



Три взаимно перпендикулярные прямые в пространстве

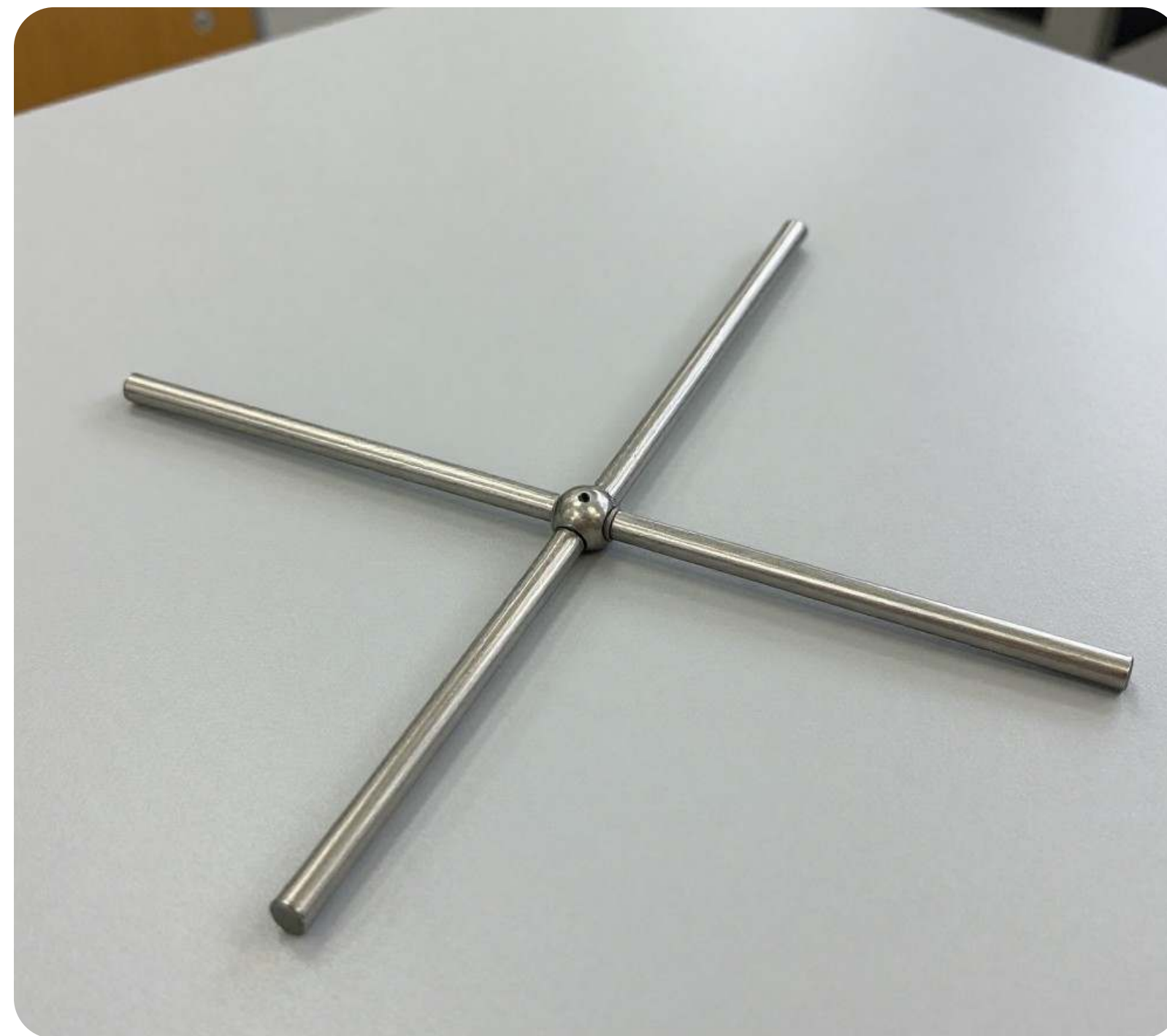
Три прямые задают длину, ширину и высоту и формируют ортогональную систему координат.



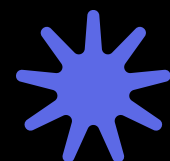
Почему это важно именно в 10 классе



В 10 классе начинается настоящая стереометрия: нужно описывать тела, а не только фигуры на плоскости. Три взаимно перпендикулярные прямые помогают строить пространственные модели, решать задачи про куб и параллелепипед и уверенно применять координаты.



