



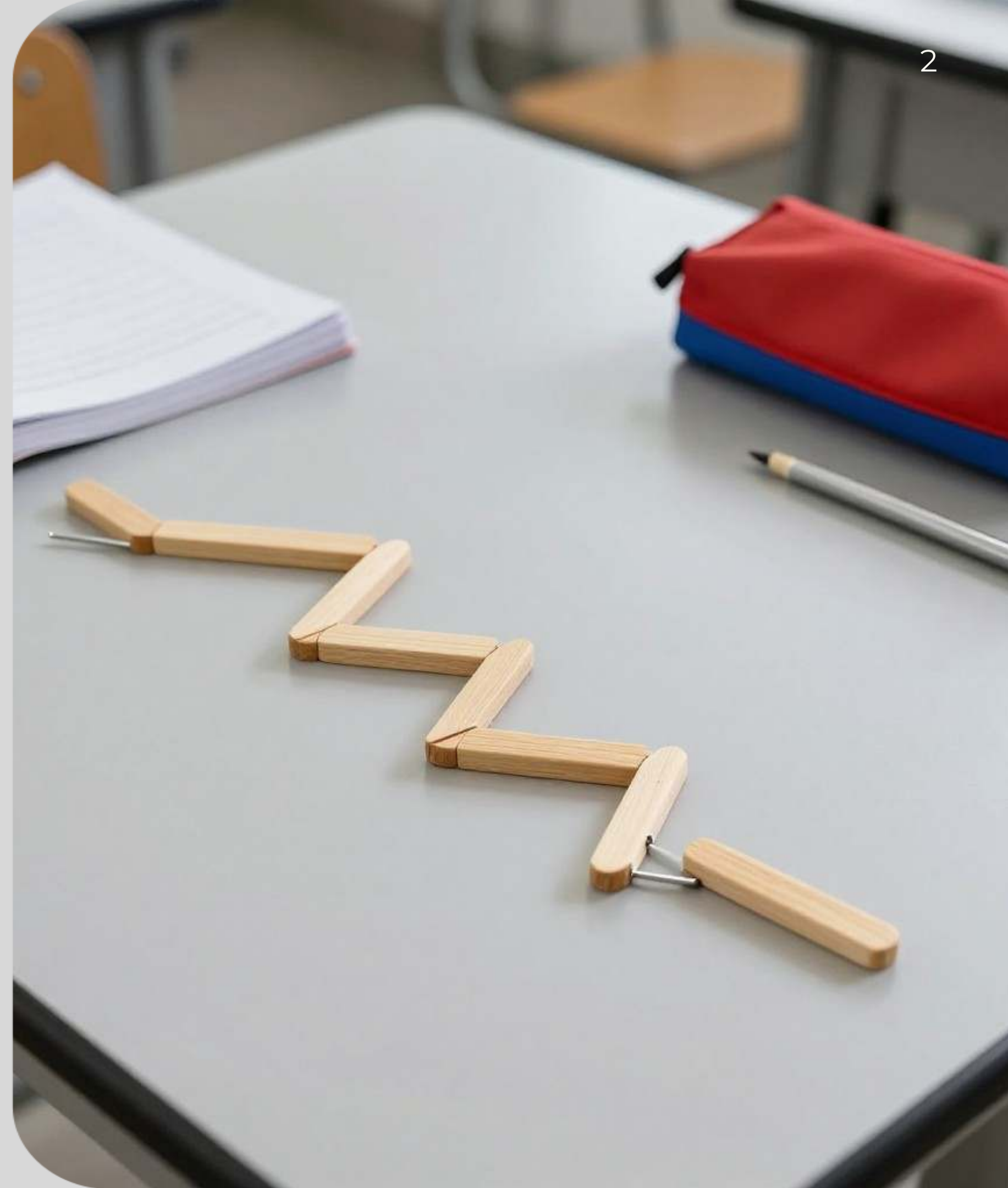
# Ломаная: основные понятия и роль в геометрии

Ломаная — последовательность отрезков с общими концами: звенья, вершины и длина.



# Почему ломаную изучают в 9 классе

Ломаная — базовый объект, на котором строятся более сложные темы 9 класса. Через её свойства учатся переходить к многоугольникам, периметру и анализу фигур на плоскости. Она встречается в задачах на измерение и маршруты. Понятия звена и вершины задают точный язык.



