

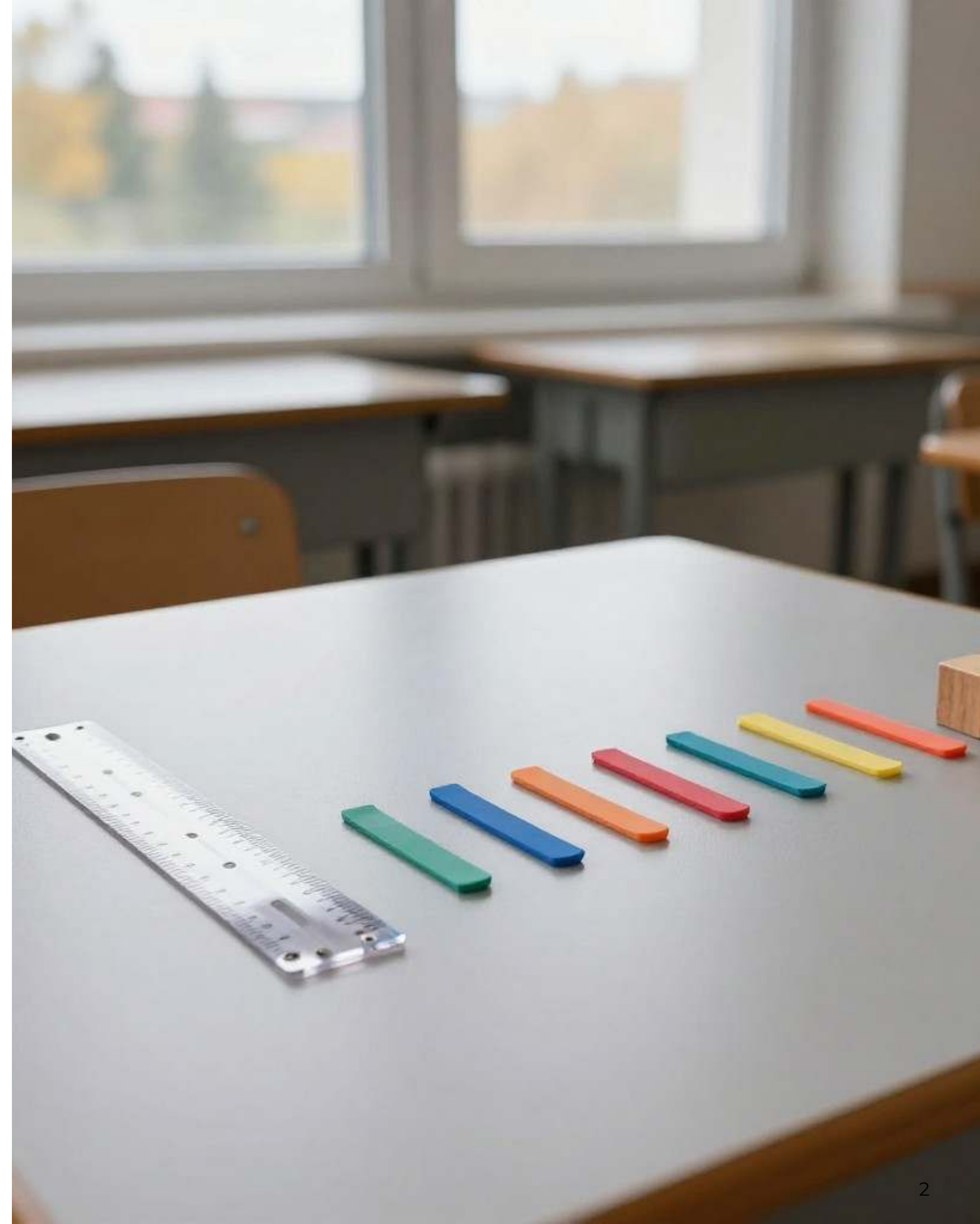
Умножение вектора на число

Как число изменяет длину и направление вектора?



Где встречается умножение вектора на число

Эта операция помогает описывать увеличение, уменьшение и разворот векторов в геометрии, на координатной плоскости и в простых задачах движения. Чтобы понять результат, важно следить за знаком числа, его модулем и длиной вектора.



Определение произведения числа и вектора

1. Запись операции

Произведением числа λ на вектор a называют вектор λa . Эта запись показывает, что к исходному вектору применяют числовой коэффициент, который влияет на его геометрический вид.

