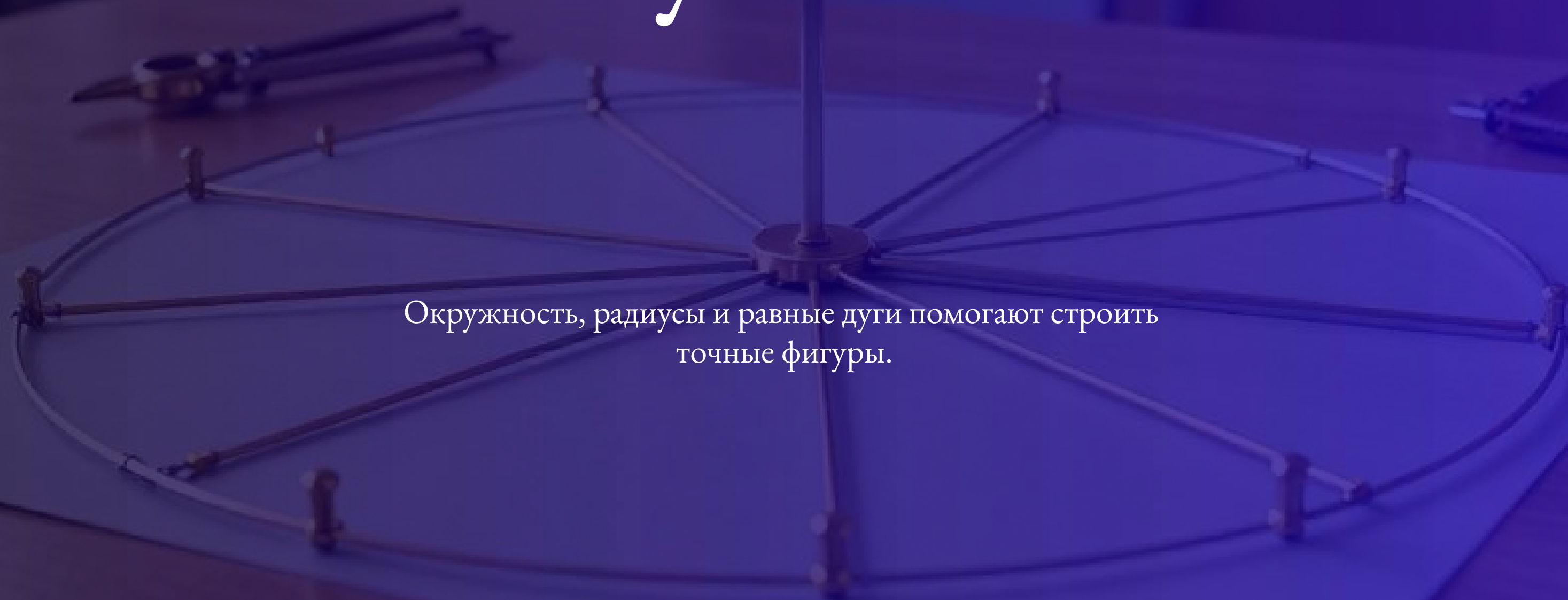


Построение правильных многоугольников

Окружность, радиусы и равные дуги помогают строить
точные фигуры.



Где встречаются правильные фигуры

Правильные многоугольники можно увидеть в орнаментах, плитке, сотах и чертежах. Их изучение помогает понимать окружность, углы и симметрию, а также учит работать циркулем и линейкой точно и аккуратно.



Признаки правильного многоугольника

1.

Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны одинаковой длины, поэтому его контур выглядит аккуратно и повторяется по одному образцу. Это первое свойство удобно проверять на чертеже.

2.

Равные углы

Все внутренние углы такого многоугольника равны между собой. Благодаря этому фигура сохраняет одинаковый вид в каждой вершине и обладает высокой степенью симметрии.

3.

Вершины на окружности

Если вершины лежат на одной окружности, многоугольник удобно строить через центр и радиусы. Тогда каждая сторона становится хордой, соединяющей соседние точки окружности.

4.

Закономерность углов

Внешний угол равен $360^\circ/n$, а сумма внутренних углов — $(n-2) \times 180^\circ$. Для треугольника, квадрата, пятиугольника и шестиугольника эта формула быстро показывает различия формы.

