

Решение задач с помощью пропорций

Пропорции помогают быстро находить неизвестные величины в жизненных задачах.

Пропорции вокруг нас

Пропорции встречаются в магазинах, на картах, в рецептах и при расчёте времени в пути. Они помогают увидеть связь между величинами и решать задачи быстрее и понятнее.



Что такое отношение и пропорция

Отношение показывает, как одна величина сравнивается с другой: во сколько раз больше, меньше или какую часть составляет, например 2 к 3 или 5 к 10.

Пропорция — это равенство двух отношений. Запись $2:3 = 4:6$ означает, что обе части выражают одинаковую связь между числами.

В пропорции всегда четыре числа. Первое и последнее называют крайними членами, а два средних — средними членами пропорции.

Главное свойство пропорции: произведение крайних членов равно произведению средних. Именно это правило позволяет находить неизвестный член.

Это свойство делает пропорции удобным инструментом для решения задач с неизвестным числом.

4

числа связаны в пропорции
и позволяют проверять
равенство произведений
крайних и средних членов.

Основные виды задач на пропорции

Тип	Что известно	Что найти
Покупки	цена или количество	стоимость
Масштаб	длина на карте	реальное расстояние
Деление	целое и отношение	части

Во всех этих задачах одна величина связана с другой и может быть найдена через пропорцию.

В задачах меняется предмет, но способ рассуждения похож: нужно связать две величины и сохранить одинаковый порядок записи.



Сначала определяем величины

Какие данные нужны

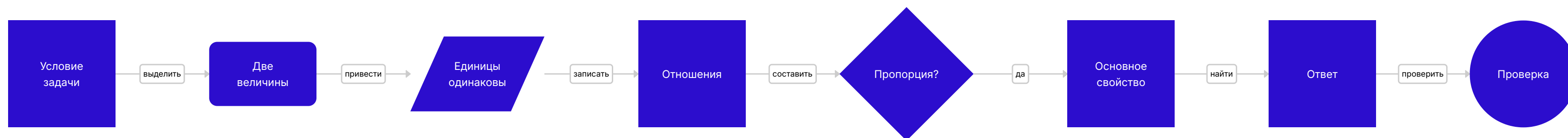
Сначала находят две связанные величины и приводят их к одинаковым единицам измерения. Без этого невозможно правильно сравнить данные и составить верную пропорцию.

Как записать отношение

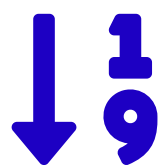
Далее записывают отношения в одном и том же порядке: например, сначала цену, потом количество. Если порядок сохранить, решение получится понятным и точным.

Как решать задачу через пропорцию

Последовательность действий помогает не пропустить важный шаг и избежать ошибок.

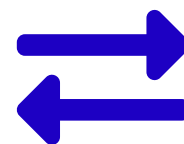


Почему важно сохранять порядок чисел



Одинаковый порядок

Если в первой дроби сначала записана цена, то и во второй части пропорции сначала должна стоять цена. Порядок величин должен совпадать полностью.