Определение взаимной перпендикулярности



Три прямые называют взаимно перпендикулярными, если каждая из них перпендикулярна двум другим. Тогда проверяют все пары и получают одинаковое геометрическое условие.

01



Из этого следует: любая пара из трёх прямых образует угол 90° . Такая тройка задаёт в пространстве три независимых направления, удобных для построений.

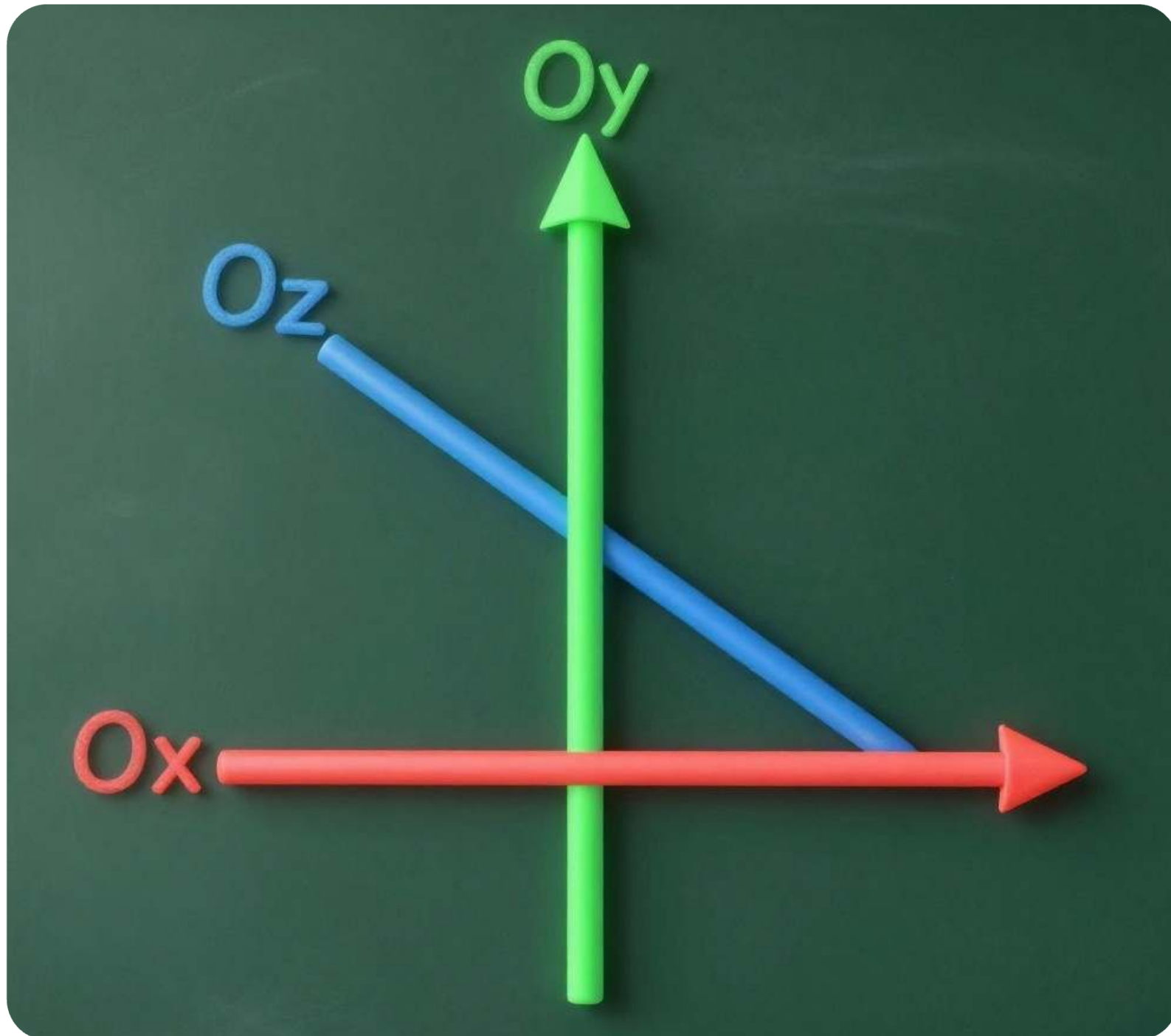
02



В школьной практике взаимно перпендикулярные прямые обычно изображают как три оси, выходящие из одной точки. Это базовый пример ортогональной структуры в пространстве.