Окружность как основа построения

Единый центр

У правильного многоугольника все вершины находятся на одинаковом расстоянии от центра окружности. Это расстояние является радиусом и задаёт размер всей фигуры.

Стороны как хорды

Соседние вершины соединяются хордами, поэтому каждая сторона многоугольника связана с окружностью. Если хорды равны, то и стороны получаются равными.

Роль радиусов

Радиусы, проведённые к соседним вершинам, помогают увидеть симметрию построения. Они разбивают окружность на равные части и задают точное расположение вершин.

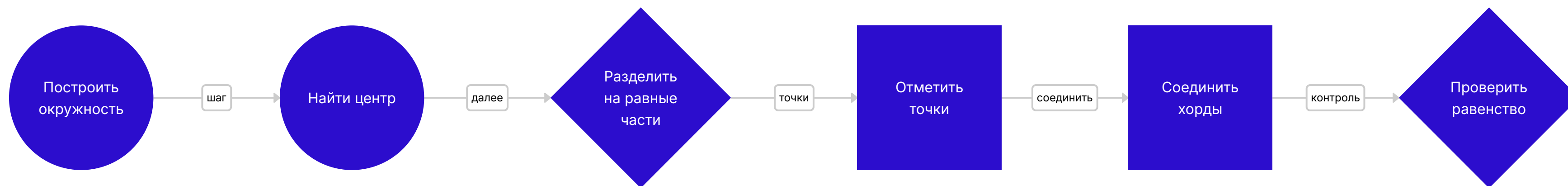
Понятная схема

На рисунке удобно показать центр, радиусы и вписанную фигуру. Такая схема сразу объясняет, почему правильный многоугольник можно строить от окружности, а не «на глаз».