2. Что происходит с длиной

Длина результата равна $|\lambda| \cdot |a|$. Значит, на размер вектора влияет только модуль числа: чем он больше, тем длиннее вектор; чем меньше, тем короче.

3. Положительный коэффициент

Если λ больше нуля, направление вектора сохраняется. Вектор может стать длиннее или короче, но остаётся направленным так же, как и исходный.

4. Ноль и отрицательные числа

Если $\lambda=0$, получается нулевой вектор с длиной 0. Если $\lambda<0$, вектор поворачивается в противоположную сторону, сохраняя длину, определённую модулем числа.



Положительный множитель сохраняет направление

Та же ориентация

При умножении на положительное число вектор остаётся на той же прямой и указывает в ту же сторону. Меняется только его длина, а не направление.

Увеличение в несколько раз

Если коэффициент равен 2 или 3, вектор становится в 2 или 3 раза длиннее. Это удобно показывать как растяжение одного и того же отрезка.

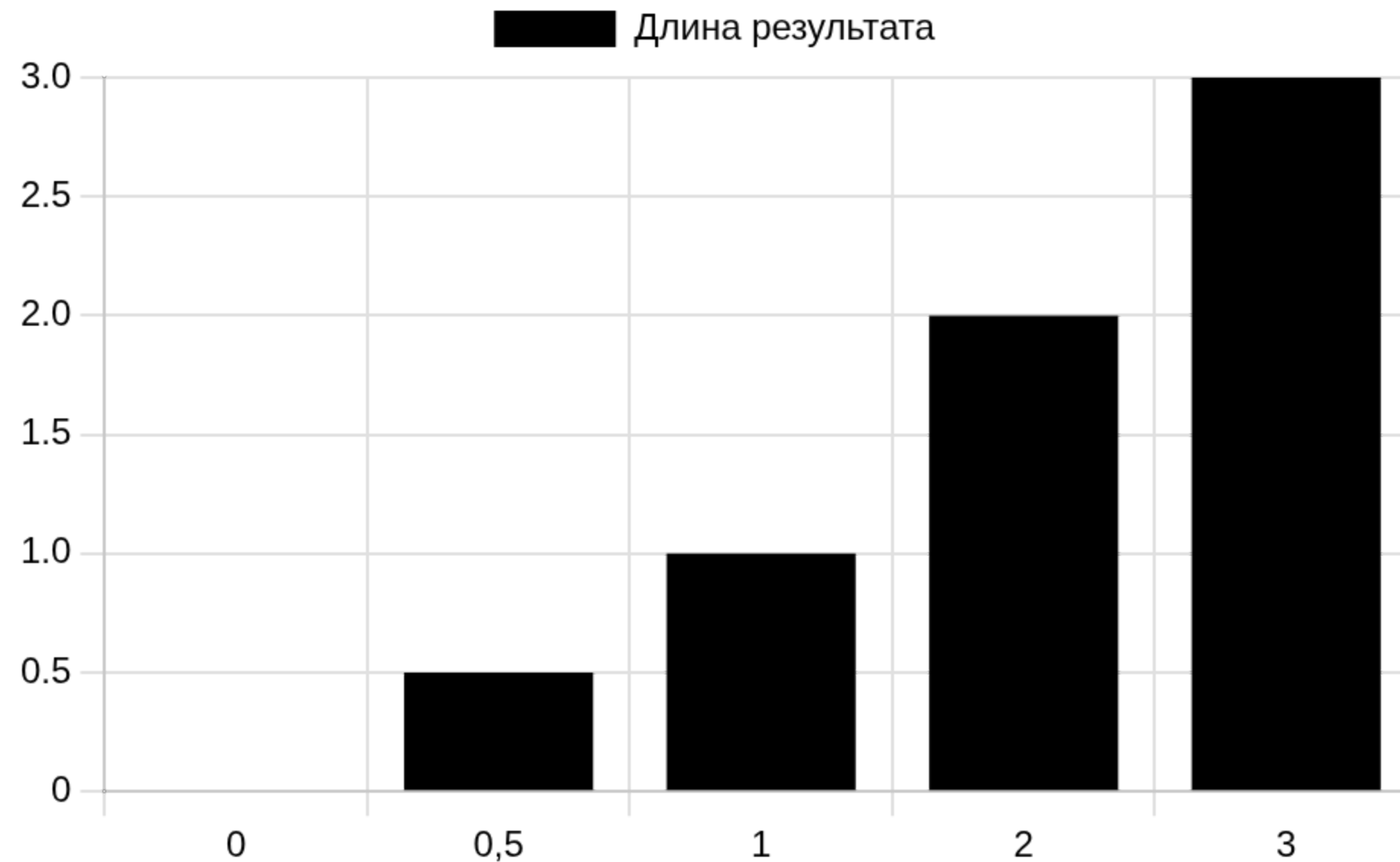
Уменьшение без разворота

При коэффициенте 0,5 длина вектора уменьшается вдвое, но стрелка не переворачивается. Такой случай показывает, что положительное число может сжимать вектор.

Наглядное сравнение

На рисунке удобно разместить исходный вектор и несколько его копий разной длины, лежащих на одной прямой. Так легче увидеть действие положительного множителя.

Как меняется длина вектора при разных коэффициентах



На диаграмме показано только изменение длины, без учёта направления. Это помогает сосредоточиться на роли модуля числа и сравнить результаты с исходным вектором.