03

Координатные оси как стандартный пример



01

Три оси из одной точки

Оси Ox , Oy и Oz пересекаются в начале координат и попарно перпендикулярны. Между каждой парой осей прямой угол отмечают значком, чтобы подчеркнуть ортогональность направлений.

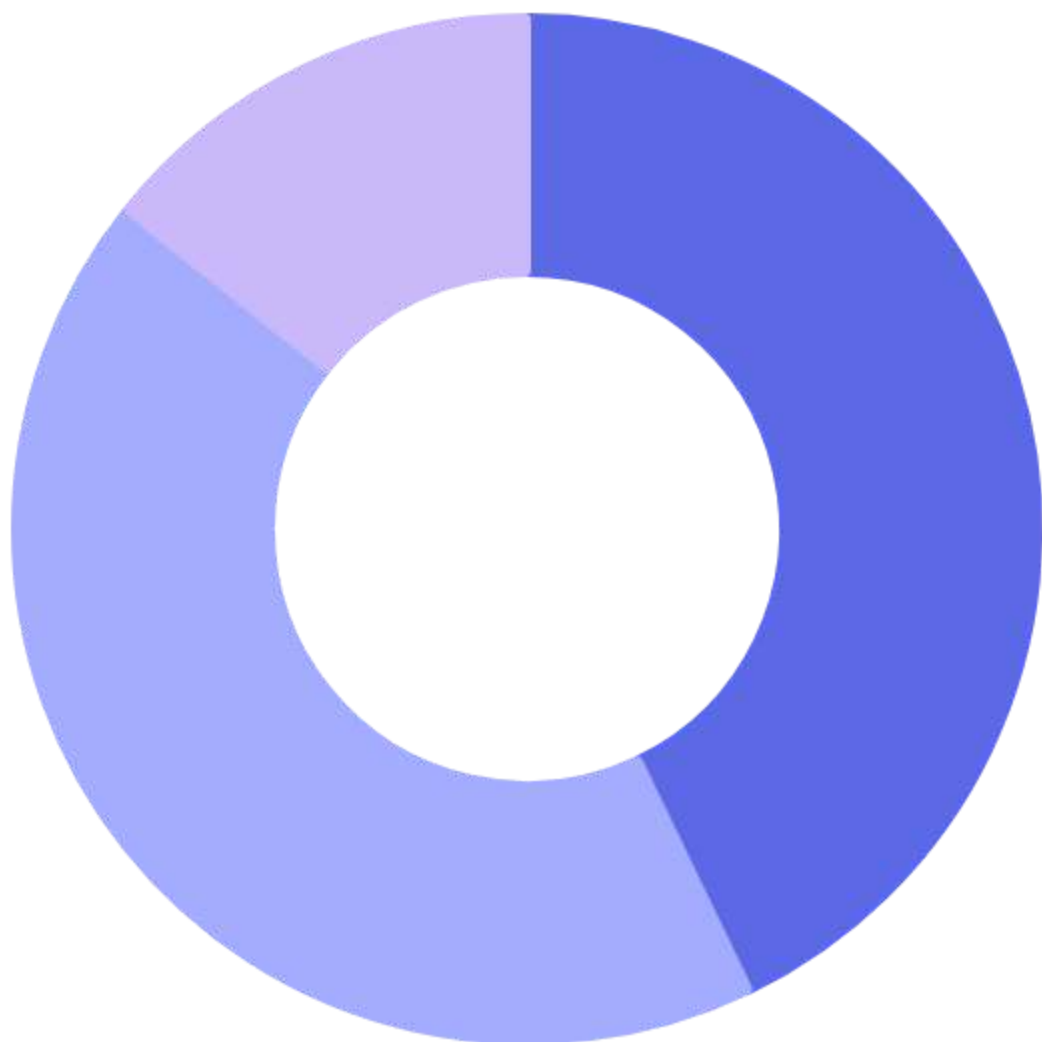
02

Единый смысл для геометрии и координат

Так абстрактное определение превращается в привычную систему координат. Её используют не только в математике, но и в физике и информатике, когда нужно описывать положение объектов в 3D.