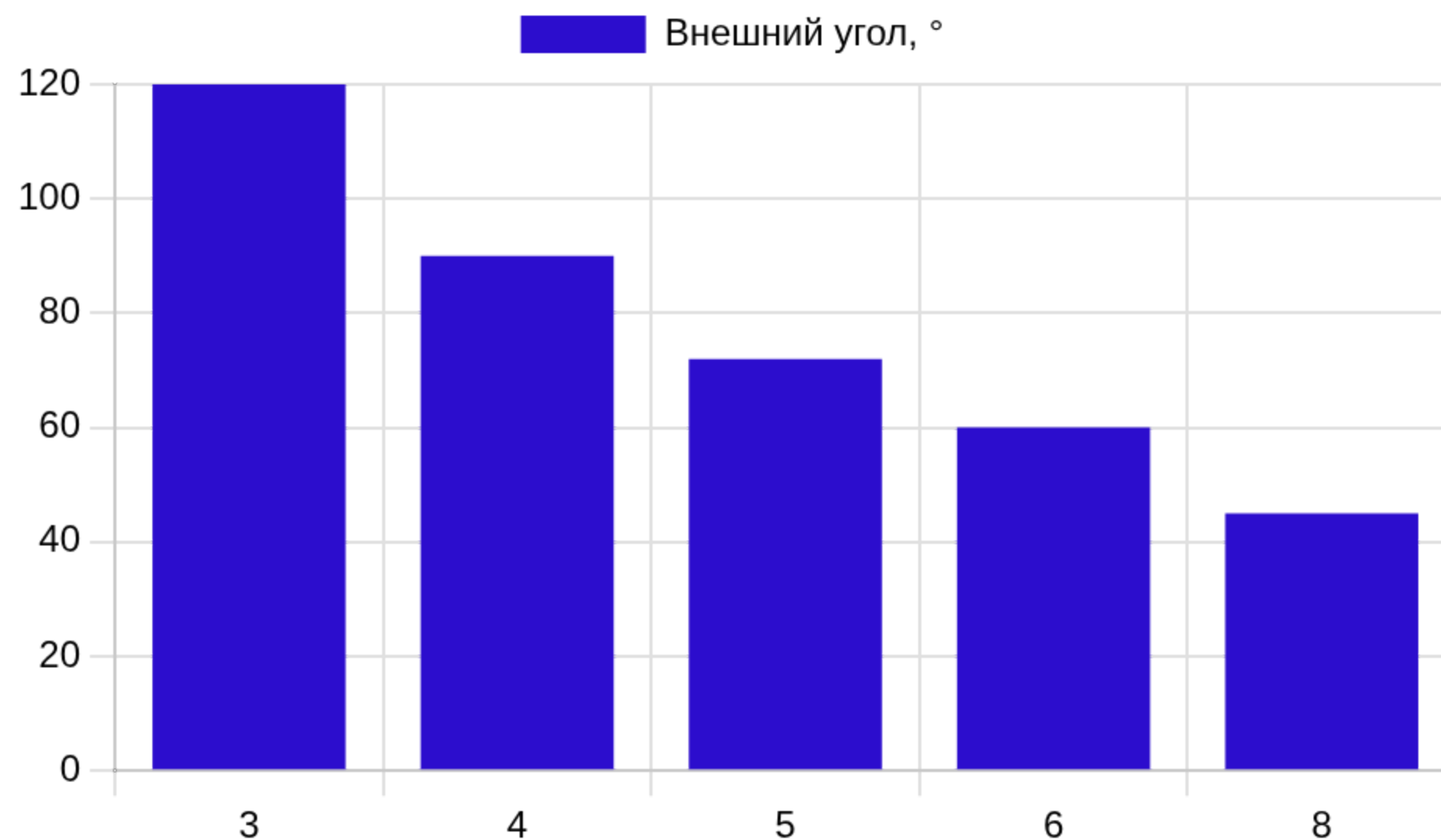


Последовательность построения

Схема показывает общий способ построения правильного многоугольника с помощью окружности и деления дуг.



Внешние углы правильных многоугольников



По значениям удобно сравнивать фигуры разного числа сторон и видеть, как меняется поворот при переходе к следующей вершине.

Чем больше сторон, тем меньше внешний угол, поэтому форма становится всё ближе к окружности.

Учебные формулы геометрии: внешний угол правильного n -угольника равен $360^\circ/n$.

Частые случаи построения

n	Фигура	Способ
3	треугольник	по 3
4	квадрат	по 4
6	шестиугольник	радиусом
8	восьмиугольник	по 8

В таблице показаны самые удобные примеры правильных многоугольников и способы их построения.

Некоторые фигуры строятся особенно просто: для шестиугольника достаточно отложить радиус по окружности, а для других часто нужно деление на равные части.

Как построить равносторонний треугольник



