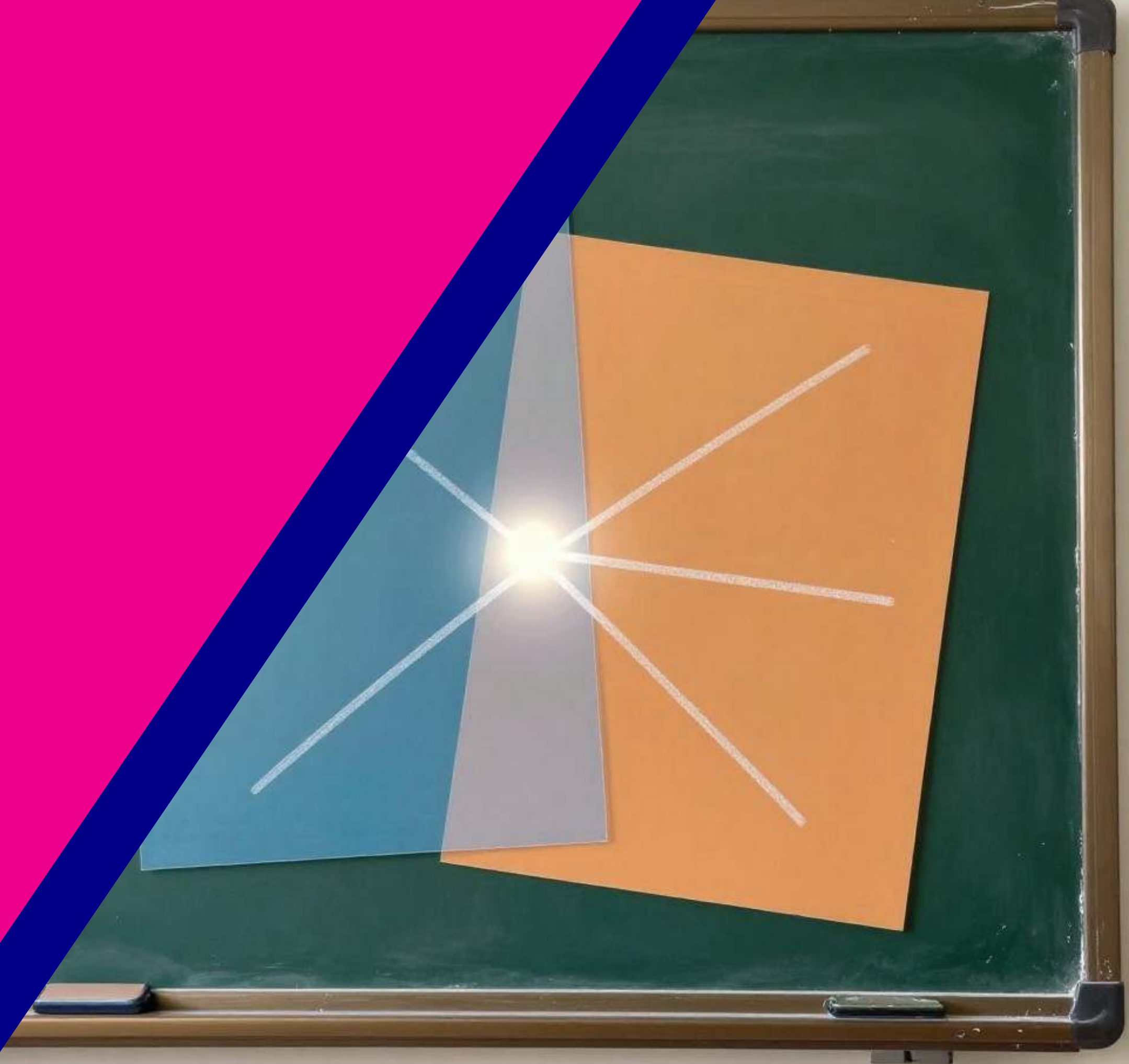


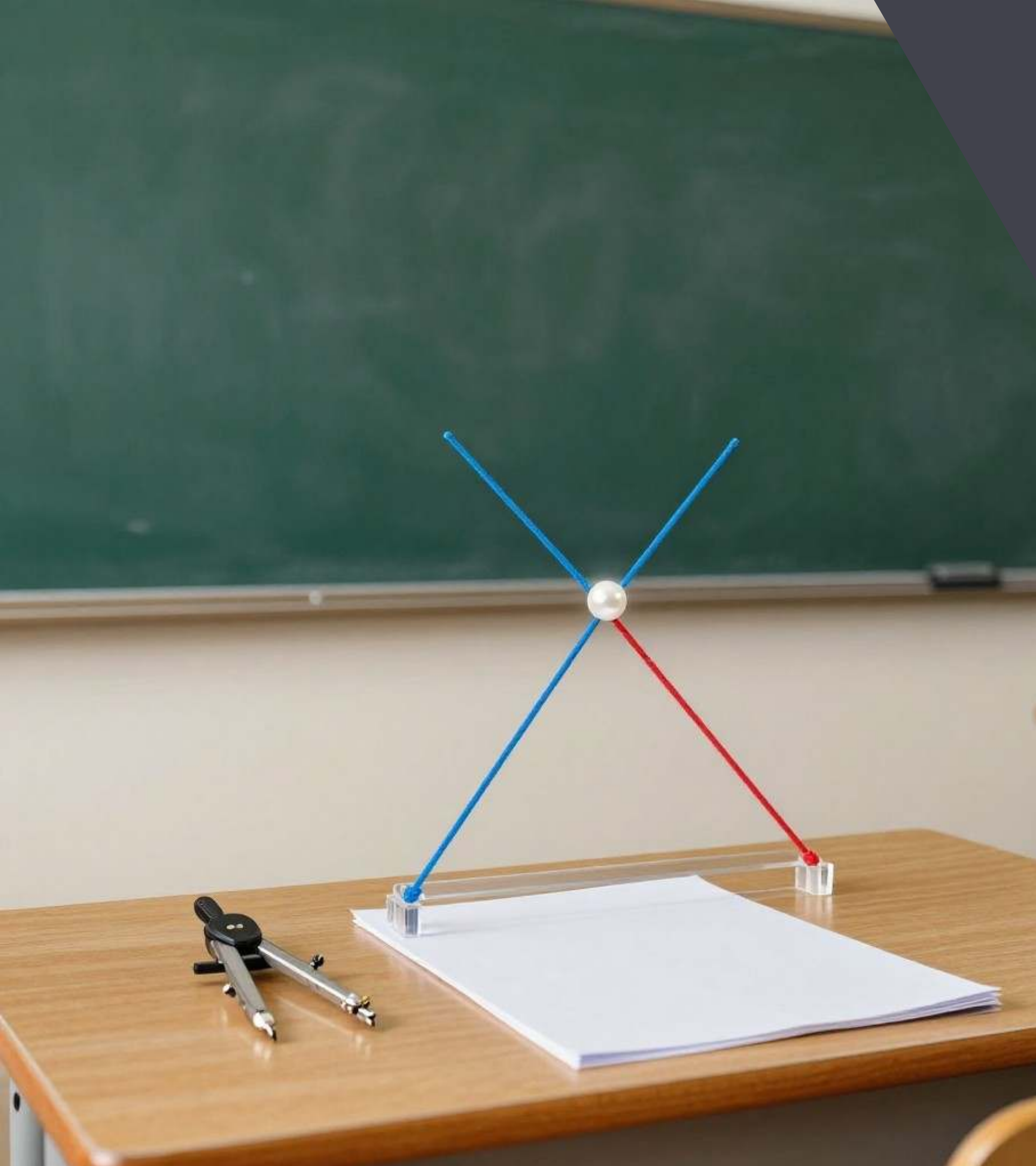
# Системы двух линейных уравнений с двумя переменными