Чем больше модуль коэффициента, тем больше длина результата. Знак числа на длину не влияет, он меняет только направление.

Учебная схема по теме «Умножение вектора на число», 9 класс

Отрицательное число меняет направление

1.

Модуль отвечает за длину

При отрицательном коэффициенте длина результата по-прежнему равна $|\lambda| \cdot |a|$. Поэтому вектор может стать в два или три раза длиннее, даже если число со знаком минус.

2.

Знак задаёт разворот

Если $\lambda < 0$, направление вектора меняется на противоположное. Стрелка как будто разворачивается на 180 градусов, оставаясь на той же прямой, что и исходный вектор.

3.

Пример с удвоением

Выражение $(-2)a$ означает вектор, который вдвое длиннее исходного, но направлен в обратную сторону. Здесь хорошо видно, что модуль и знак числа работают по-разному.

Когда коэффициент равен нулю

Стрелка исчезает

Если умножить любой вектор на 0, получится нулевой вектор. На рисунке он не выглядит как обычная стрелка: вместо отрезка с направлением остаётся одна точка. Это важный особый случай, который нельзя смешивать с коротким вектором.



Стрелка
исчезает

Длина становится нулевой

Нулевой вектор имеет длину 0, поэтому у него нет определённого направления. Его удобно рассматривать отдельно от всех остальных векторов, потому что он не показывает движение в какую-либо сторону и не имеет привычной ориентации.



2 Дл есо тала сепас по diirecinoй

Свойства результата в зависимости от числа

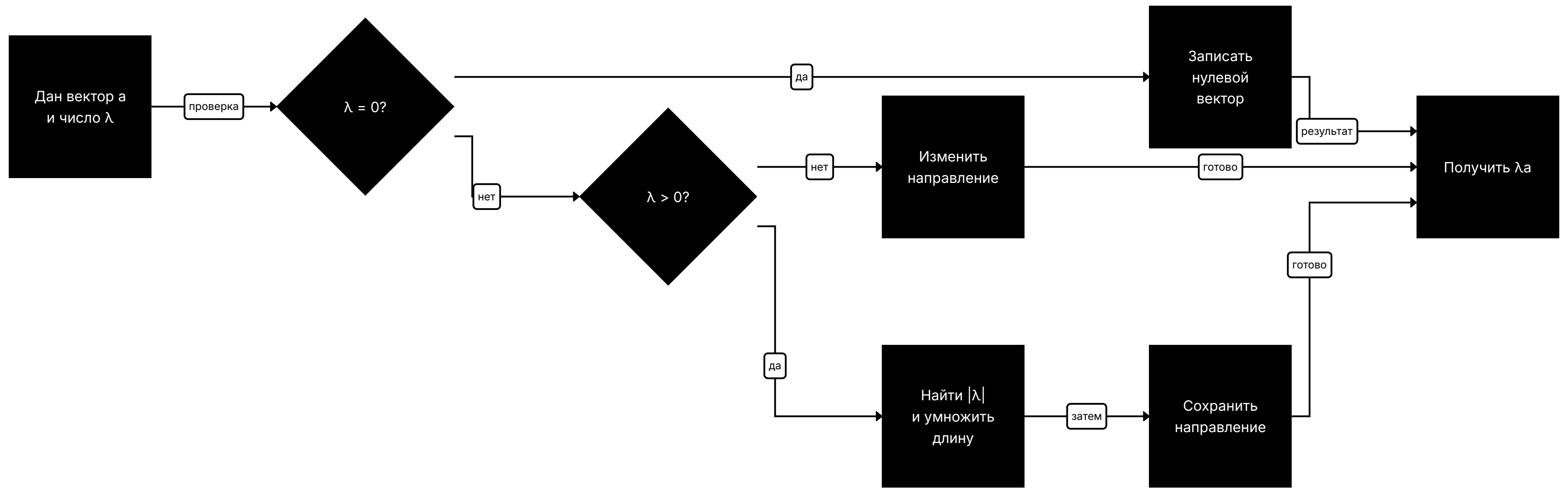
Таблица помогает быстро увидеть, как значение коэффициента влияет на длину и направление вектора.