Первая точка

На окружности выбирают одну вершину и оставляют радиус циркуля неизменным. Это позволяет точно откладывать равные расстояния по дуге без дополнительных измерений.



Ещё две отметки

Тем же радиусом последовательно отмечают на окружности ещё две точки. Получаются три вершины, между которыми все дуги и хорды равны.



Готовая фигура

Если соединить три точки, получится равносторонний треугольник. Его стороны равны радиусу окружности, а центральные углы между соседними вершинами составляют 120° .

Построение квадрата

1. Два диаметра

Сначала строят окружность и проводят через её центр два взаимно перпендикулярных диаметра. Их концы сразу дают четыре вершины будущего квадрата.

2. Четыре вершины

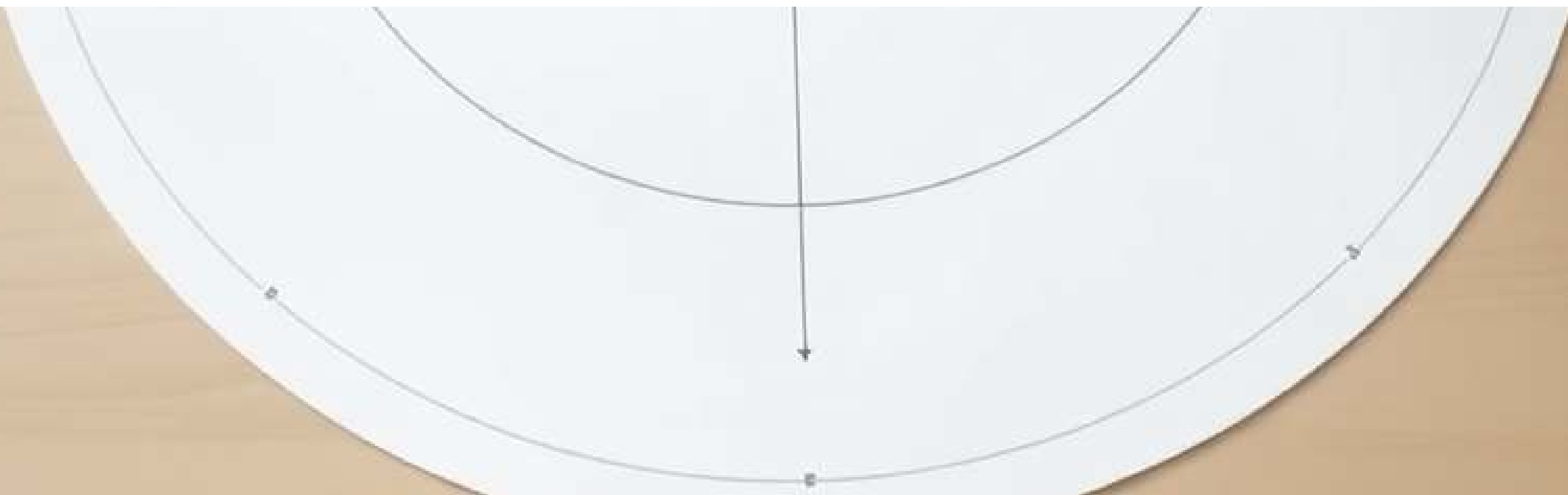
Поскольку диаметры пересекаются под прямым углом, вершины располагаются через одинаковые промежутки на окружности. Это обеспечивает равные дуги между соседними точками.