Два уравнения, две переменные, одно  
общее решение.



# Почему эта тема важна в 7 классе

Системы уравнений учат находить два неизвестных по двум условиям. Такие задания встречаются в покупках, движении, возрасте и других жизненных ситуациях, а ещё помогают понять связь уравнений с графиками и прямыми линиями.



# Линейное уравнение с двумя переменными

## 1

### Общий вид

Такое уравнение записывают в форме  $ax + by = c$ , где  $x$  и  $y$  — неизвестные, а  $a$ ,  $b$  и  $c$  — числа. Коэффициенты  $a$  и  $b$  не могут одновременно быть равны нулю.

## 2

### Геометрический смысл

Каждому линейному уравнению соответствует прямая на координатной плоскости. Это значит, что все точки этой прямой делают равенство верным, а точки вне неё — нет.

## 3

### Что значит решение

Если выбрать любую точку на прямой и подставить её координаты в уравнение, получится верное равенство. Именно поэтому одно уравнение можно изучать и алгебраически, и с помощью графика.



# Что называют системой двух уравнений

## Два условия сразу

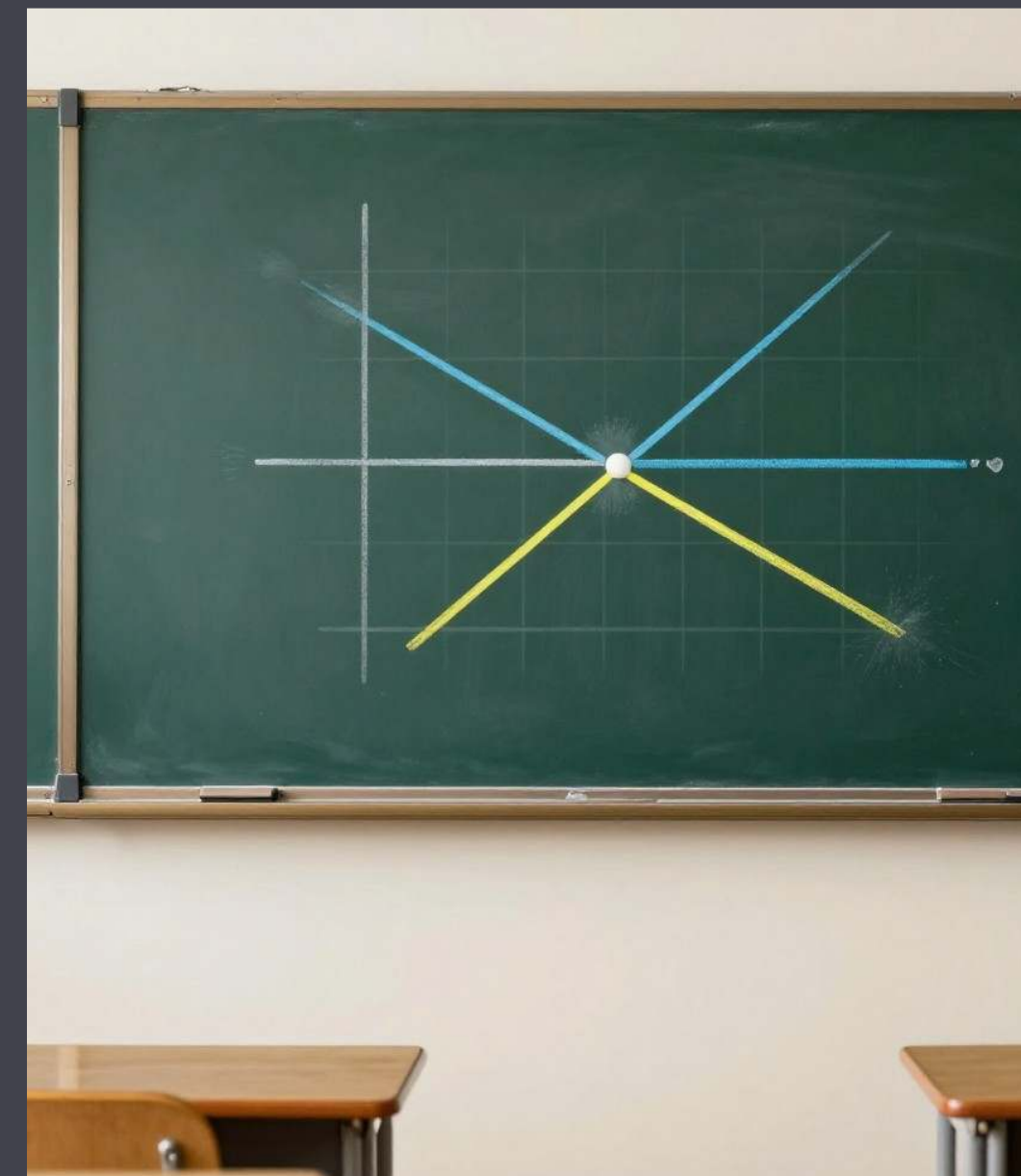
Система объединяет два уравнения с одними и теми же переменными  $x$  и  $y$ . Нужно найти такую пару чисел, которая подходит каждому уравнению одновременно.

## Общее решение

Решением системы называют пару значений  $(x; y)$ , при которой оба равенства выполняются без ошибок. Если хотя бы одно уравнение не выполняется, пара не подходит.