Модуль числа определяет длину результата, а знак числа — его направление. Нулевой коэффициент выделяется как особый случай.

λ	Длина	Направление	Пример
$\lambda > 1$	увеличивается	то же	$2a$
$0 < \lambda < 1$	уменьшается	то же	$0,5a$
$\lambda = 1$	без изменений	то же	a
$\lambda < 0$	$ \lambda \cdot a $	противоположное	$-2a$
$\lambda = 0$	0	нет	0

Алгоритм нахождения λa

Пошаговая схема вычисления и геометрической интерпретации результата



Умножение вектора на число в координатах



Умножаем обе координаты

Если вектор задан как $(x; y)$, то при умножении на λ получаем $(\lambda x; \lambda y)$. Каждую координату нужно умножить на одно и то же число, иначе результат будет неверным.



Сохраняем или меняем направление

При положительном λ направление не меняется, а при отрицательном координаты получают противоположные знаки. Поэтому запись в координатах сразу показывает и размер, и разворот вектора.



Считаем быстро без рисунка

Координатная запись удобна для проверки ответов и решения задач. Например, $2(3; -1) = (6; -2)$, а $0,5(8; 2) = (4; 1)$, без построения чертежа.

Геометрический смысл на координатной плоскости

Одна прямая

Все векторы вида λa лежат на одной прямой с исходным вектором a . Меняется только их длина, а сама линия остаётся той же.

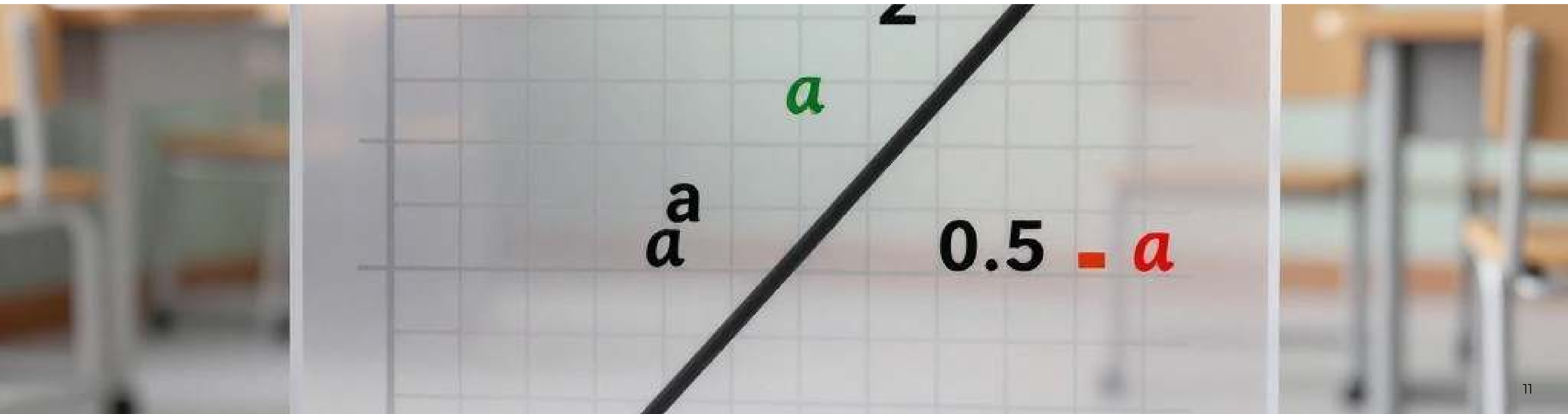
Одинаковое направление Противоположная ориентация

При положительном коэффициенте результат направлен так же, как исходный вектор. На рисунке это удобно показывать несколькими стрелками одной ориентации.