Основные свойства ортогональной системы

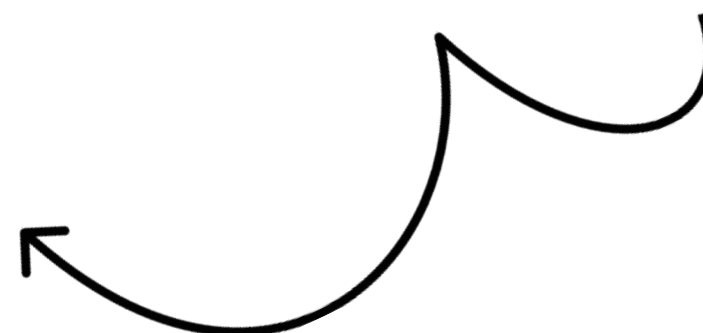
- Попарные прямые углы
- Независимые направления
- Общая точка пересечения
- Единовременных общих плоскостей для всех трёх прямых



Центр и окружность диаграммы показывают идею: ортогональность минимизирует двусмысленность при описании 3D-направлений.

Ровно эта комбинация свойств делает тройку взаимно перпендикулярных прямых удобной «опорой» для построения пространства.

Школьный курс евклидовой геометрии (определения стереометрии), актуализация для 10 класса.



Как распознать три взаимно перпендикулярные прямые



01

Один полезный принцип: если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым некоторой плоскости, то она перпендикулярна этой плоскости. Это помогает проверять отношения «прямая—плоскость».

02

Для трёх прямых нужно убедиться, что каждая пара образует угол 90° . На рисунке это отмечают значком прямого угла между направлениями, но важно помнить о корректности построения.

03

В координатах перпендикулярность подтверждают расчётом: вместо «измерения на глаз» используют свойства направляющих векторов. Так уменьшается риск ошибки из-за перспективы.

04

Если задача решается по чертежу, отличайте видимую «прямоту» от реального условия. Перспективный рисунок может создавать иллюзию, но определения игнорируют внешний вид.

Алгоритм проверки взаимной перпендикулярности

Поэтапная схема: от геометрии прямых к проверке углов/скалярных произведений.

Сравнение положений прямых в пространстве

Случай	Число общих точек	Угол между прямыми	Одна плоскость?	Пример
Взаимно перпендикулярные	1	90°	нет общей	Рёбра куба
Параллельные	0	не 90°	нет	Рёбра одного направления
Пересекающиеся	1	может быть разным	есть	Линии на грани
Скрещивающиеся	0	нет общего угла	нет	Косые линии в пространстве

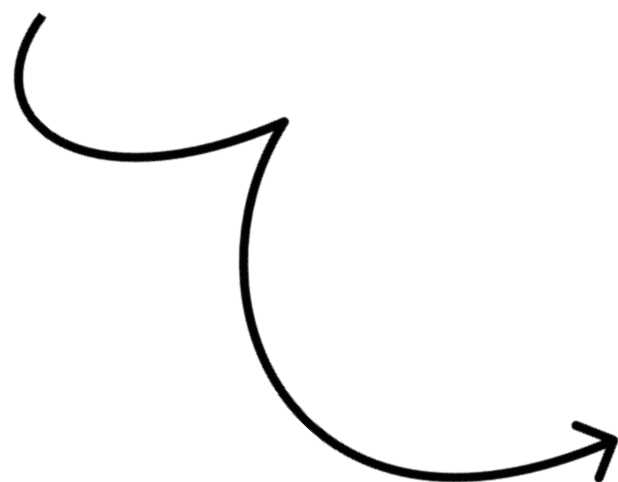
Основные определения евклидовой геометрии (раздел о прямых и их взаимном положении).

Таблица помогает различать случаи: взаимная перпендикулярность, параллельность, пересечение и скрещивание. Только ортогональная тройка задаёт прямоугольную структуру.

Для ортогональной пространственной модели важно не только наличие 90° , но и то, что все три прямые не лежат в одной плоскости.



Если направляющие векторы трёх прямых равны a , b и c , то взаимная перпендикулярность выражается условиями $a \cdot b = 0$, $a \cdot c = 0$, $b \cdot c = 0$. Тогда геометрию переводят в вычисления без измерения углов на чертеже.