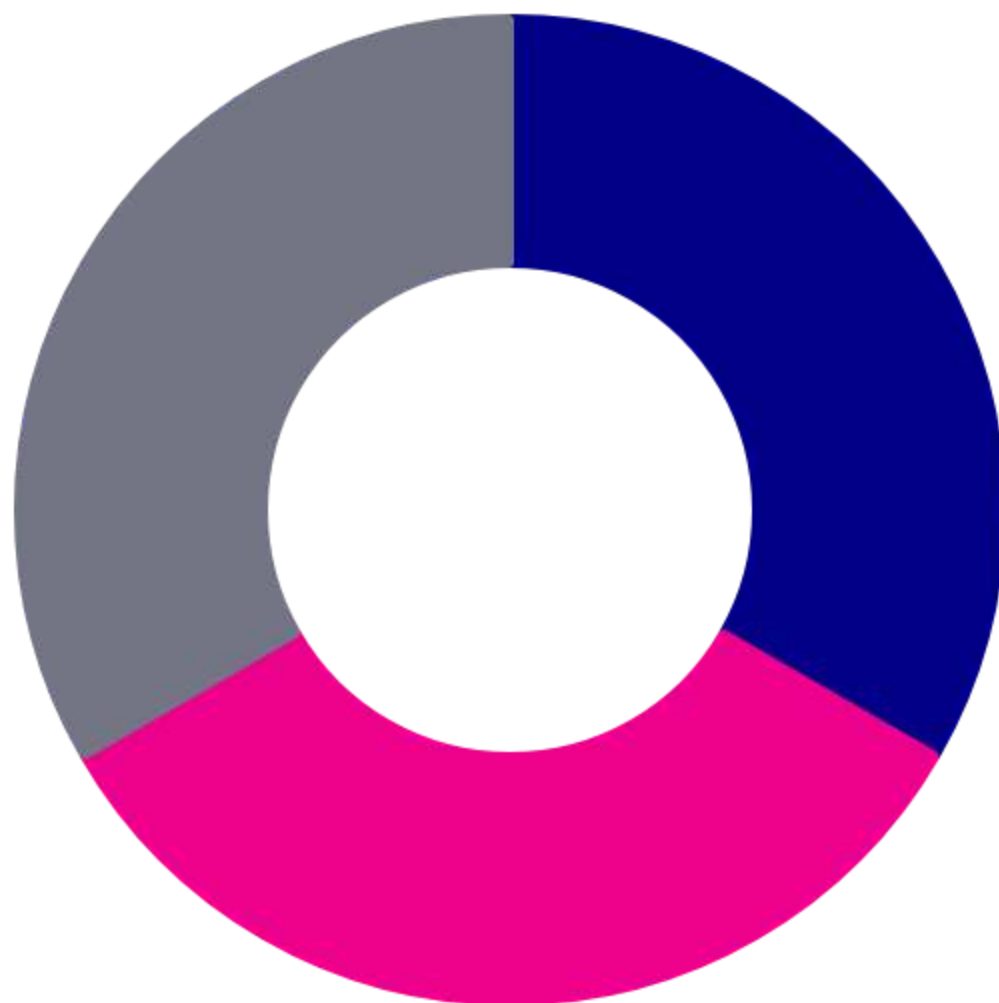
## На графике

Обычно систему изображают двумя прямыми. Если они пересекаются, точка пересечения и есть решение. Если прямые не имеют общей точки или совпадают, результат будет другим.



# Сколько решений может иметь система

■ 1 решение ■ 0 решений ■ Бесконечно много

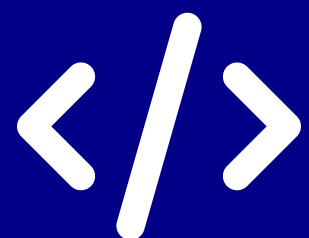


Число решений связано только с тем, как расположены две прямые на плоскости.

Пересечение даёт одно решение, параллельность — ни одного, совпадение — бесконечно много.

Обобщение учебного материала по теме линейных уравнений

# Три основных способа решения системы



## Подстановка

Сначала одну переменную выражают через другую, затем подставляют это выражение во второе уравнение. Способ удобен, когда выражение получается коротким и понятным.



## Сложение

Уравнения преобразуют так, чтобы одна переменная исчезла при сложении или вычитании. Метод особенно полезен, если коэффициенты легко сделать одинаковыми по модулю.

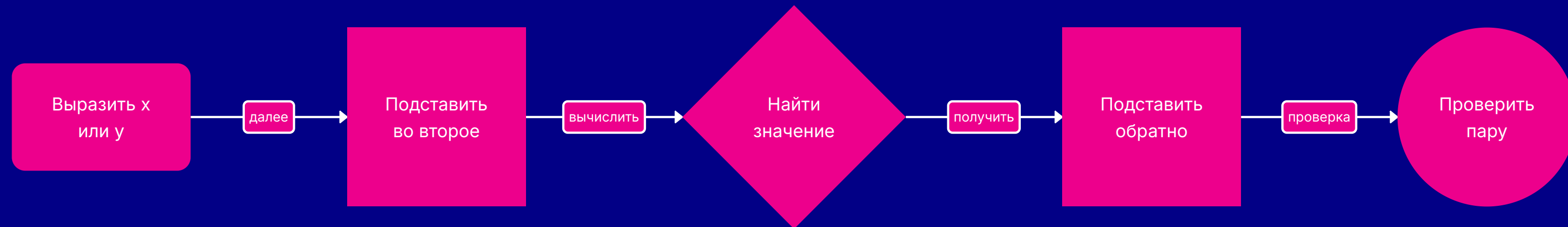


## Графический метод

Каждое уравнение изображают прямой на координатной плоскости. Решение находят как точку пересечения, поэтому этот способ хорошо показывает смысл ответа.

# Алгоритм решения способом подстановки

Последовательность шагов при решении системы подстановкой



# Решение способом сложения

1

## Подготовить уравнения

Сначала уравнения преобразуют так, чтобы коэффициенты при одной переменной стали одинаковыми или противоположными. Тогда при сложении или вычитании эту переменную можно убрать.