Иначе меняется смысл

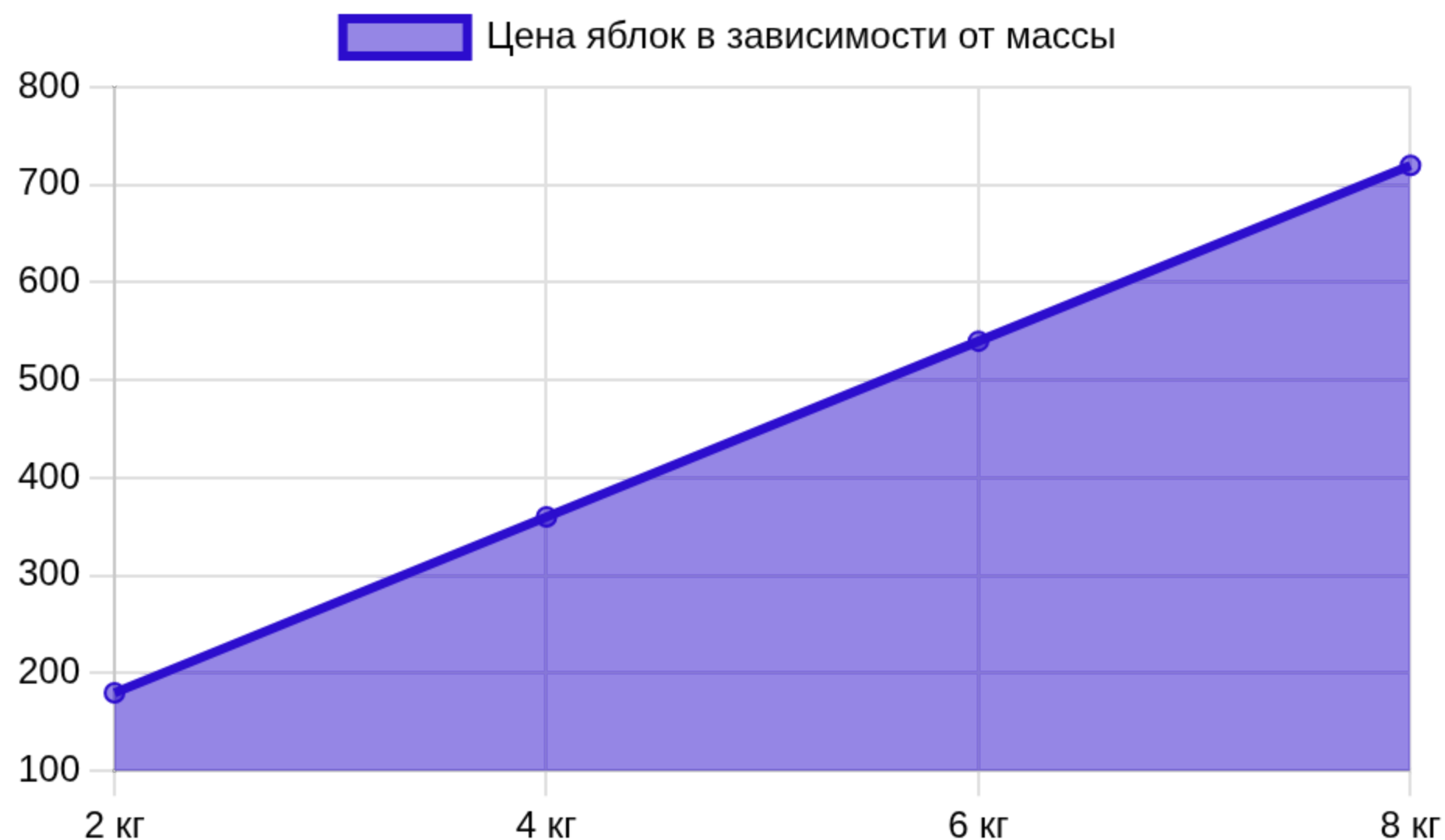
При перестановке чисел получаются другие отношения. Числа могут быть верными сами по себе, но уже не соответствуют условию задачи и нужной зависимости.



Проверяй запись

Ошибка в порядке часто приводит к убедительным вычислениям и неверному ответу. Поэтому перед решением важно ещё раз сравнить записи в обеих частях пропорции.

Пример прямой пропорциональности: цена и масса товара



Рост значений равномерный: каждые дополнительные 2 кг увеличивают стоимость на 180 рублей.

Цена за 1 кг остаётся постоянной, поэтому зависимость прямая и удобна для расчёта стоимости любого количества товара.

Решение задачи на покупку товара

Сначала находим цену одной тетради: $72 \div 3 = 24$ рубля. Это самый удобный первый шаг, потому что он переводит задачу к стоимости одной единицы.

Затем умножаем цену одной тетради на нужное количество: $24 \times 5 = 120$ рублей. Так легко получить стоимость покупки без лишних вычислений.