0

Нулевое скалярное произведение указывает на прямой угол между направлениями.

Школьный курс стереометрии: связь прямого угла и скалярного произведения.

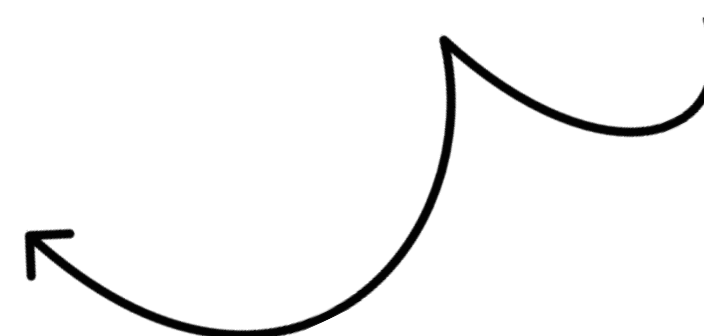
Нулевое скалярное произведение как признак прямого угла



Диаграмма показывает: для каждой пары ортогональных направлений результат одинаков — 0. Это напрямую связывает ноль со значением угла 90° .

Равные нулевые значения подтверждают единую ортогональную структуру по всем трём направлениям одновременно.

Свойство скалярного произведения для перпендикулярных векторов (школьный курс математики, 10 класс).



Примеры из окружающего мира

Прямые углы в быту и в интерьере

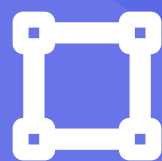
В комнате легко увидеть прямые углы: стыки пола и стен, границы ниш и проёмов образуют три ортогональных направления. Такие ситуации подсказывают, как в пространстве фиксируют длину, ширину и высоту.

Как геометрия «управляет» формой предметов

Каркас шкафа, коробка и ребра кубика показывают, что взаимно перпендикулярные направления задают форму и расположение элементов. Даже лист тетради задаёт «оси» через кромки, а высота читается по ребру.



Связь с плоскостями и пространственными фигурами



Три координатные плоскости xOy , xOz , yOz

Если взять три взаимно перпендикулярные прямые-оси, то через пары направлений естественно возникают плоскости xOy , xOz и yOz . Это превращает словесное определение в геометрию рисунка.



Одна прямая перпендикулярна плоскости

Одна из осей может быть перпендикулярна плоскости, в которой лежат две другие прямые. Тогда ортогональность становится проверяемой по структуре модели, а не «на глаз».



Куб и прямоугольный параллелепипед

Для куба и прямоугольного параллелепипеда рёбра образуют ортогональные тройки: удобно рассматривать вершины, диагонали и грани как следствия взаимных перпендикулярностей трёх направлений.