2

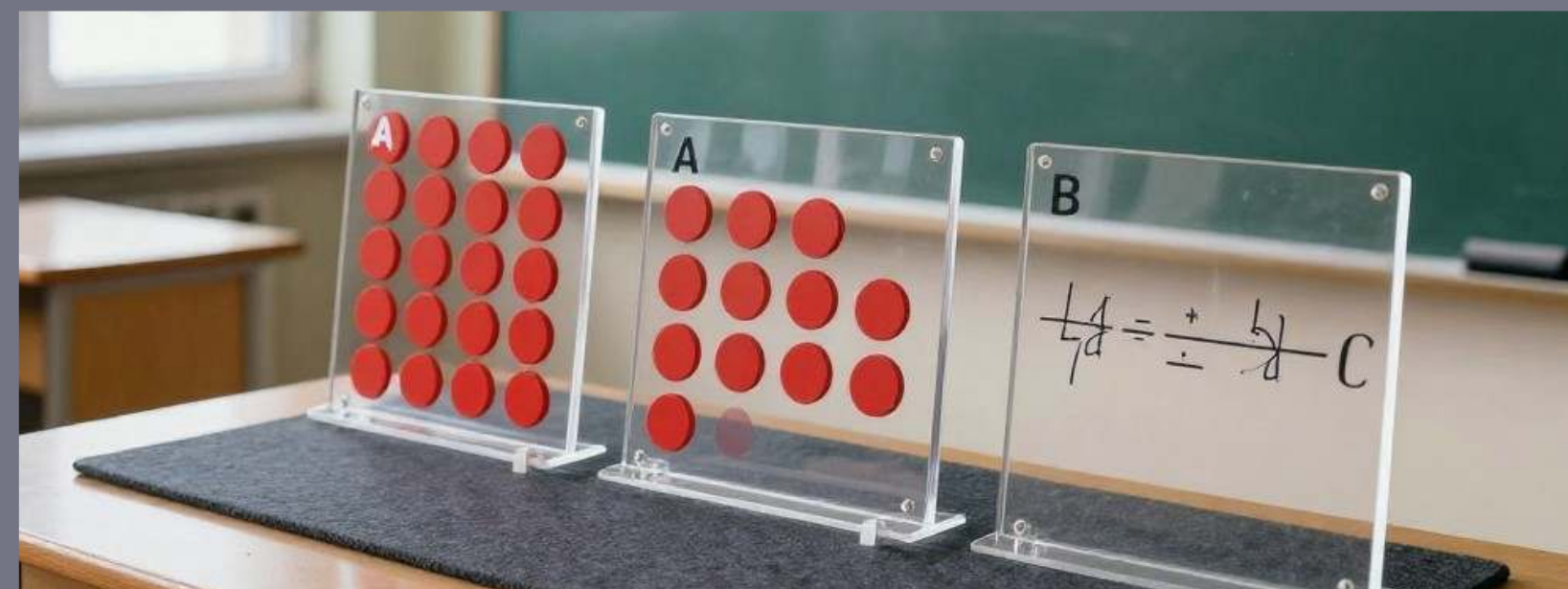
## Найти неизвестную

После сокращения остаётся уравнение с одной переменной. Его решают обычным способом, а затем находят вторую переменную, подставив ответ в одно из исходных уравнений.

3

## Когда метод удобен

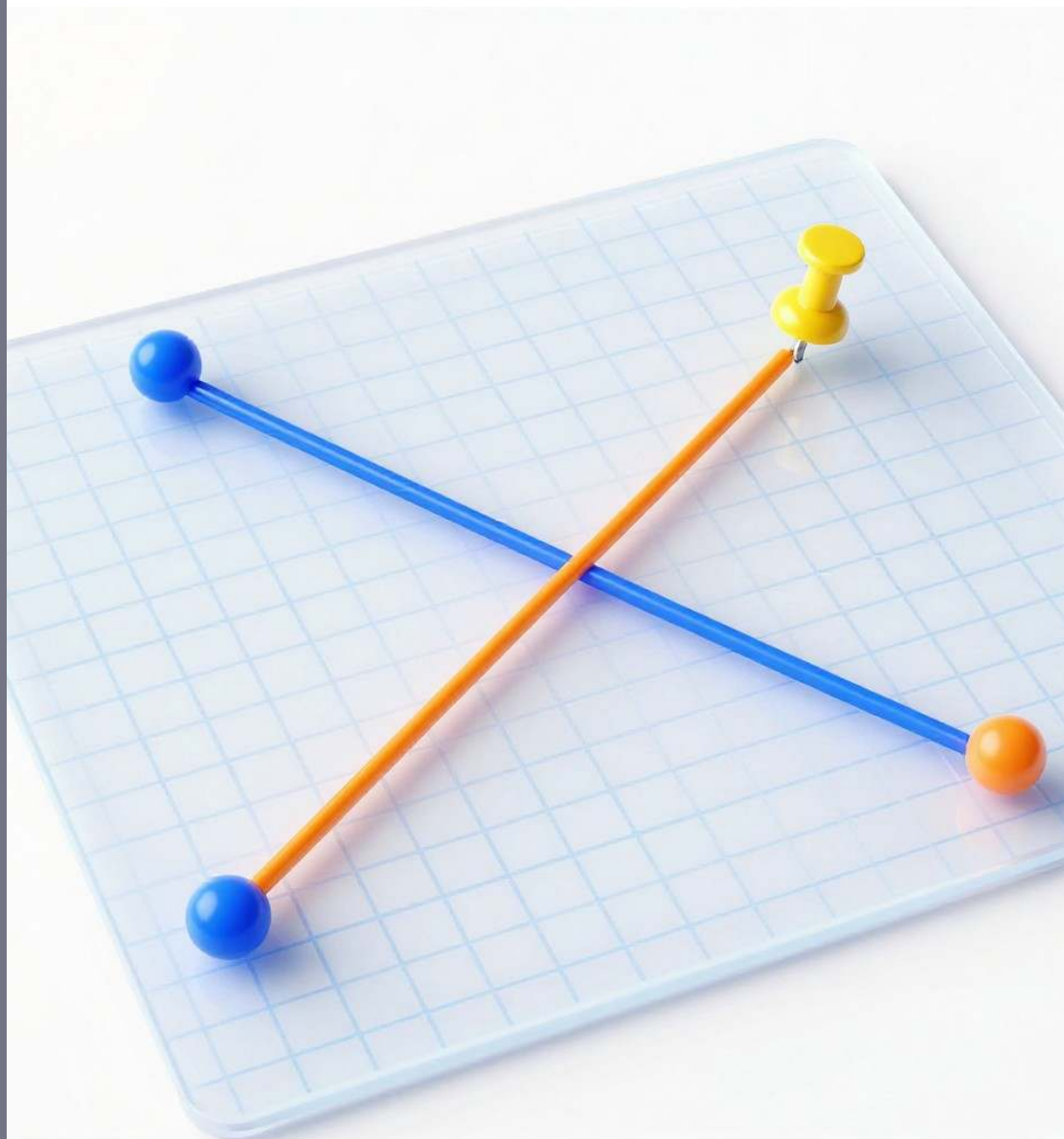
Способ сложения часто оказывается самым быстрым, если коэффициенты уже хорошо подходят для преобразований. Главное — внимательно следить за знаками и не ошибаться при умножении уравнений.