3. Равные стороны

Соединив соседние концы диаметров, получают четыре одинаковые стороны. Фигура сохраняет точную форму, потому что все вершины лежат на одной окружности.

4. Углы и симметрия

Внутренние углы квадрата равны 90° , а его центральные углы тоже по 90° . Такой способ хорошо показывает две оси симметрии и связь квадрата с окружностью.



Построение правильного шестиугольника

Одна длина для всего

Для шестиугольника радиус окружности используют как длину стороны. Поэтому достаточно один раз задать окружность, а затем откладывать тот же размер по её дуге.

Шесть одинаковых шагов

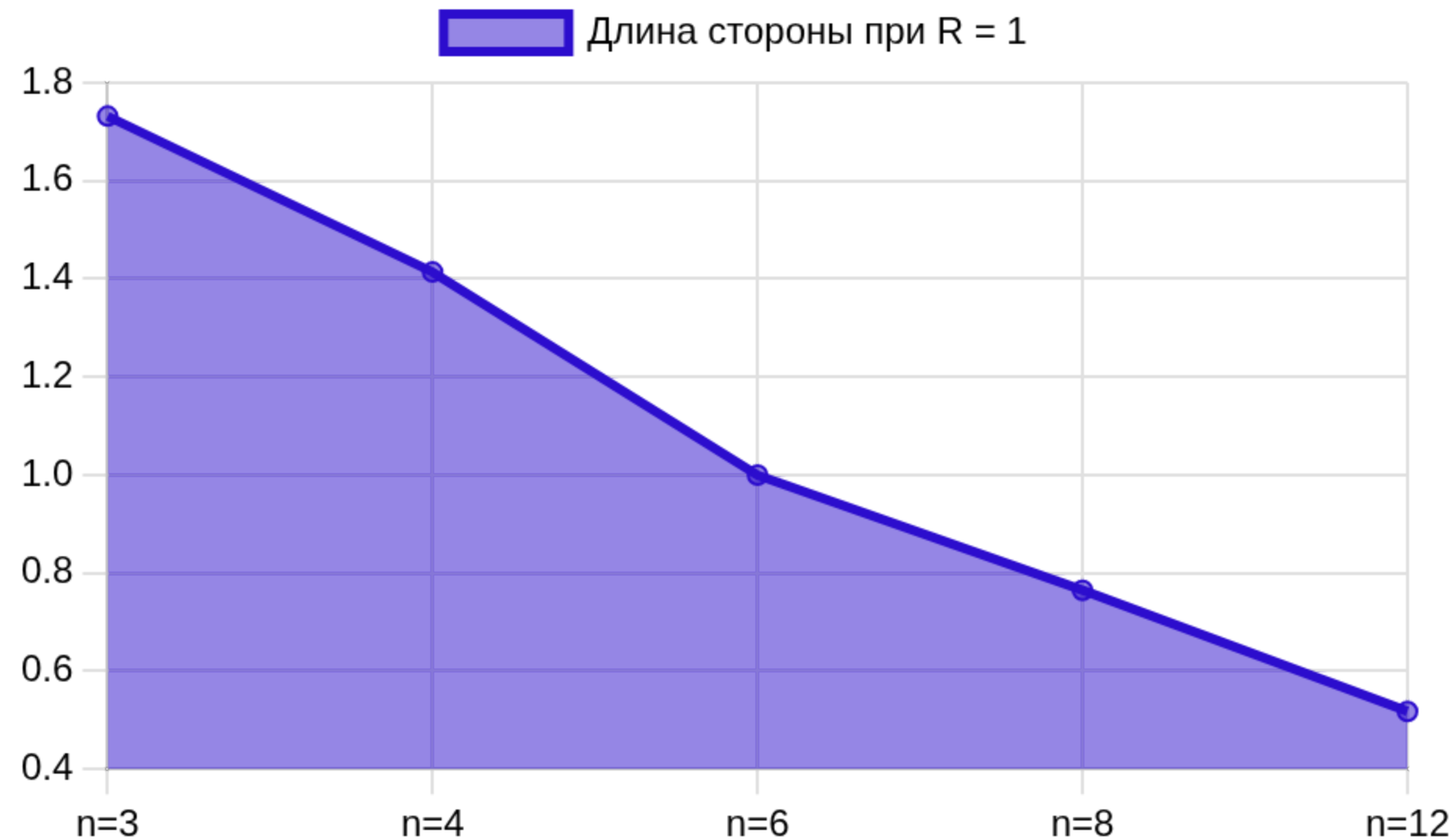
Последовательно отмечают шесть точек на окружности, не меняя размах циркуля. Так получают шесть равных хорд, а значит, и шесть равных сторон.