# Определение ломаной и её элементы

1

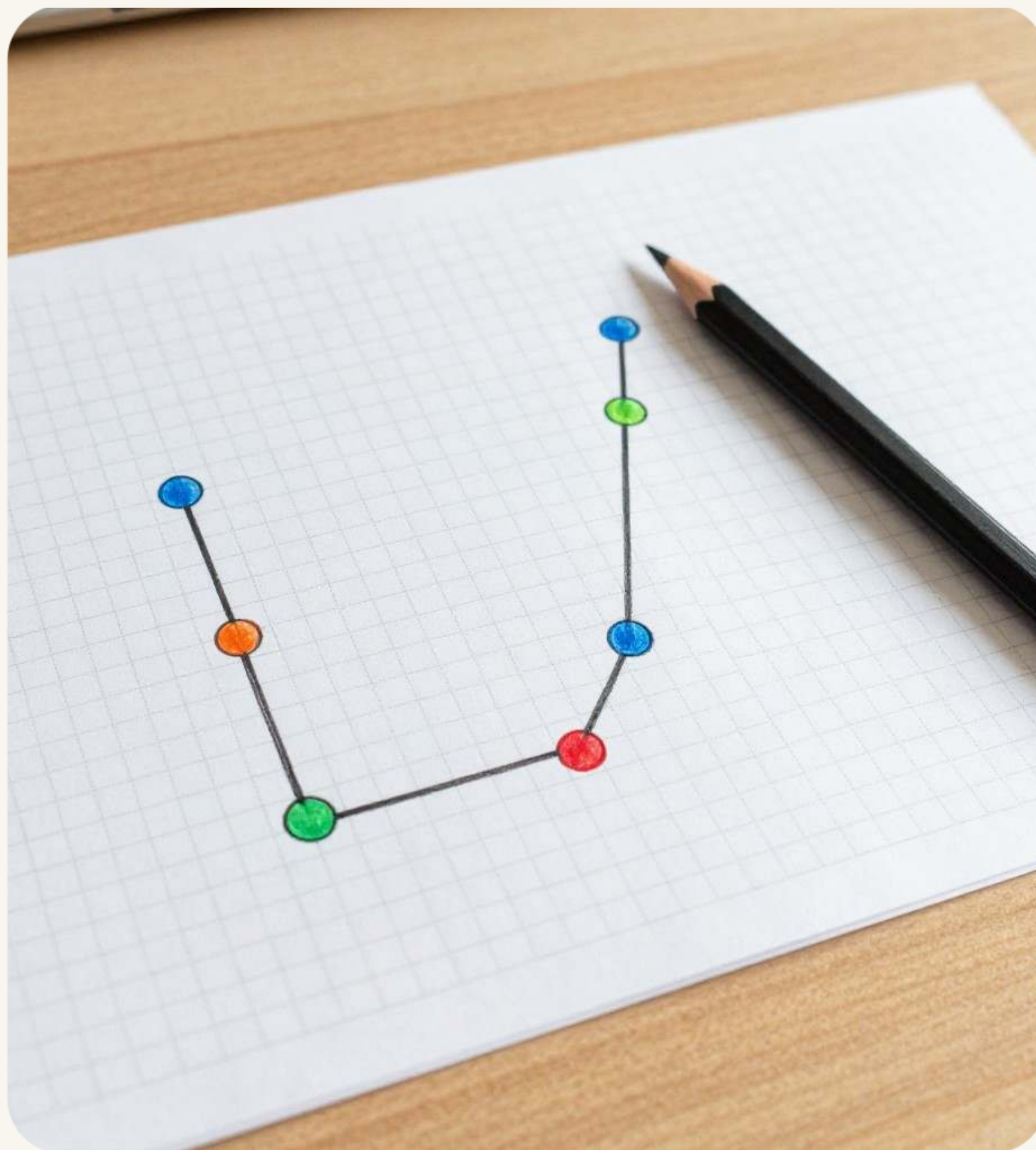
Ломаная — фигура, составленная из нескольких отрезков, где конец каждого следующего отрезка совпадает с концом предыдущего. Эти соединённые участки образуют единый рисунок.

2

Отрезки ломаной называют звеньями, а точки их соединения — вершинами. Важно уметь различать эти элементы: звенья дают «ход» линии, а вершины фиксируют изломы.

3

У незамкнутой ломаной есть два разных конца, значит, её начальная и конечная точки различаются. У замкнутой ломаной начало и конец совпадают. Для незамкнутой число звеньев на 1 меньше числа вершин.



# Как изображают ломаную на чертеже

## Обозначения вершин и порядок звеньев

На чертеже ломаная выглядит как последовательность прямых отрезков с изломами в вершинах. Обычно вершины подписывают буквами, чтобы точно указать каждое звено и порядок следования точек. Так легче проверять ответы в задачах.