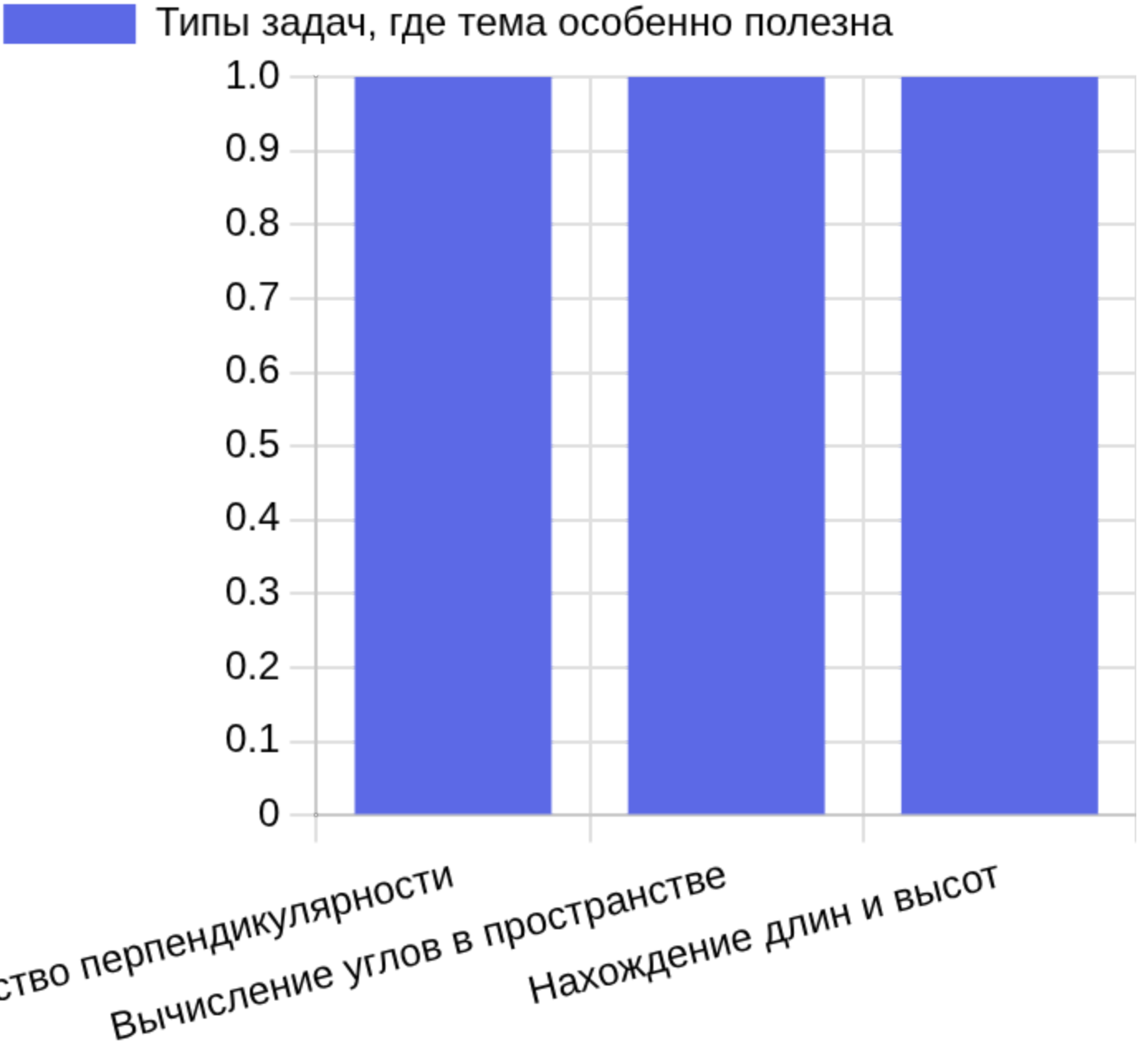


Призма: согласование рёбер и граней

В призме взаимная перпендикулярность часто проявляется в ребрах основания и боковых ребрах. Координатный подход позволяет последовательно описывать высоту, наклон и соотношения между гранями.



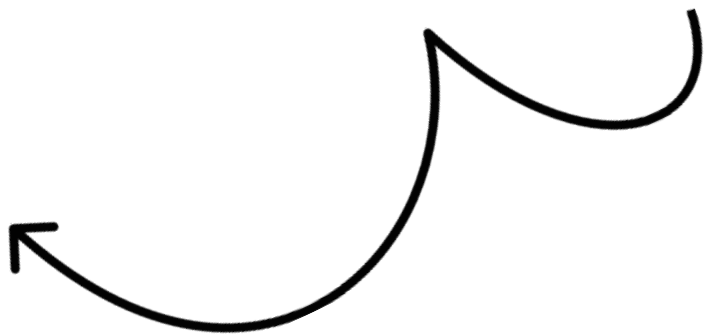
Где применяется тема в задачах по геометрии



Тема помогает не только «проверять 90° », но и грамотно переходить от рисунка к координатам, чтобы вычисления становились опорой для доказательства.

Если в задаче встречаются куб, прямоугольный параллелепипед или призма, то ортогональная тройка направлений упрощает сразу несколько шагов решения.

Материалы школьного курса стереометрии (10 класс), обобщение типовых формулировок задач.



Типичные ошибки при изучении темы

01

Частая ошибка — принимать пересечение линий на рисунке за прямой угол. В стереометрии важен именно факт перпендикулярности в пространстве, а не совпадение на чертеже из-за перспективы.

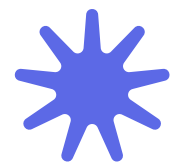
02

Другая трудность — путать видимость и геометрию: одна и та же картинка может соответствовать разным пространственным расположениям. Поэтому опирайтесь на признаки перпендикулярности, а не на «кажется».