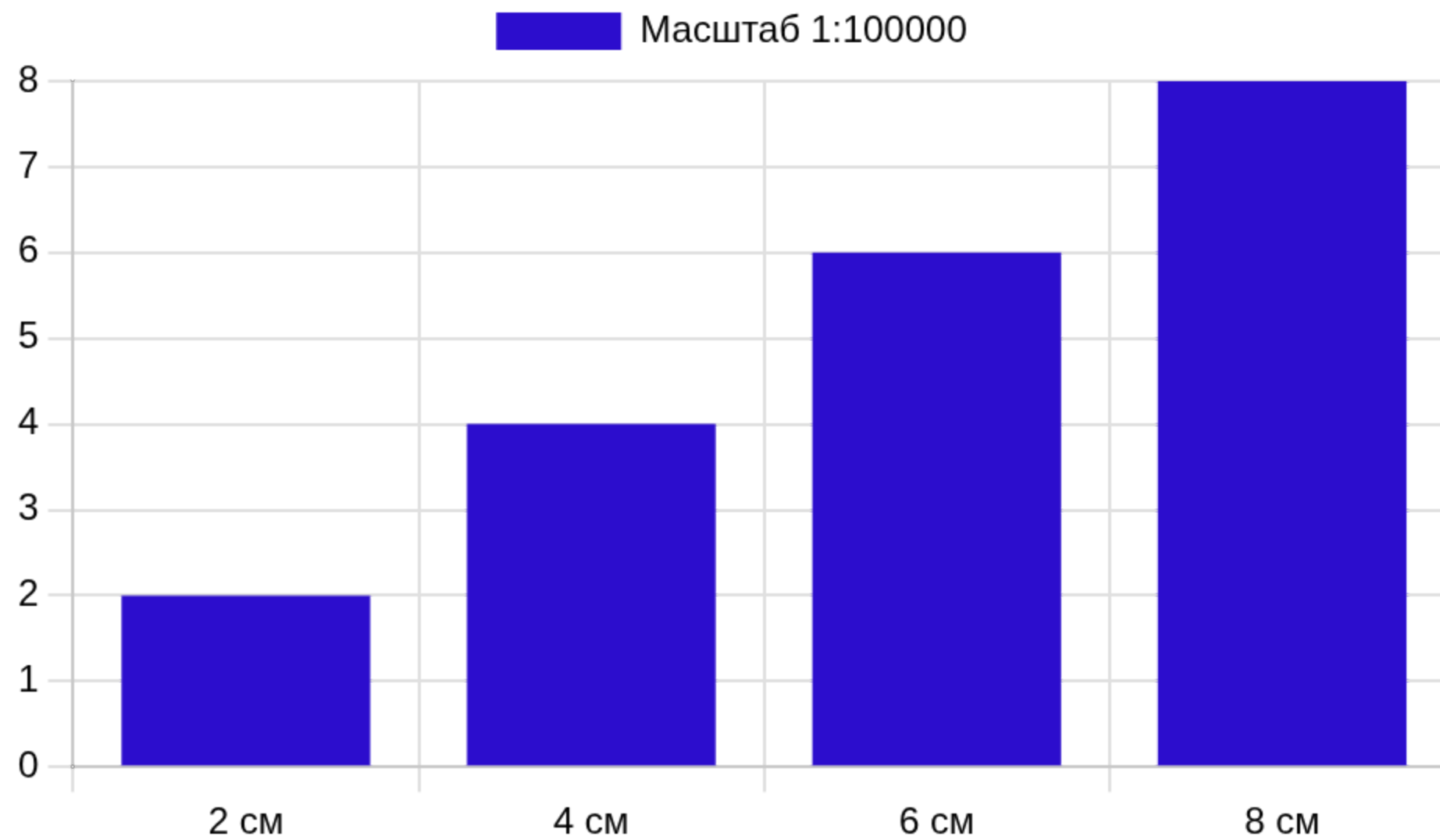
Проверка показывает, что ответ реалистичен: пять тетрадей стоят больше, чем три, а единица измерения совпадает с вопросом — рубли.

Масштаб на карте

- Масштаб 1:100000 означает, что каждый сантиметр на карте соответствует одному километру на местности. Поэтому расстояния сначала переводят в одинаковые единицы измерения.
- В таких задачах удобно сравнивать длину отрезка на бумаге и реальное расстояние. Это помогает быстро находить ответ без лишних вычислений и ошибок в единицах.