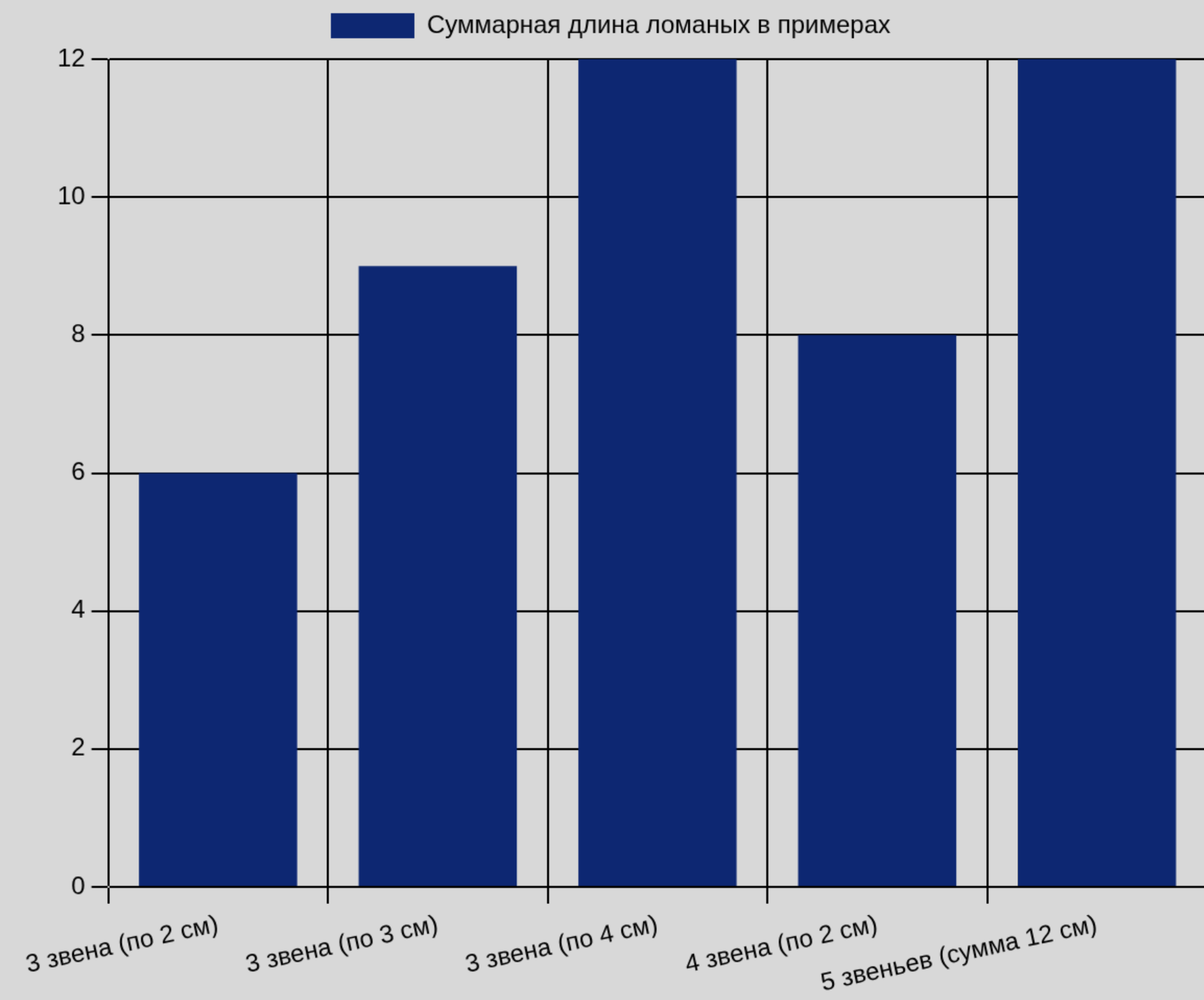
## Примеры изображений: клетчатая бумага и маршрут

Удобный пример — ломаная на клетчатой бумаге: по клеткам хорошо видно направление и количество звеньев. Также по маршруту на карте можно представить ломаную линию: она последовательно соединяет точки пути без плавных кривых.

# Сравнение ломаных по числу звеньев и длине

Если звенья одинаковые, общая длина растёт пропорционально числу звеньев. Когда звенья разной длины, важно складывать именно длины каждого звена.

Диаграмма показывает: общая длина увеличивается при добавлении звеньев или при росте длины каждого звена. Сравнение становится наглядным через сумму.



Примеры из условия: (3 звена по 2/3/4 см), 4 звена по 2 см, 5 звеньев с суммой 12 см.

# Виды ломаных и их признаки

В таблице ломаные сравниваются по замкнутости и по соответствию числа звеньев и вершин.

Главный признак: замкнутая ломаная образует границу области на плоскости, а незамкнутая — нет.

| Тип ломаной | Звенья | Вершины | Начало и конец |
|-------------|--------|---------|----------------|
| Незамкнутая | 3      | 4       | Не совпадают   |
| Замкнутая   | 4      | 4       | Совпадают      |
| Незамкнутая | 6      | 7       | Не совпадают   |

Длина ломаной равна сумме длин всех её звеньев. При измерении на рисунке используют линейку и единицы длины: миллиметры, сантиметры, дециметры. На плане учитывают масштаб.

**10 см**

В данном примере длина получается как сумма длин трёх звеньев.

Пример из условия: звенья 3 см, 5 см и 2 см.

# Алгоритм нахождения длины ломаной

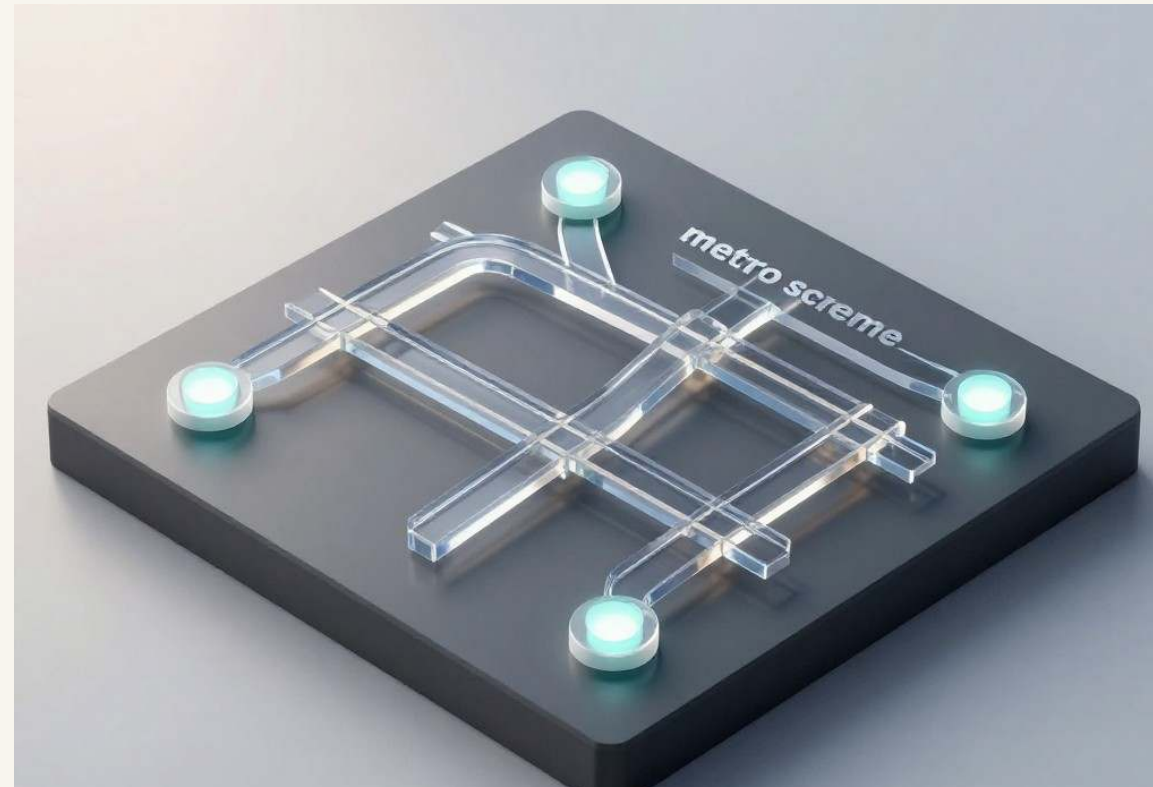
Последовательность действий для измерения по чертежу или сетке, с учётом масштаба.