Если коэффициент отрицательный, вектор поворачивается на 180 градусов. Его длина зависит от модуля числа, а направление меняется на обратное.

Сравнение масштабов

На координатной плоскости легко увидеть a , $2a$, $0,5a$ и $-a$. Такое сравнение помогает понять, что число задаёт масштаб и, при необходимости, направление.



Сравнение длин одного и того же вектора после умножения

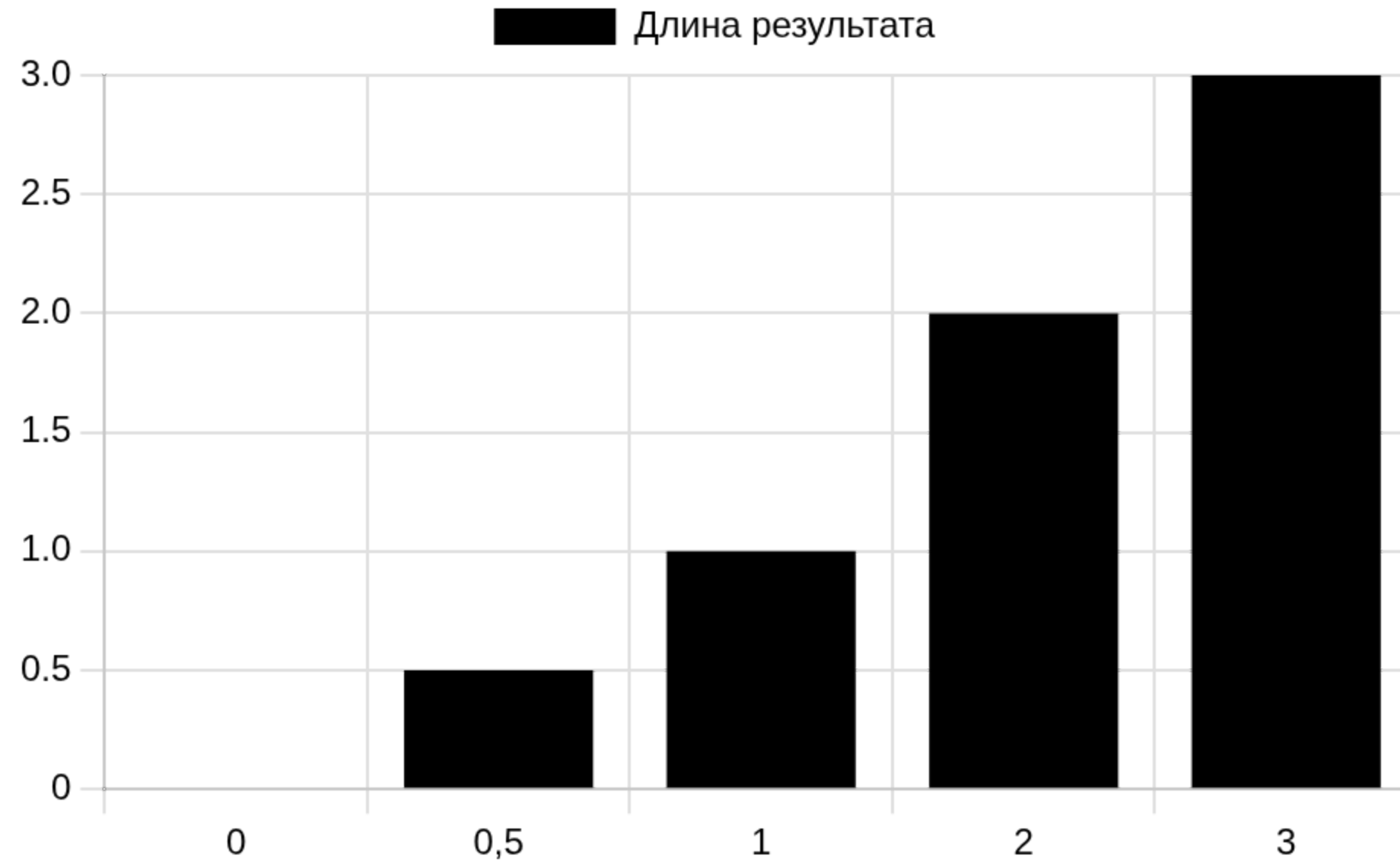


Диаграмма показывает только модуль результата: знак коэффициента на высоту столбца не влияет, поэтому для отрицательных чисел длина совпадает с положительным модулем.