Связь длины на карте и реального расстояния



При таком масштабе каждый отрезок на карте сразу показывает соответствующее расстояние на местности в километрах.

Зависимость прямая: чем больше длина на карте, тем больше реальное расстояние.

Пропорции в задачах на скорость и время

1. Постоянная скорость

Если скорость не меняется, путь и время связаны пропорцией: чем дольше движение, тем больше расстояние.

2. Запись данных

Из условия выделяют скорость, время и расстояние и обязательно приводят единицы к одному виду: км, ч или мин.

3. Расчёт пути

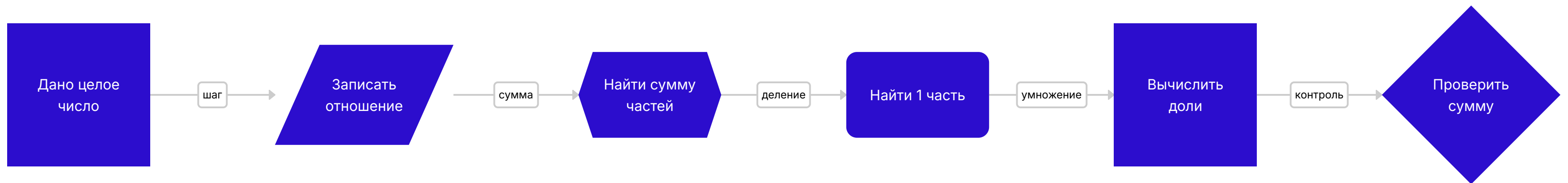
При скорости 4 км/ч за 3 часа получают 12 км, а за 5 часов — 20 км, потому что путь растёт вместе со временем.

4. Проверка смысла

Ответ сравнивают с условием: он должен быть реалистичным и соответствовать выбранным единицам измерения.

Как решаются задачи на деление в отношении

Последовательность действий при делении целого числа на части по заданному отношению.



30

можно разделить на две
части 12 и 18, если
отношение задано как 2:3.

Сначала находят число всех частей, затем
стоимость или величину одной части и только
после этого вычисляют каждую долю.

Какой способ решения выбрать

Разные задачи удобнее решать разными способами: важно выбрать тот, который лучше подходит по условию.

Выбор способа зависит от типа величин: цена, масштаб, скорость или деление на части.

Способ	Когда подходит	Главное действие
Через цену за 1	покупки	одна единица
Через пропорцию	сравнимые величины	равенство отношений
Через отношение частей	деление целого	сумма частей