# Ломаная в повседневной жизни и на схемах



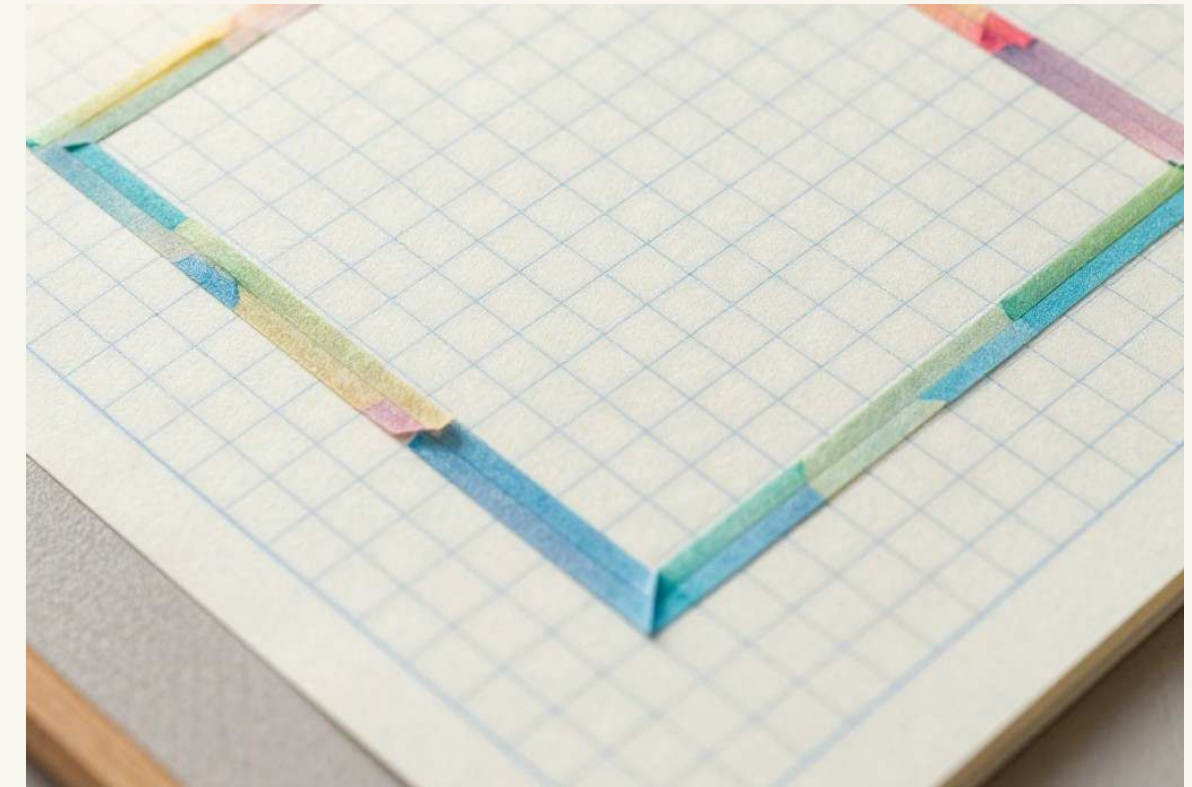
## Маршрут на карте: «ступеньки» пути

На городских картах маршрут часто показывают ломаной линией: точки остановок последовательно соединяются прямыми участками. Так путь читается быстрее, чем по сложной кривой линии. Получается удобная модель движения между несколькими точками.



## Схема метро: линии без плавных изгибов

Схемы метро тоже используют ломаные: станции изображают точками, а переходы — отрезками. Даже когда в реальности пути сложнее, схема передаёт порядок и направление. По ломаной удобно ориентироваться и сравнивать маршруты по количеству пересадок.



## Узоры на клетчатой бумаге и в отделке

Ломаные часто встречаются в орнаментах: их легко строить на клетках и повторять по правилам симметрии. Контур плитки, границы элементов мозаики или рисунок на ткани обычно составляют из прямых отрезков. Поэтому ломаная подходит как основа для аккуратного чертежа.