Чем больше модуль коэффициента, тем сильнее растягивается вектор; при нуле длина исчезает, а при единице вектор не меняется.

Сформулировано по правилу $|\lambda a| = |\lambda| \cdot |a|$.

Свойства умножения вектора на число



Последовательное умножение

Если сначала умножить вектор на одно число, а потом на другое, результат можно заменить умножением на произведение этих чисел. Это удобно при сокращении длинных выражений.



Сложение коэффициентов

Когда один и тот же вектор умножают на сумму чисел, можно отдельно умножить его на каждое слагаемое и сложить результаты. Такое свойство упрощает вычисления.



Распределение по сумме векторов

Если вектор сложен из двух частей, общий множитель можно вынести за скобки или распределить на каждую часть. Это помогает работать с выражениями вида $\lambda(a+b)$.



Проверка вычислений

Свойства позволяют быстро проверить ответ: одинаковые преобразования должны приводить к одному и тому же результату. Это особенно полезно в задачах с несколькими шагами.

Типичные ошибки при умножении вектора на число

Ошибка	Неверно	Верно
Одна координата	Меняют только x	Умножают x и y
Минус у числа	Оставляют направление	Направление меняется
Ноль	Тот же вектор	Нулевой вектор

Правила умножения вектора на число

В таблице собраны самые частые ошибки и сразу показан правильный способ действия. Это помогает быстрее замечать неточности в вычислениях и построениях.

Главные ошибки связаны не с вычислением, а с вниманием к знаку числа и обработке нуля. Обе координаты всегда умножаются на коэффициент.



Связь с движением и скоростью

Ускорение движения

Если умножить вектор скорости на число больше единицы, движение станет быстрее. Направление при этом не меняется, а длина вектора скорости увеличивается.

Замедление движения

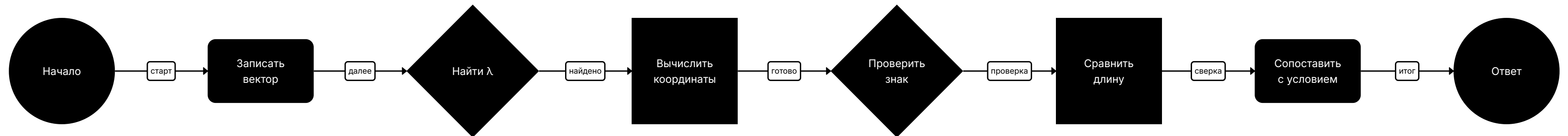
Коэффициент между нулём и единицей уменьшает модуль скорости. Это удобно для описания более медленного движения по той же траектории.

Обратное направление

Отрицательный коэффициент сохраняет модуль скорости, но меняет направление движения на противоположное. Так можно записать, что объект движется назад с той же скоростью.

Проверка ответа в задачах на векторы

Пошаговая схема помогает не пропустить знак числа, изменение направления и случай нуля при проверке результата.



Примеры учебных заданий

1. Найти результат умножения

Сначала учащиеся вычисляют $3a$, $-2a$ и $0,5a$ по заданному вектору. Такие задания тренируют внимание к модулю коэффициента и к изменению направления при отрицательном числе.

2. Восстановить исходный вектор

Иногда дан результат, а исходный вектор нужно найти обратно. Здесь важно понять, на какое число был умножен вектор, и аккуратно разделить его длину.

3. Сравнить два результата

Полезны задания, где нужно сравнить $2a$ и $-a$, а также определить, какой из векторов длиннее. Это помогает различать длину и направление как разные характеристики.

4. Определить совпадение направлений

В некоторых упражнениях нужно выяснить, направлены ли полученные векторы одинаково. Для этого достаточно посмотреть на знак коэффициента и проверить, лежат ли они на одной прямой.