# Графический способ решения

## Две прямые на одной сетке

У каждого уравнения есть своя прямая. Чтобы построить её, достаточно найти две точки и аккуратно отметить их на координатной плоскости. После этого проводят линии и смотрят, где они встречаются. Эта точка показывает решение системы, если оно единственное.



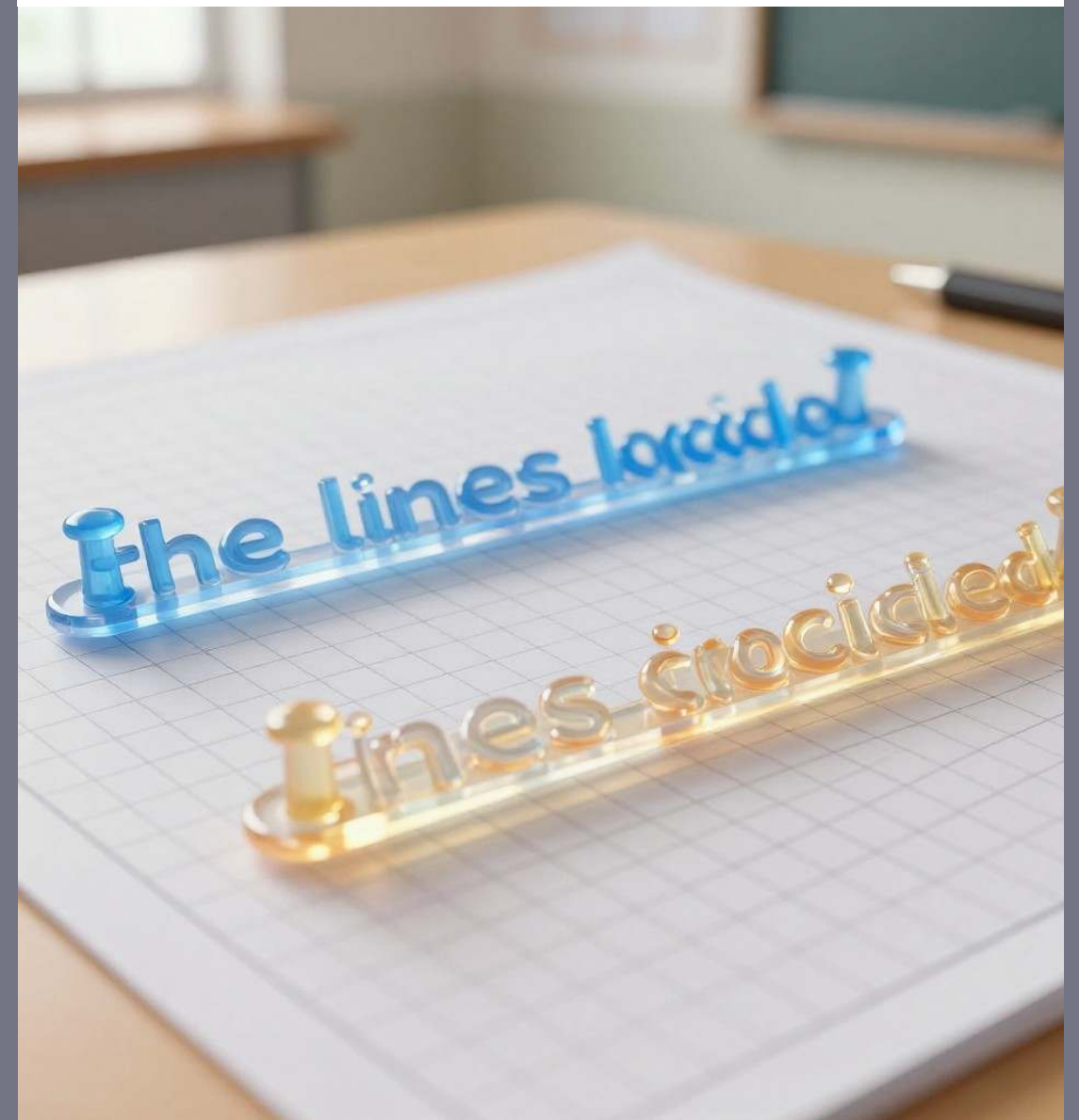
## Когда пересечения нет

Иногда прямые идут рядом и не пересекаются. Тогда у них нет общей точки, а значит, система не имеет решения. По рисунку это видно сразу, без длинных вычислений, хотя сам ответ всё равно нужно понимать точно.



## Когда прямые совпадают

Бывает и так, что обе прямые лежат одна на другой. В этом случае каждая их общая точка подходит системе, поэтому решений бесконечно много. Такой рисунок помогает понять, что два уравнения описывают одну и ту же линию.



# Сравнение способов решения систем

| Способ      | Когда удобен              | Плюс          | Минус                 |
|-------------|---------------------------|---------------|-----------------------|
| Подстановка | Если выражение готово     | Точный ответ  | Может быть длинной    |
| Сложение    | При удобных коэффициентах | Часто быстрее | Нужна аккуратность    |
| График      | Для наглядности           | Видно смысл   | Неточность построения |

У каждого способа есть свои сильные стороны. Таблица помогает быстро увидеть, когда метод удобнее применять и на что стоит обратить внимание.

Для точного вычисления чаще выбирают подстановку или сложение, а график лучше использовать для понимания взаимного положения прямых.

Обобщение учебного материала по теме линейных систем

# Проверка найденного решения

## Подстановка в оба уравнения

Найденную пару чисел подставляют сначала в одно, затем в другое уравнение. Если оба равенства выполняются, решение действительно подходит всей системе.

## Частые источники ошибок

Проверка особенно полезна после действий со знаками, дробями, скобками и переносом слагаемых. Именно на этих шагах школьники чаще всего получают неверный ответ.

## Последний обязательный шаг

Если хотя бы одно уравнение не выполняется, решение нужно пересмотреть. Проверка помогает не только исправить ошибку, но и научиться аккуратно работать с выражениями.

# 0

общих точек имеют параллельные прямые

Если две прямые параллельны, их графики не пересекаются. Значит, у системы нет ни одной общей пары значений  $x$  и  $y$ .