# Незамкнутая и замкнутая ломаная

1

Незамкнутая ломаная имеет два разных конца, поэтому её линия не возвращается в исходную точку. Из-за этого она не образует полной границы фигуры. По виду легко отличить разомкнутый контур от замкнутого.

2

Замкнутая ломаная начинается и заканчивается в одной точке. Поэтому её звенья образуют замкнутый контур, который можно «обойти» по линии. Такая ломаная особенно важна, когда требуется построить многоугольник.

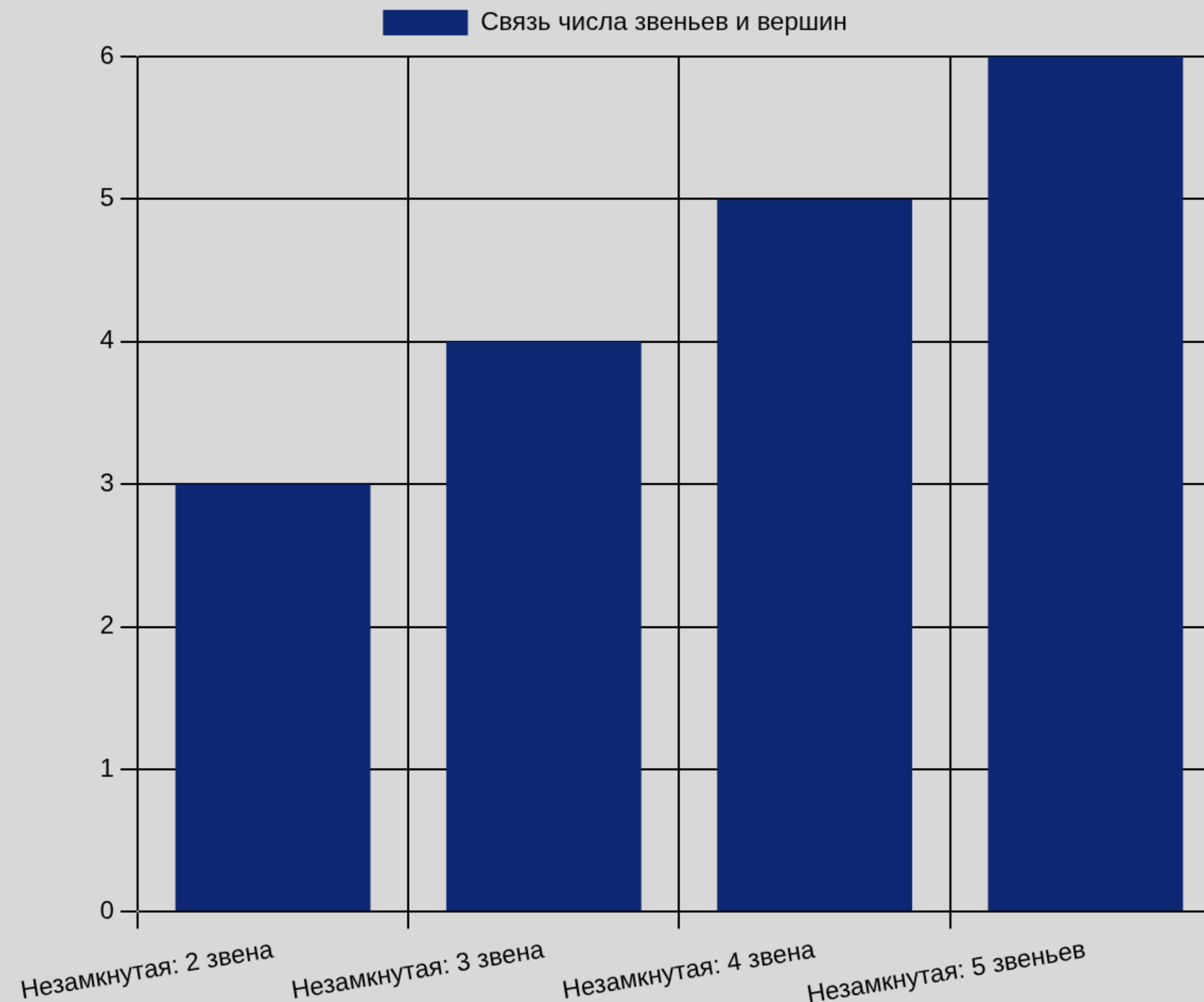
3

Различие между незамкнутой и замкнутой ломаной определяет, может ли фигура ограничивать часть плоскости. Если контур замкнут — появляется область, которую можно рассматривать как фигуру. В задачах это помогает правильно выбирать модель для решения.

# Связь между звеньями и вершинами

На незамкнутой ломаной каждая добавленная точка стыка увеличивает число звеньев и сохраняет правило: вершин всегда на одну больше.

Диаграмма наглядно подтверждает правило для незамкнутых ломаных: вершины = звенья + 1. Для замкнутых ломаных это равенство меняет знак на «звенья = вершины».



Данные соответствуют школьному правилу: для незамкнутой ломаной число вершин на 1 больше числа звеньев (учебная практика, без внешних измерений).

# Углы в вершинах ломаной



## Почему возникает угол

В каждой вершине два соседних звена образуют поворот: они не просто продолжают друг друга, а меняют направление. Поэтому между отрезками появляется угол.



## Когда излом «не виден»

Если два соседних звена лежат на одной прямой, направление не меняется. Тогда вершина не даёт заметного излома, и ломаная почти сливается с прямой.