Ясная симметрия

После соединения соседних точек фигура выглядит очень ровной и симметричной. На рисунке удобно показать центр, вершины и равные стороны, чтобы увидеть закономерность построения.



Как меняется длина стороны при росте числа сторон



При одном и том же радиусе стороны вычисляются как хорды одной окружности, поэтому сравнение получается наглядным и точным.

Чем больше сторон, тем короче каждая сторона и тем ближе фигура к окружности.

Геометрическая формула хорды: $a = 2R \cdot \sin(\pi/n)$; расчёт для $R=1$.

Построение правильного пятиугольника

1. Начальная окружность

Постройте окружность и отметьте её центр. Именно эта окружность задаёт все вершины будущего пятиугольника и обеспечивает одинаковое расстояние до них.

2. Использование диагонали

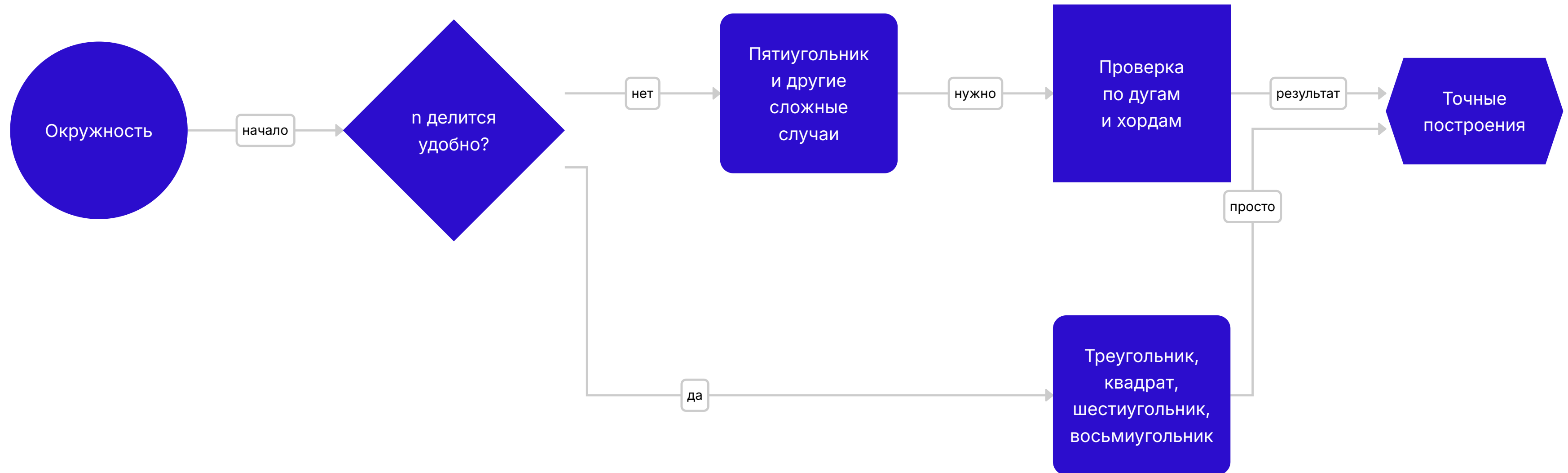
Дальше находят вспомогательные точки и отрезки, связанные с диагоналями. Они помогают получить сторону пятиугольника через более точное построение, чем простое деление круга.