03

Ещё одна путаница — смешивать перпендикулярность двух прямых с полной взаимной перпендикулярностью трёх. Для ортогональной тройки нужно, чтобы каждая пара направлений давала 90° .

Признаки и записи, которые нужно запомнить



Геометрический признак	Алгебраическая запись	Смысл
Прямой угол	90°	Угол между прямыми равен 90°
Перпендикулярность двух прямых	$A \perp B$	Каждая из прямых перпендикулярна другой
Три взаимно перпендикулярные прямые	$\angle = 90^\circ$ для каждой пары	Все три направления образуют ортогональную тройку
Векторный критерий	$a \cdot b = 0, a \cdot c = 0, b \cdot c = 0$	Скалярные произведения обнуляются при ортогональности

Таблица связывает геометрическое условие прямых углов с алгебраическими обозначениями и скалярными произведениями.

Геометрическое условие «есть прямой угол» переводится в вычислимое условие «скалярное произведение равно нулю», что позволяет решать задачи строго.

Определения и формулы школьного курса стереометрии (10 класс).



От рисунка и координат — к выводу в задаче

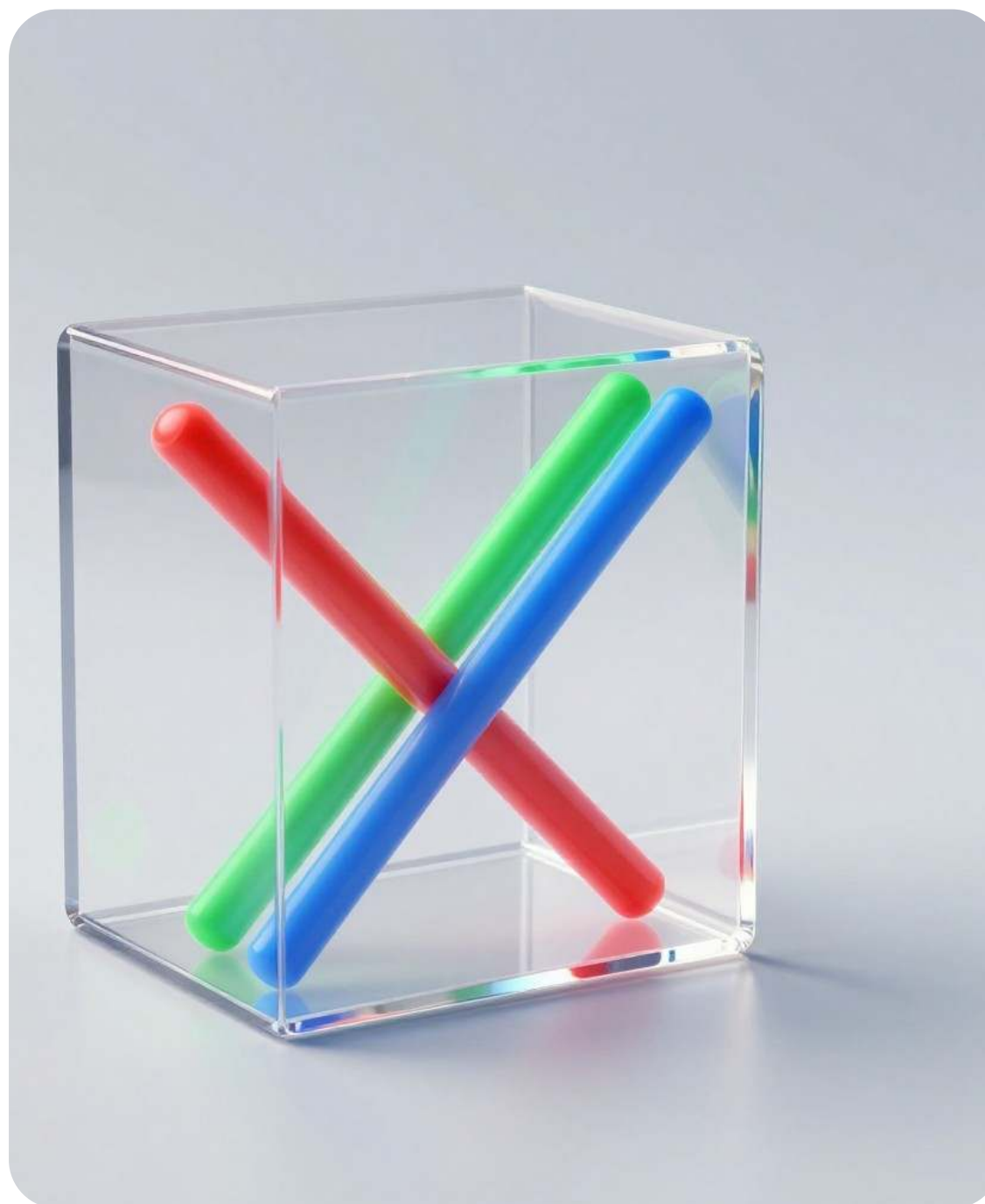
Логика решения: от распознавания ортогональных направлений к проверке и вычислению.