## Резкость зависит от изменения направления

Чем сильнее отличаются направления звеньев, тем больше величина угла. Из-за этого ломаная выглядит более «ломаной», с выраженными изломами и поворотами.



## Углы помогают отличать объекты

Наличие углов в вершинах — ключевой признак ломаной. Он связывает тему с изучением углов: по изменению направления видно, где именно расположены вершины.

# Типовые задания по теме «Ломаная»

| Тип задания       | Данные             | Искомая величина      |
|-------------------|--------------------|-----------------------|
| Длина             | Длины всех звеньев | Длина ломаной         |
| Вершины           | Число вершин       | Число звеньев         |
| Замкнутость       | Описание концов    | Замкнутая/незамкнутая |
| Сравнение         | Две ломаные        | Какая длиннее         |
| Недостающее звено | Общая длина        | Длина одного звена    |

Задания тренируют умение работать с определением ломаной, измерять длины и применять правило суммы длин звеньев при разных формулировках.

Разнообразие формулировок проверяет одно ядро: корректность подсчёта звеньев и вершин, умение суммировать длины и определять замкнутость по концам.

# Как ломаная превращается в многоугольник

Алгоритм опирается на проверку замкнутости и совпадения начала и конца.

# Типичные ошибки при работе с ломаной

**1** Путают звенья и вершины: например, считают вершину как отрезок или, наоборот, отрезок как точку. В результате правило «вершин больше на 1» применяется неправильно и ломается весь ход решения.

**2** Ошибаются в вычислении длины: вместо суммы длин звеньев берут только один участок или забывают сложить все отрезки. Часто теряется единица измерения, из-за чего ответ выглядит неверным.

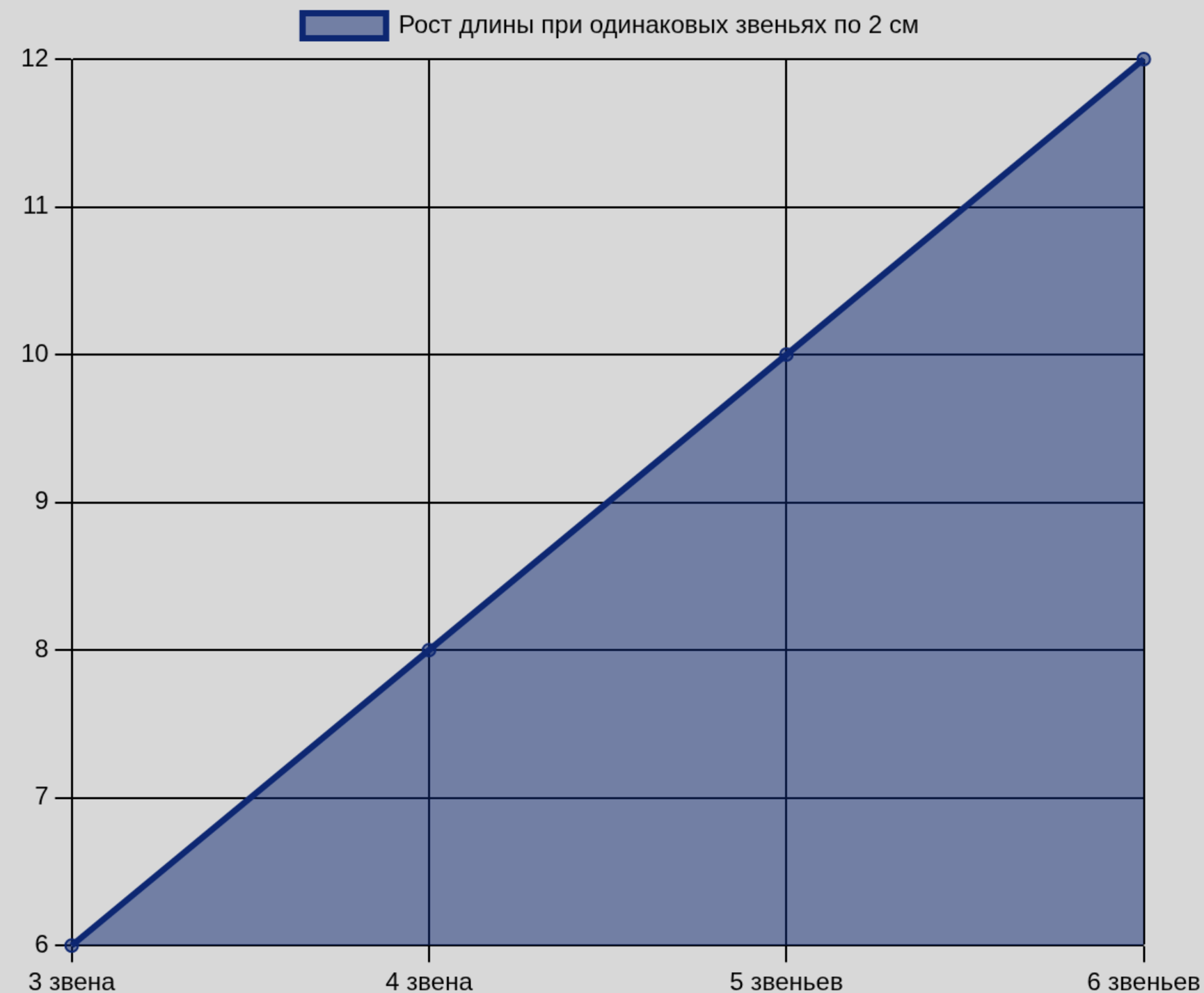
**3** Считают незамкнутую ломаную замкнутой, если концы «похожи» или находятся близко. В геометрическом смысле они должны совпасть в одной точке, иначе граница области не образуется.