Свойства линейных уравнений и графиков; учебный вывод

# Частые ошибки при решении систем

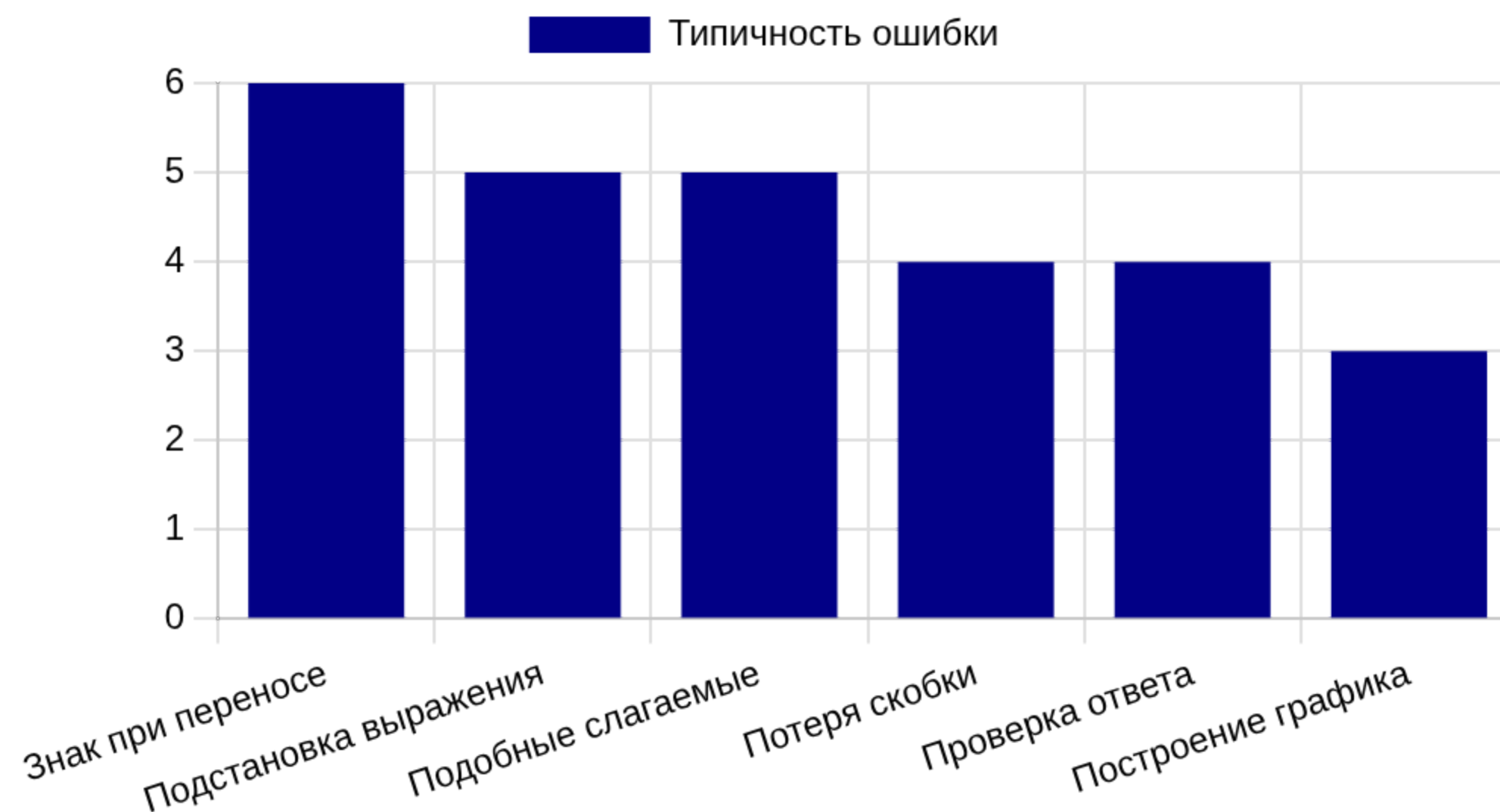


Диаграмма показывает не статистику класса, а учебную шкалу типичности ошибок. Она помогает заранее увидеть, на каких шагах нужна особая внимательность.

Чаще всего трудности возникают на действиях со знаками и преобразованиях выражений. Значит, именно эти этапы стоит проверять особенно тщательно.

Учебная шкала типичности ошибок, составлено для иллюстрации

# Системы в задачах из жизни



## Покупки в магазине

Система помогает найти цену двух товаров, если известны общая стоимость покупки и количество каждого вида. Такие задачи удобно записывать через два независимых условия.



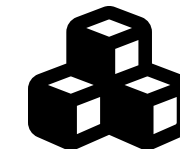
## Возраст и отношения

Если в задаче сравниваются возрасты двух людей или разница между ними, систему составляют из двух связей. Она позволяет одновременно учесть оба факта.



## Движение и расстояние

При встречном или попутном движении нужно связать скорость, время и путь. Два условия о перемещении объектов часто естественно превращаются в систему уравнений.

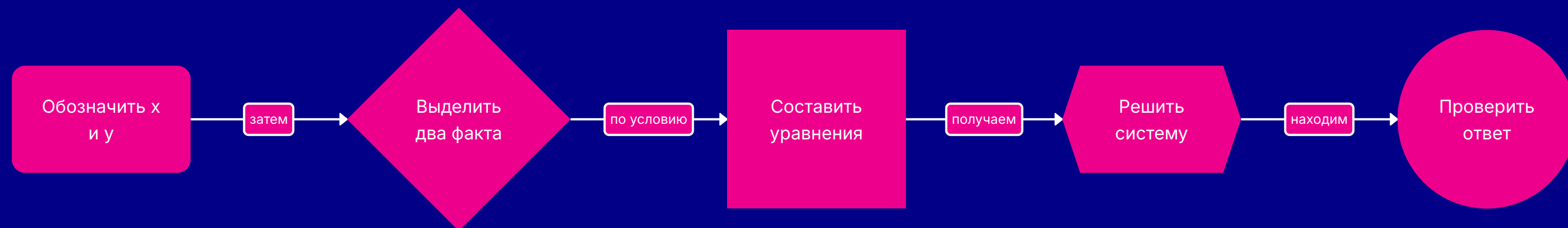


## Предметы и смеси

Системы применяют, когда нужно найти количество предметов или состав смеси. Один факт описывает общее число, другой — часть или долю каждого вида.