Куб как наглядная модель трёх взаимно перпендикулярных направлений



У куба из одной вершины выходят три ребра, которые образуют прямые углы. Эти ребра можно считать «осями»: одно соответствует длине, второе — ширине, третье — высоте.

01



02

Модель особенно удобна, когда нужно анализировать диагонали, находить расстояния между точками и связывать координаты с положением в пространстве. Поэтому куб остаётся самым понятным примером ортогональной структуры.

Применение ортогональной системы в разных областях

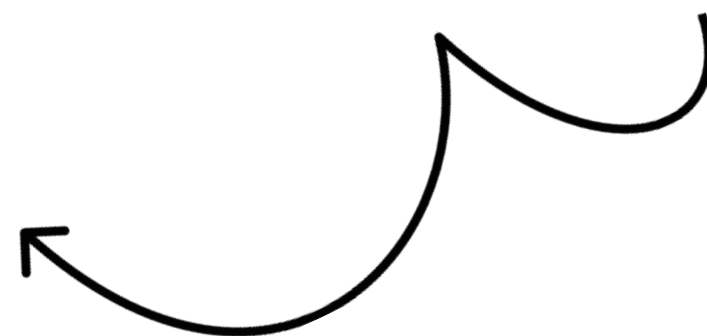
Математика Архитектура Инженерия
Робототехника Компьютерная графика



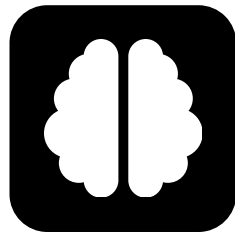
В технических проектах координатные оси позволяют формализовать форму и движение: например, задавать ориентацию деталей и задавать размеры с опорой на 90° между направлениями.

Ортогональная тройка универсальна: она служит «языком точности» и в расчётах, и в построении моделей, объединяя разные области одним способом описания пространства.

Справочные материалы по 3D-координатам и прикладной геометрии; 2026-05 (обобщение практик отраслей, без численных статистик).

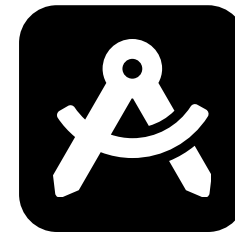


Практическая значимость для изучения геометрии ↗



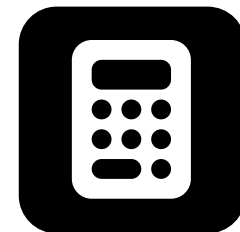
Развивает пространственное мышление

Понимание взаимно перпендикулярных прямых помогает быстрее «собирать» трёхмерную картину в голове. Это снижает число ошибок при анализе ребер, граней и положений точек в объёмных задачах.



Связывает чертёж и строгий вывод

Тема учит переходить от рисунка к формальным признакам: сначала проверяется перпендикулярность, затем выбирается метод доказательства или вычисления. Так сокращается разрыв между наглядностью и доказательностью.



Подготавливает к вычислениям расстояний и углов

Когда углы и расстояния переводятся на язык координат и скалярных произведений, решения становятся алгоритмичными. Вы легче находите высоты, диагонали и углы в кубе, параллелепипеде и призме.

Главный вывод урока



Три взаимно перпендикулярные прямые задают в пространстве три независимых направления и служат каркасом ортогональной системы координат. Это свойство одинаково выражается геометрически и алгебраически, через прямые углы и нулевые скалярные произведения.