**4** При чертеже неточно соединяют концы в вершинах или обозначают точки разными буквами. Тогда нарушается порядок следования звеньев, и фигура перестаёт быть ломаной, как требует определение.

# Как меняется длина при одинаковых звеньях

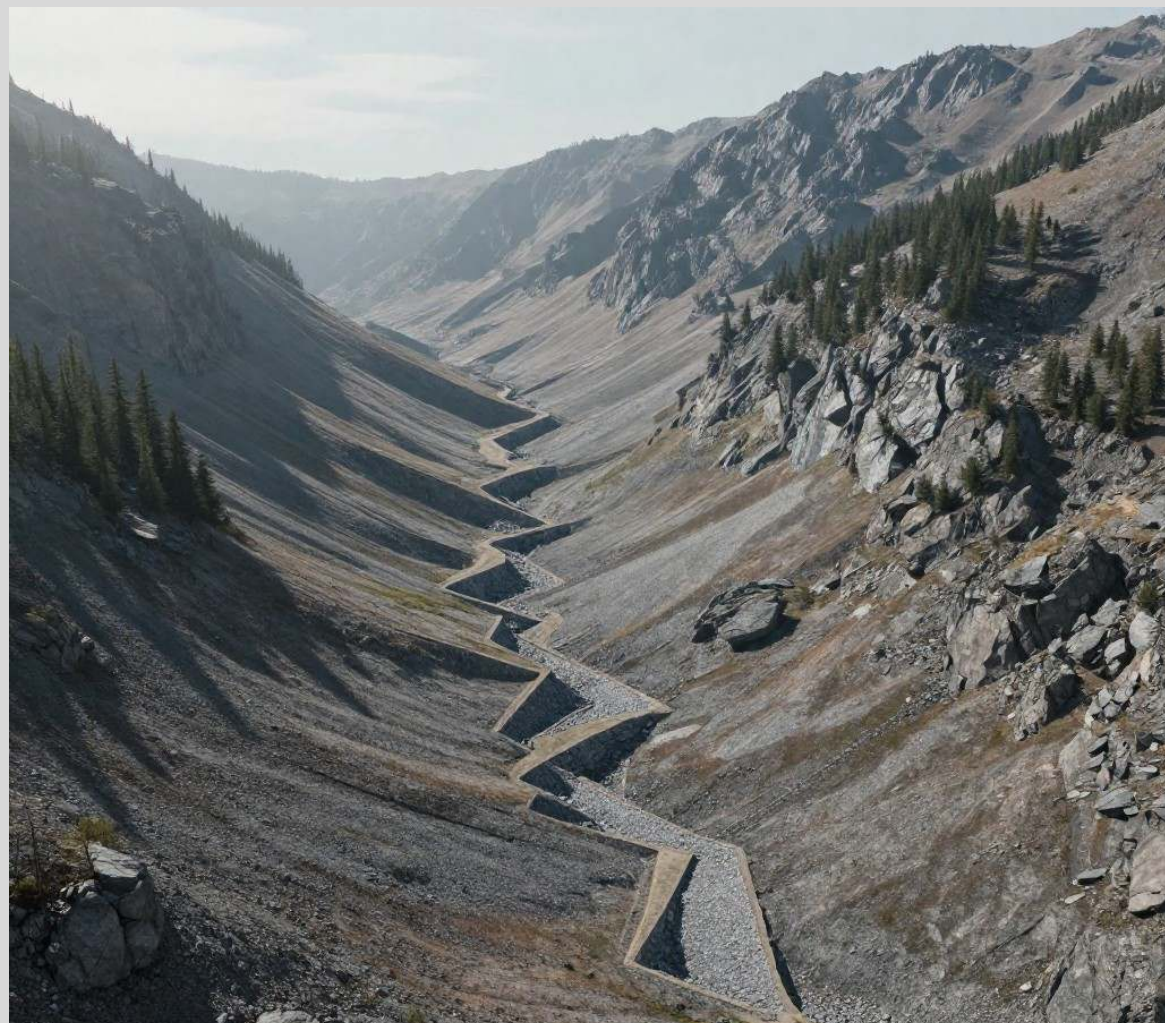
При увеличении числа звеньев на 1 общая длина возрастает на 2 см, потому что добавляется очередное одинаковое звено.

График показывает равномерный рост: длина — это сумма одинаковых слагаемых. Поэтому зависимость проста и легко переносится на похожие задачи.



Данные заданы условием примера: длины ломаных из звеньев по 2 см (3–6 звеньев), вычислено суммированием.

