конструкция воспринимается логично. Поэтому дизайн опирается на привычную школьную геометрию.



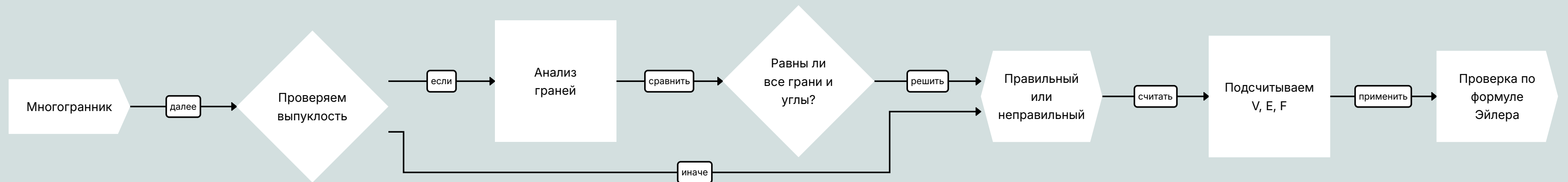
03

Декоративные объекты как демонстрация объёма

Многогранные скульптуры и арт-объекты создают эффект объёма за счёт граней, которые встречаются по рёбрам. Геометрия становится частью художественного замысла: зритель видит структуру поверхности, а не только оболочку. Такие формы хорошо воспринимаются и в реальности, и на фотографиях.

# Классификация многогранников по шагам

Логическая последовательность действий при разборе формы многогранника



# Почему выпуклые многогранники удобны для вычислений

У выпуклых многогранников проще отслеживать границы: поверхность состоит из плоских граней без «впадин». Поэтому легче корректно подсчитать вершины, рёбра и грани и не запутаться в схеме.

Для таких тел работает формула Эйлера, связывающая числа  $V$ ,  $E$  и  $F$ . Это даёт быстрый способ проверки: если после подсчёта получается неверное равенство, значит где-то пропущен элемент.

Во многих задачах поверхность можно разбить на плоские многоугольники, а объём оценивать через известные свойства простых тел. Отсутствие прогибов облегчает чертежи, модели и расчёты по шагам.

# Где используются выпуклые многогранники

Диаграмма показывает набор сфер применения, где многогранные формы встречаются чаще всего. Она не отражает доли рынка и опирается лишь на перечень направлений из примеров.

Общий вывод: многогранники «работают» сразу в материальном мире (упаковка, кристаллы, архитектура) и в цифровом (игры, 3D-моделирование), потому что формы удобно проектировать и строить по шаблонам.

# Типичные ошибки при изучении темы

---

Путаница грани и ребра: грань — плоская поверхность (многоугольник), а ребро — отрезок, где сходятся две грани. Если смешать определения, ошибаются и в подсчётах элементов.

---



---

Считают выпуклой фигуру с «вдавлением» на поверхности. В такой области отрезок между внутренними точками может частично выходить наружу, поэтому фигура становится невыпуклой.

---



---

Иногда забывают, что каждая грань многогранника должна быть плоским многоугольником. Если «поверхность» искривлена и не является плоской, это уже не грань многогранника в школьном смысле.

---



---

Ошибки в количестве вершин, рёбер и граней приводят к неверной проверке формулы Эйлера. Поэтому подсчёт всегда полезно перепроверять по рисунку или по развёртке.

---



# Сравнение выпуклых и невыпуклых фигур

| Признак               | Выпуклые               | Невыпуклые                         | Пример                                  |
|-----------------------|------------------------|------------------------------------|-----------------------------------------|
| Отрезок между точками | Остаётся внутри        | Может выходить наружу              | «Согнутый» многоугольник/тело с выемкой |
| Впадины               | Отсутствуют            | Есть углубления                    | Форма с «вдавливением»                  |
| Грани                 | Плоские многоугольники | Часто нарушается требование граней | Фигура с кривой поверхностью            |
| Формула Эйлера        | Выполняется            | Может не выполняться               | Неправильное расположение элементов     |

В таблице сопоставлены ключевые признаки: поведение отрезка между внутренними точками, наличие впадин, плоскость граней, связь с формулой Эйлера и примеры.

Ключевой вывод: выпуклость делает поведение фигуры «предсказуемым» — отрезки внутри, нет впадин, легче корректно подсчитать элементы и применить формулы.

# Итог: геометрия выпуклых многогранников и реальные модели

Выпуклые многогранники состоят из плоских граней, рёбер и вершин, а их внутренняя область не содержит впадин. Формула Эйлера связывает  $V$ ,  $E$  и  $F$ , а пять платоновых тел образуют особый класс.