Типичные ошибки в задачах на пропорции

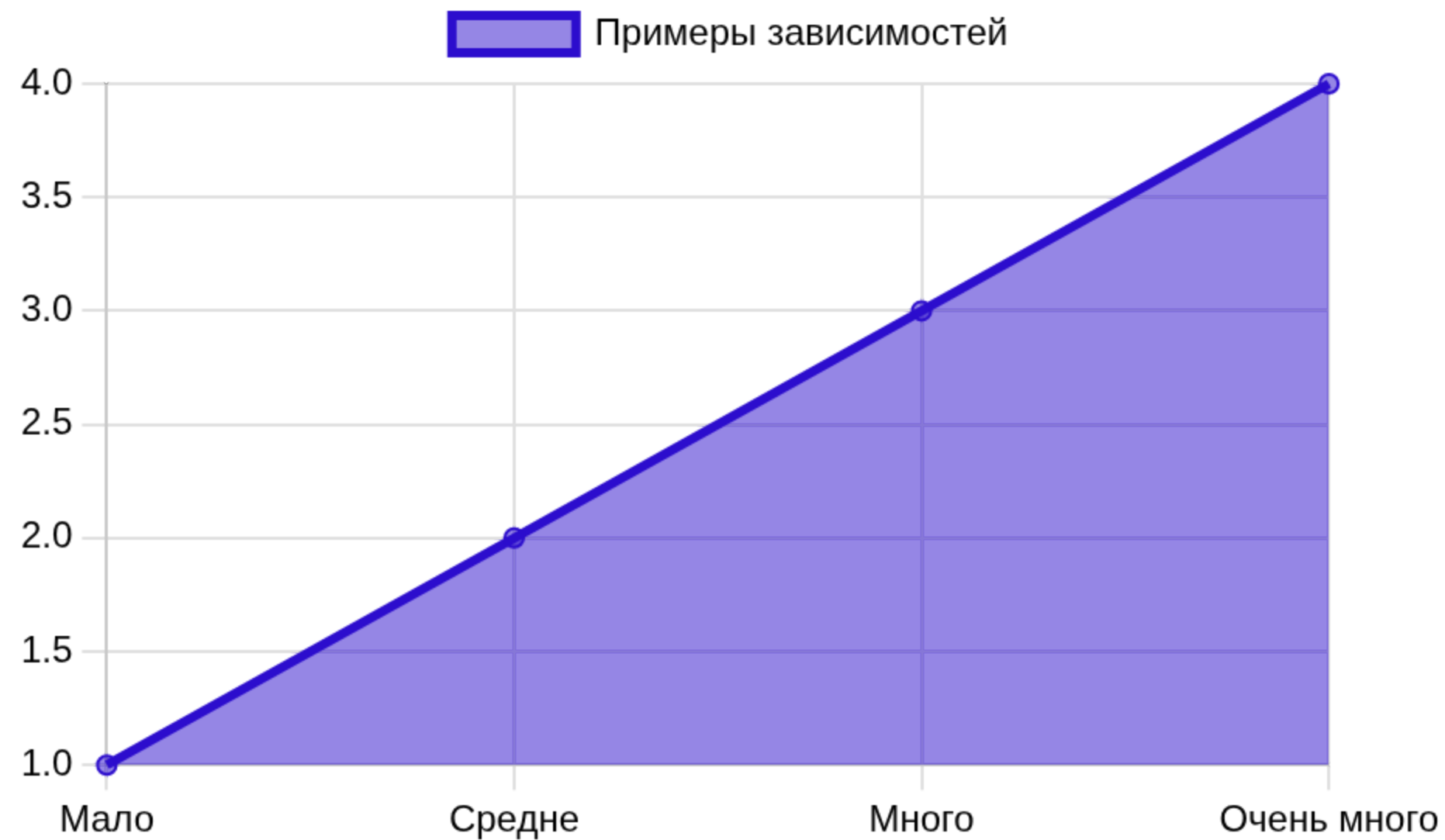
Часто забывают привести величины к одинаковым единицам: сантиметры к сантиметрам, километры к километрам, минуты к минутам. Из-за этого пропорция получается неверной уже на этапе записи.

Вторая ошибка — нарушить порядок величин. Если в одной дроби сначала записана цена, то и в другой части пропорции сначала должна стоять цена, а не количество.

Третья трудность связана с крайними и средними членами. Их путают при применении основного свойства, поэтому произведения составляют неправильно и получают неверный ответ.

Ещё одна ошибка — использовать пропорцию там, где зависимость не прямая. Перед вычислением нужно понять, как меняются величины: вместе, в разные стороны или без связи.

Прямая и обратная зависимость



В задачах важно определить вид связи между величинами ещё до вычислений, чтобы выбрать правильный способ решения.

Прямая зависимость растёт вместе, а обратная — уменьшается при увеличении другой величины.

Обобщение учебных примеров прямой и обратной зависимости

Проверка ответа после вычислений

Сначала сравнивают ответ с вопросом задачи: он должен отвечать именно на то, что спрашивали, а не на промежуточную величину или лишнее действие.

Затем проверяют единицы измерения и смысл числа. Если получается слишком большое или слишком маленькое значение, нужно пересмотреть вычисления и запись условий.

Полезно сделать дополнительную проверку: найти через цену одной единицы, выполнить обратное действие или снова составить пропорцию по полученному ответу.

Почему пропорции важны в 6 классе

Пропорции учат видеть связи между числами, аккуратно работать с единицами и быстро решать задачи про покупки, масштаб, скорость и деление в отношении.