# Ломаная в природе и технике



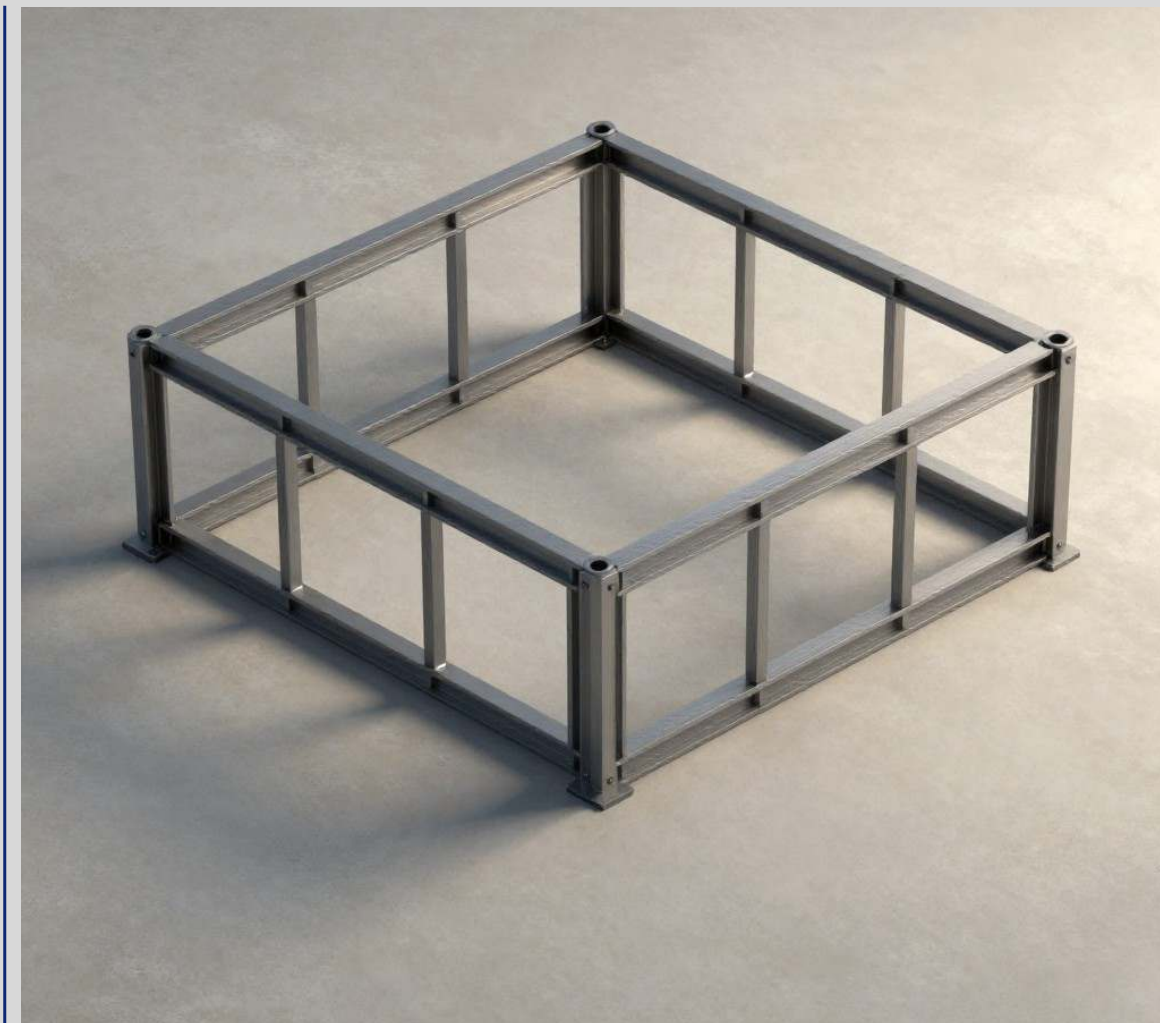
## Горный рельеф: путь по «ступеням»

Извилистые линии рельефа часто состоят из участков разного направления. Как на карте высот, так и в описании маршрута ступенчатая ломаная помогает показывать обходы без плавных кривых.



## Молния и береговая линия

Очертания грозового разряда и неровный край берега похожи на ломаную: направление меняется много раз. Такое изображение удобно в схематических рисунках, где важна последовательность поворотов.



## Каркас зданий и детали механизмов

Во многих конструкциях элементы стыкуются под прямыми углами, образуя ломаные контуры. По чертежу легко «считать» стороны и контролировать размеры, потому что контур состоит из прямых отрезков.

# Ломаная и прямая: сравнение свойств

Сравнение показывает, чем ломаная отличается от прямой: количеством звеньев, наличием вершин и возможностью замкнуть контур.

Главный отличительный признак ломаной — последовательность звеньев с вершинами, из-за чего она может образовать замкнутый контур и перейти к многоугольникам.

| Признак               | Прямая              | Ломаная              |
|-----------------------|---------------------|----------------------|
| Количество отрезков   | Один                | Несколько звеньев    |
| Вершины               | Нет                 | Есть точки излома    |
| Изменение направления | Нет                 | Есть повороты        |
| Замкнутость           | Не образует контура | Может быть замкнутой |
| Пример из жизни       | Линия на линейке    | Маршрут на карте     |

# Главные свойства ломаной

## Звенья образуют линию

Ломаная состоит из последовательных отрезков, которые соединяются концами. Эти отрезки называют звеньями, и именно они задают общий «каркас» фигуры.

## Вершины — точки поворота

Места соединения звеньев образуют вершины ломаной. В каждой вершине направление обычно меняется, поэтому именно вершины помогают отличить ломаную от прямой.

## Длина и связь вершин

Длина ломаной равна сумме длин всех звеньев. Для незамкнутой ломаной вершин на 1 больше звеньев, а для замкнутой число совпадает.

# Ломаная: главные идеи темы

Ломаная — это последовательность соединённых отрезков с вершинами. Её длина равна сумме длин звеньев, а сама она бывает незамкнутой и замкнутой; замкнутая — основа многоугольников.