3. Завершение построения

После переноса найденной длины на окружность соединяют соседние точки. Получается правильный пятиугольник, где равенство сторон связано с золотым сечением.

Когда построение становится сложнее

Схема показывает, насколько удобно делится окружность на равные части для разных правильных многоугольников.



Инструменты для построения

Эта таблица показывает, чем пользуются при построении и зачем нужен каждый инструмент.

Циркуль и линейка — основные инструменты; остальные помогают уточнять и проверять построение.

Инструмент	Функция	Пример
Циркуль	Радиусы	Окружность
Линейка	Соединение точек	Стороны
Транспортир	Проверка углов	Контроль

Оси симметрии и поворотная симметрия

Равные оси

У правильного n -угольника количество осей симметрии равно числу сторон. Каждая ось проходит через вершину и середину противоположной стороны или через две противоположные вершины.

Поворот без изменения

Если повернуть фигуру на $360^\circ/n$, она совпадёт сама с собой. Это удобно для проверки чертежа: достаточно убедиться, что рисунок повторяется после такого поворота.

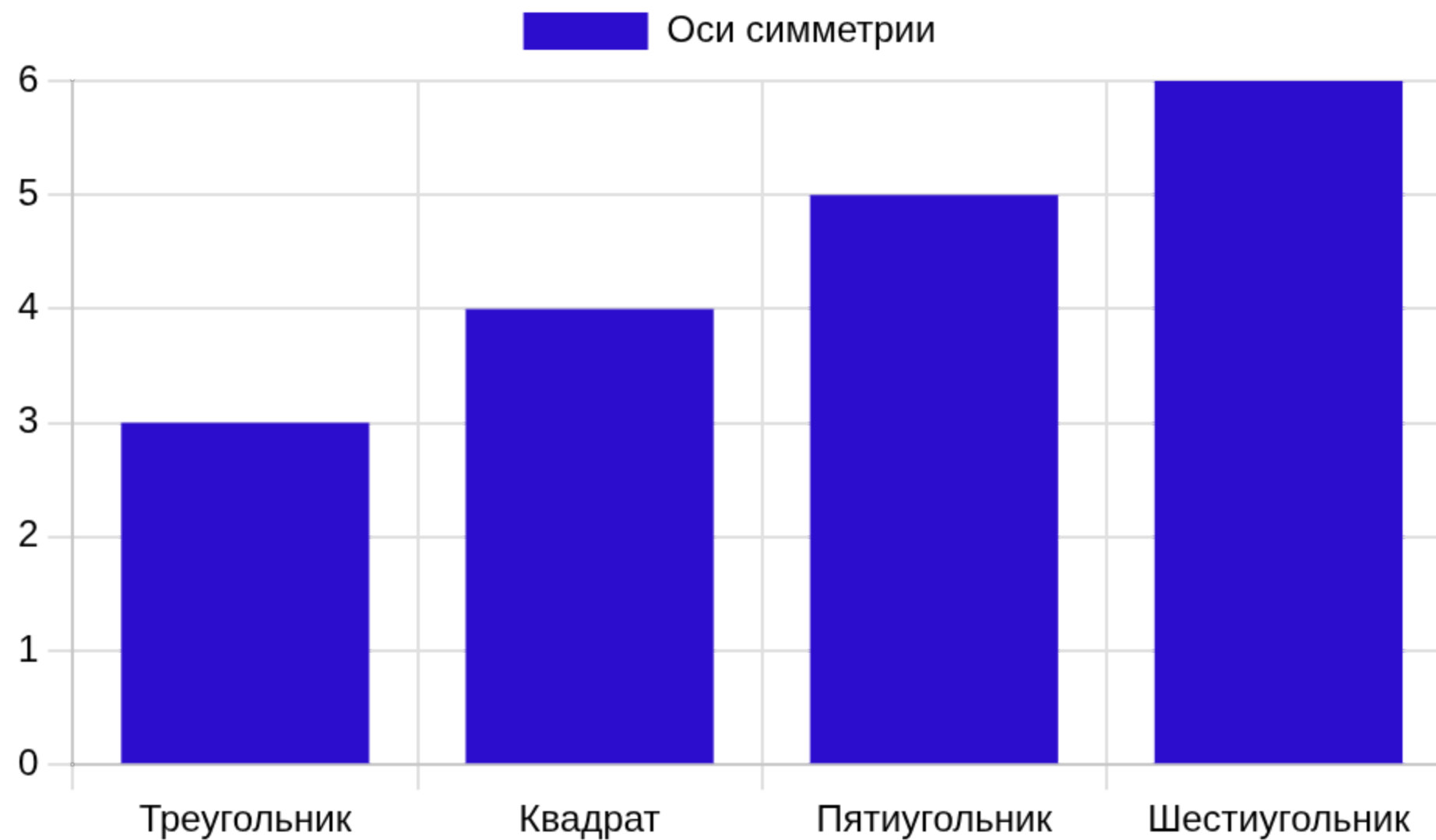
Почему стороны равны

Симметрия объясняет, почему все стороны и углы одинаковы. Каждая вершина занимает такое же положение, как остальные, поэтому фигура выглядит строго и аккуратно.

Проверка без измерений

Когда оси и повороты согласованы, не нужно измерять каждую деталь отдельно. Достаточно найти центр, проверить равные дуги и увидеть повторяемость формы.

Сравнение типичных правильных многоугольников



Чем больше сторон у фигуры, тем чаще она повторяется при повороте вокруг центра.

Число осей симметрии растёт вместе с числом сторон, а внешний угол уменьшается.

Свойства правильных многоугольников: число осей симметрии равно n ; внешний угол равен $360^\circ/n$.

Типичные ошибки при построении

1.

1. Неточный центр

Если центр окружности отмечен с ошибкой, все последующие построения смещаются. Вершины перестают лежать на одной окружности, и правильность фигуры нарушается.

2.

2. Разные радиусы

При переносе радиуса даже небольшая разница даёт неравные хорды. Из-за этого стороны многоугольника становятся различными, а чертёж теряет симметрию.

3.