Случаи умножения на число в школьных заданиях

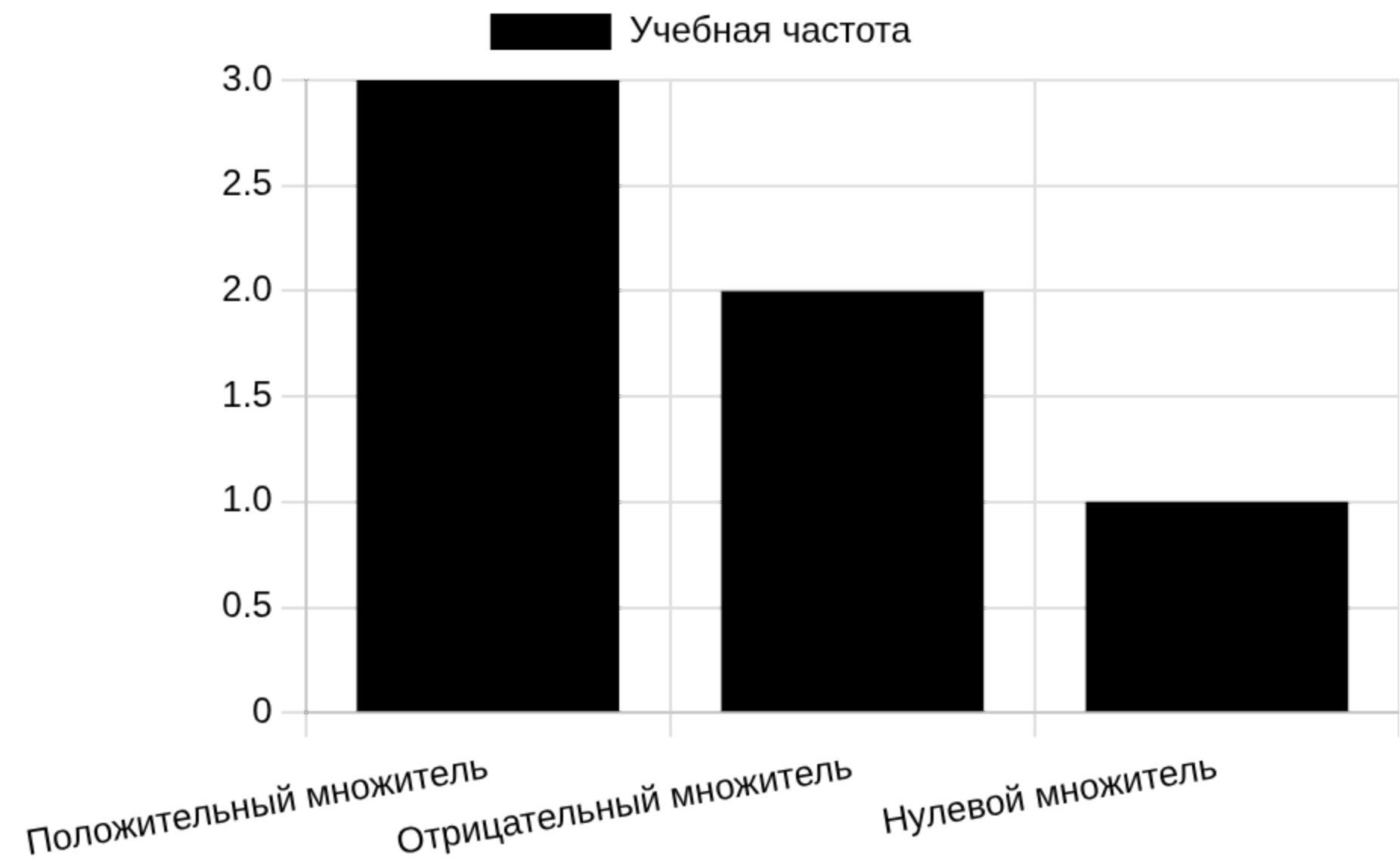


Схема показывает, какие случаи чаще обсуждаются на уроке: от простых положительных коэффициентов к более редким, но важным отрицательным и нулевым значениям.

Положительные множители удобны для первых шагов, отрицательные особенно важны для направления, а нулевой случай нужен как контрольное исключение.

Учебная схема по теме «Умножение вектора на число».

3

**главных случая надо
помнить при умножении
вектора на число.**

Формула объединяет все основные ситуации
и помогает быстро определять длину и направление
результата.

Правило темы: $|\lambda a| = |\lambda| \cdot |a|$.

Итоги урока: число управляет вектором

Мы увидели, что умножение вектора на число меняет его длину, а иногда и направление. Теперь можно уверенно работать с координатами, рисунками и простыми задачами на движение.