# Как составить систему по текстовой задаче

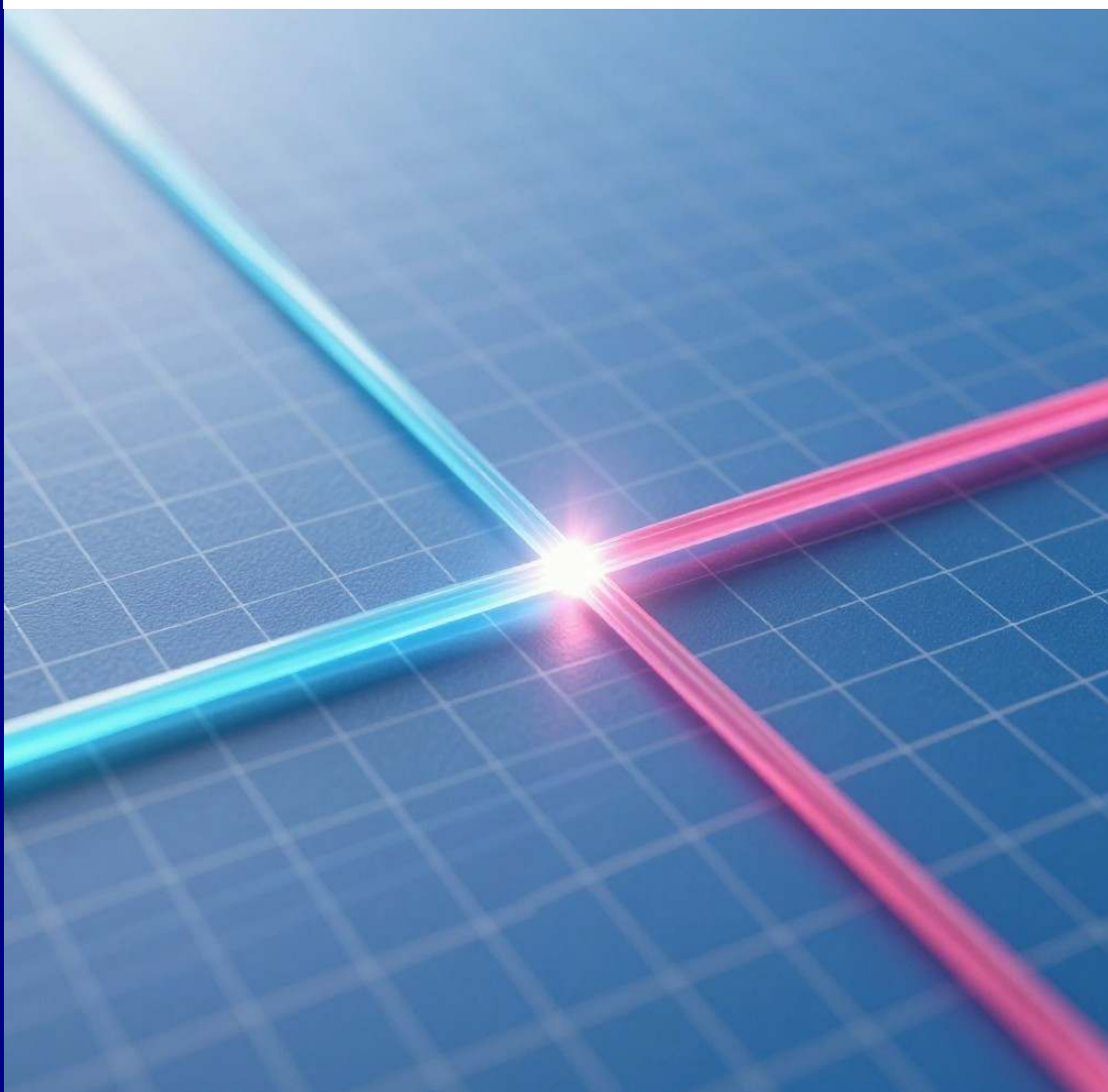
Последовательность шагов помогает перевести условие задачи в два уравнения и не потерять важные данные.



# Точка пересечения как ответ системы

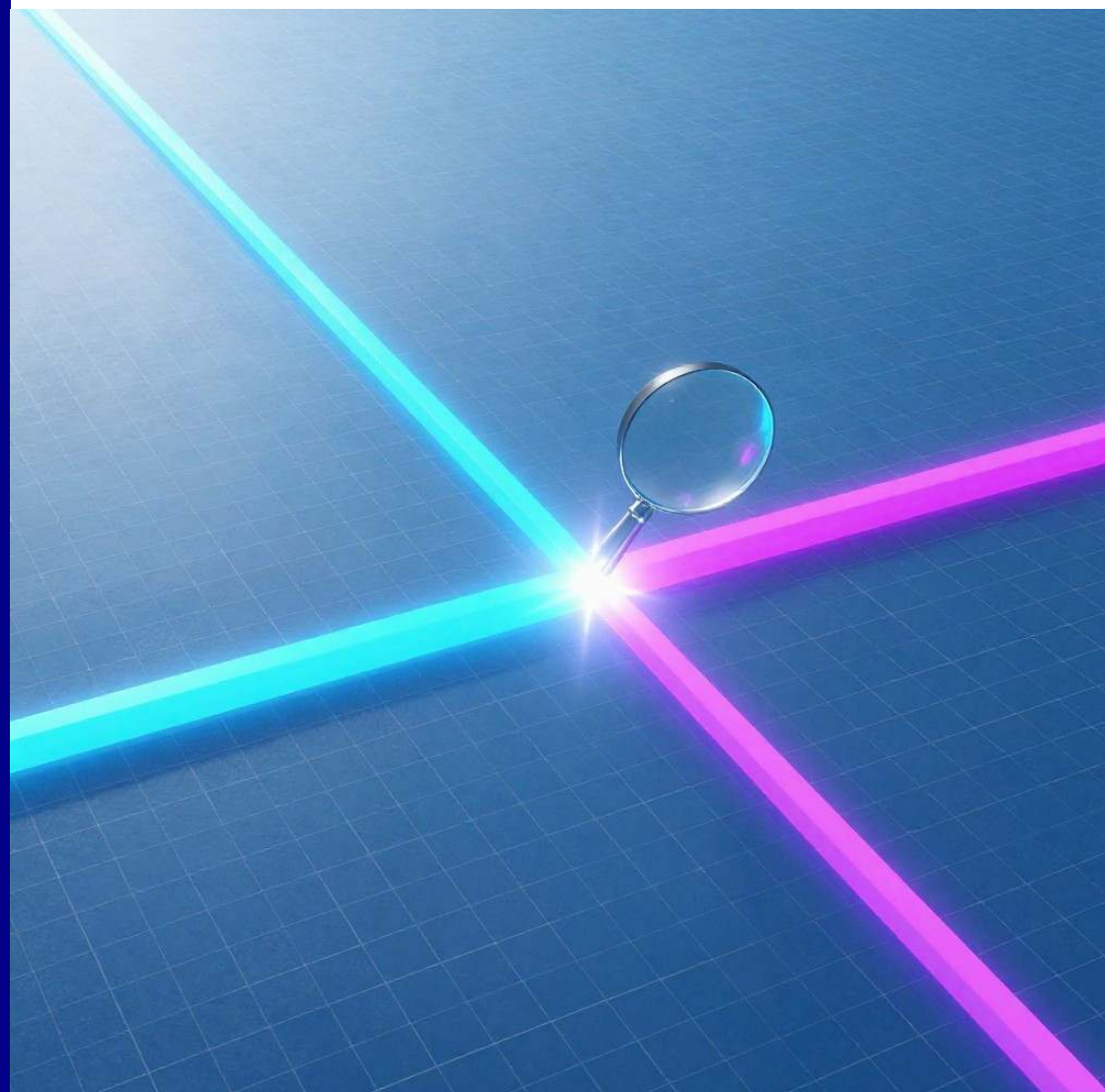
## Одна точка — одно решение

На координатной плоскости каждая прямая тянется бесконечно, но решение системы обычно связано только с одной общей точкой. В ней совпадают значения  $x$  и  $y$ , которые подходят обоим уравнениям сразу.