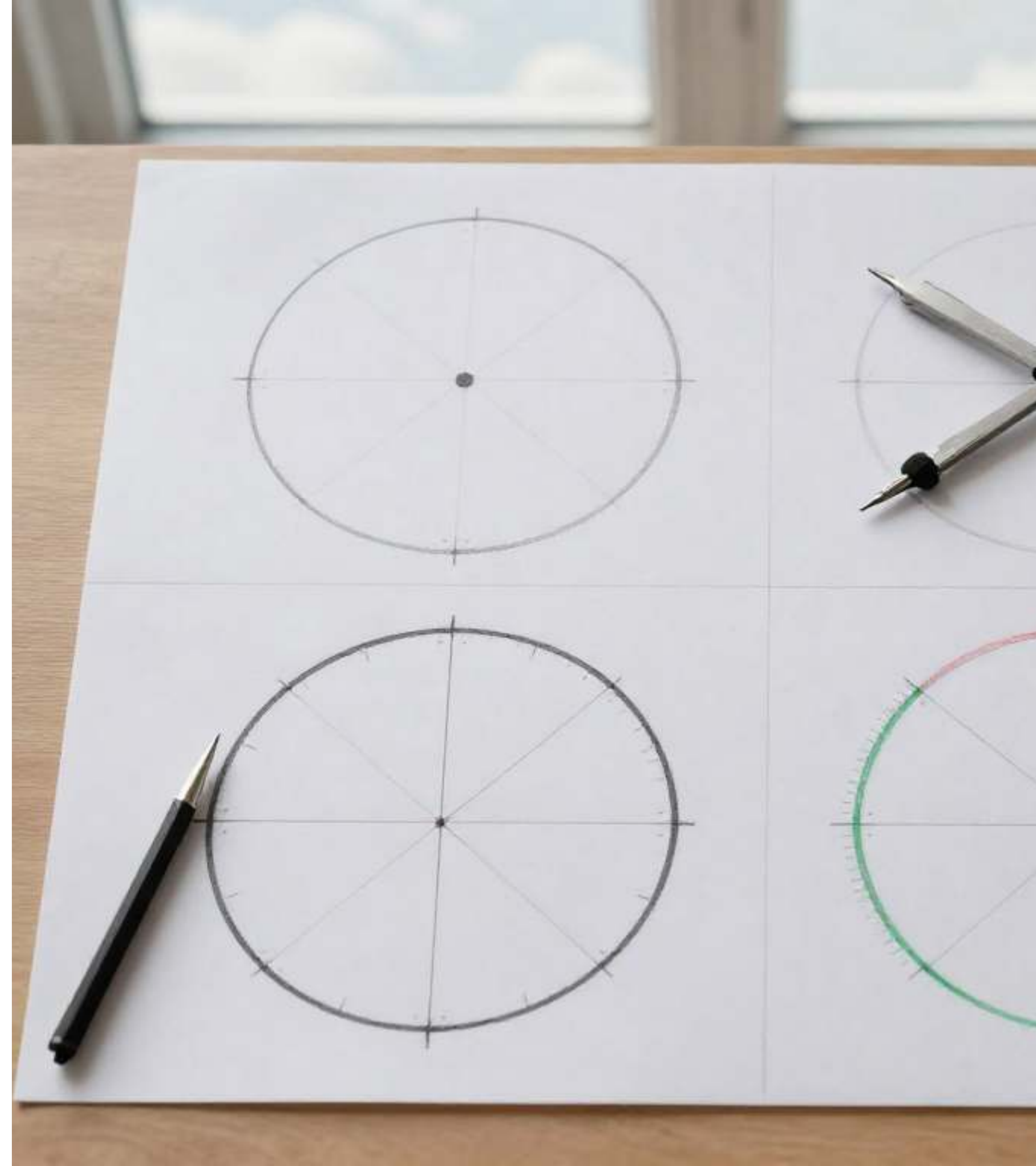
3. Ошибка в делении дуги

Неверное деление окружности на равные части сразу меняет центральные углы. В результате фигура выглядит похожей, но не является правильной.

4.

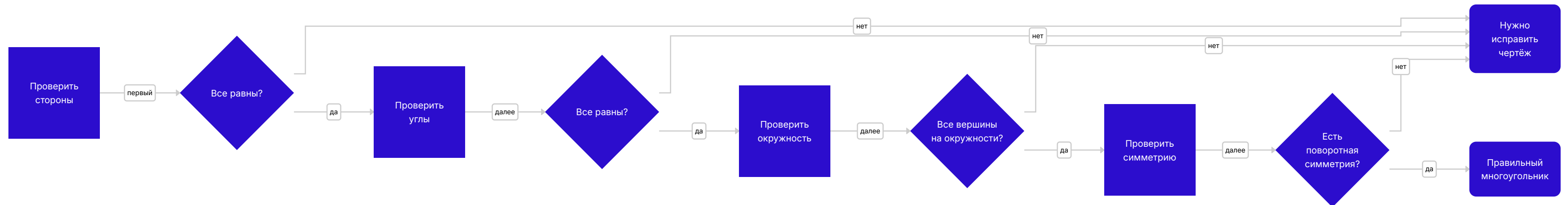
4. Отсутствие проверки

Если не сравнить стороны, углы и расположение вершин, ошибку можно не заметить. Поэтому готовый чертёж всегда нужно проверять по нескольким признакам.



Проверка готового чертежа

Последовательность проверки основана на признаках правильного многоугольника: равенстве сторон, равенстве углов и симметрии.



Короткая памятка по формулам

n	Внешний угол	Сумма внутренних	Оси симметрии
n	$360^\circ/n$	$(n-2)\times 180^\circ$	n
3	120°	180°	3
6	60°	720°	6

Эти формулы помогают быстро находить углы и сравнивать правильные многоугольники с разным числом сторон.

Формулы показывают одну закономерность: больше сторон — меньше внешний угол и больше осей симметрии.

Главные выводы урока

Правильные многоугольники удобно строить через окружность: равные дуги, хорды и симметрию. Одни фигуры строятся сразу, другие требуют более тонких приёмов, но принцип остаётся одинаковым.