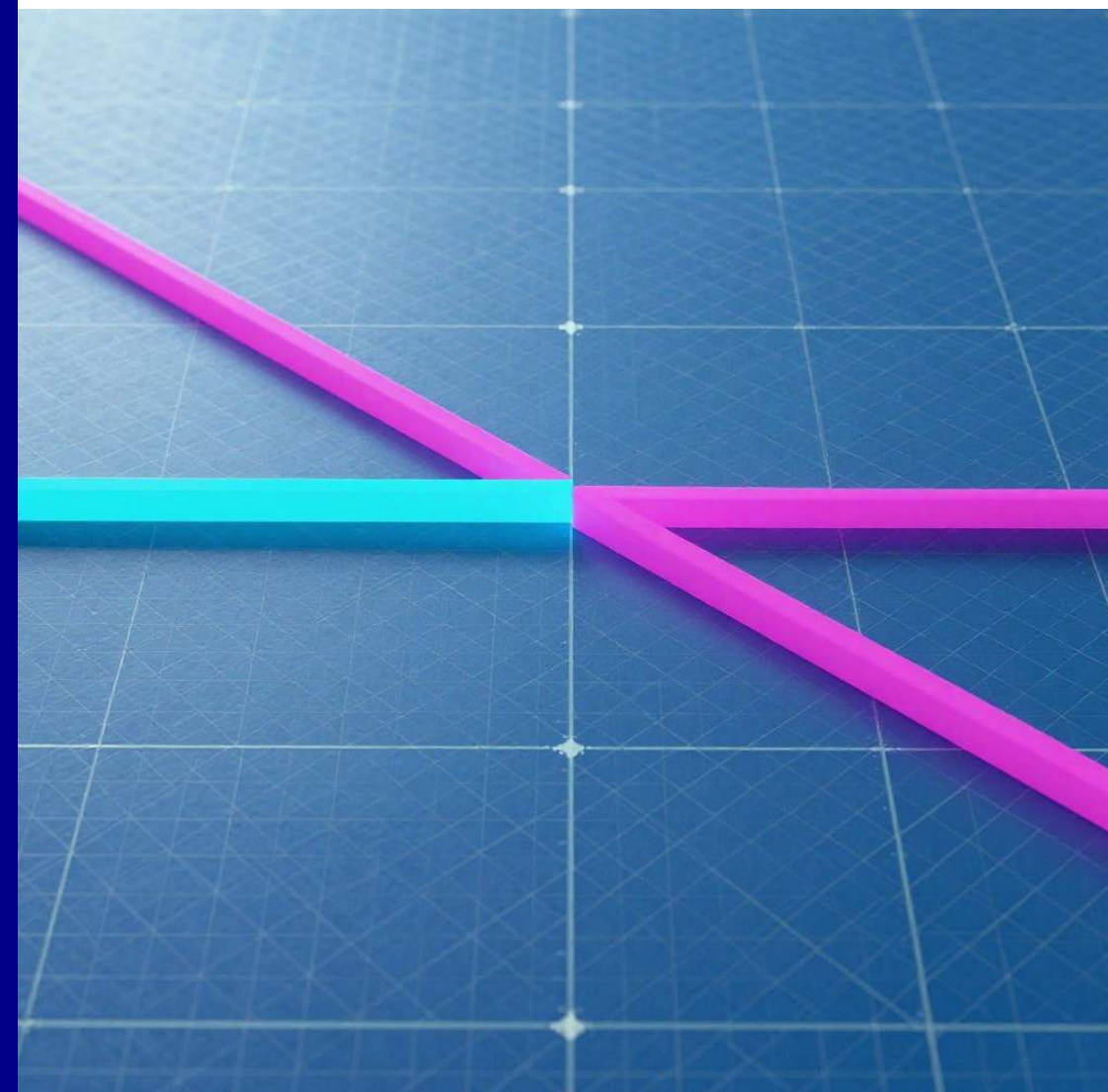
## Две прямые, один смысл

Если прямые пересекаются под углом, их общая точка хорошо заметна на сетке. По её координатам можно записать ответ системы и сразу проверить его подстановкой в оба уравнения.



## Когда точка исчезает

Иногда прямые не пересекаются вовсе или полностью совпадают. Тогда на рисунке либо нет общей точки, либо их столько, что выделить одну невозможно. Это сразу меняет ответ системы.



# Три вида систем и их признаки

| Вид          | Прямые         | Решений  | Признак              |
|--------------|----------------|----------|----------------------|
| Пересекаются | Одна точка     | 1        | Коэф. не пропорц.    |
| Параллельны  | Не встречаются | 0        | х, у пропорц., с нет |
| Совпадают    | Одна и та же   | $\infty$ | Все пропорц.         |

Таблица показывает, как расположение прямых связано с числом решений и с отношениями между коэффициентами у линейных уравнений.

По расположению прямых можно быстро определить тип системы. Пропорциональность коэффициентов помогает понять, будет ли одно решение, нет решений или бесконечно много решений.

Свойства линейных систем уравнений

# Почему эта тема важна дальше

## Алгебра

Системы учат работать с несколькими неизвестными сразу и готовят к более сложным уравнениям, выражениям и преобразованиям в старших классах.

## Геометрия

Связь с прямыми и координатной плоскостью помогает понимать графики, углы наклона и взаимное расположение линий на чертеже.

## Физика

В задачах на движение и измерения системы позволяют связывать путь, время и скорость, а затем проверять, согласуются ли данные между собой.

## Информатика

Умение пошагово составлять и проверять решение полезно при работе с алгоритмами, таблицами и поиском закономерностей в данных.

# Как меняется решение при изменении одного числа



Линия на графике показывает условный сдвиг при изменении свободного члена. Даже небольшая поправка числа заметно меняет положение прямой.

Решение системы зависит от каждого коэффициента. Изменение одного числа может переместить прямую и сделать пересечение другим или вовсе исчезнуть.

Иллюстративный пример, составленный для демонстрации зависимости

# Итоги урока

Системы двух линейных уравнений помогают связать два условия и найти общую пару чисел. Подстановка, сложение и график дают разные пути к одному ответу, а проверка делает решение надёжным.