

File Edit Search Help

Системы линейных уравнений с двумя переменными

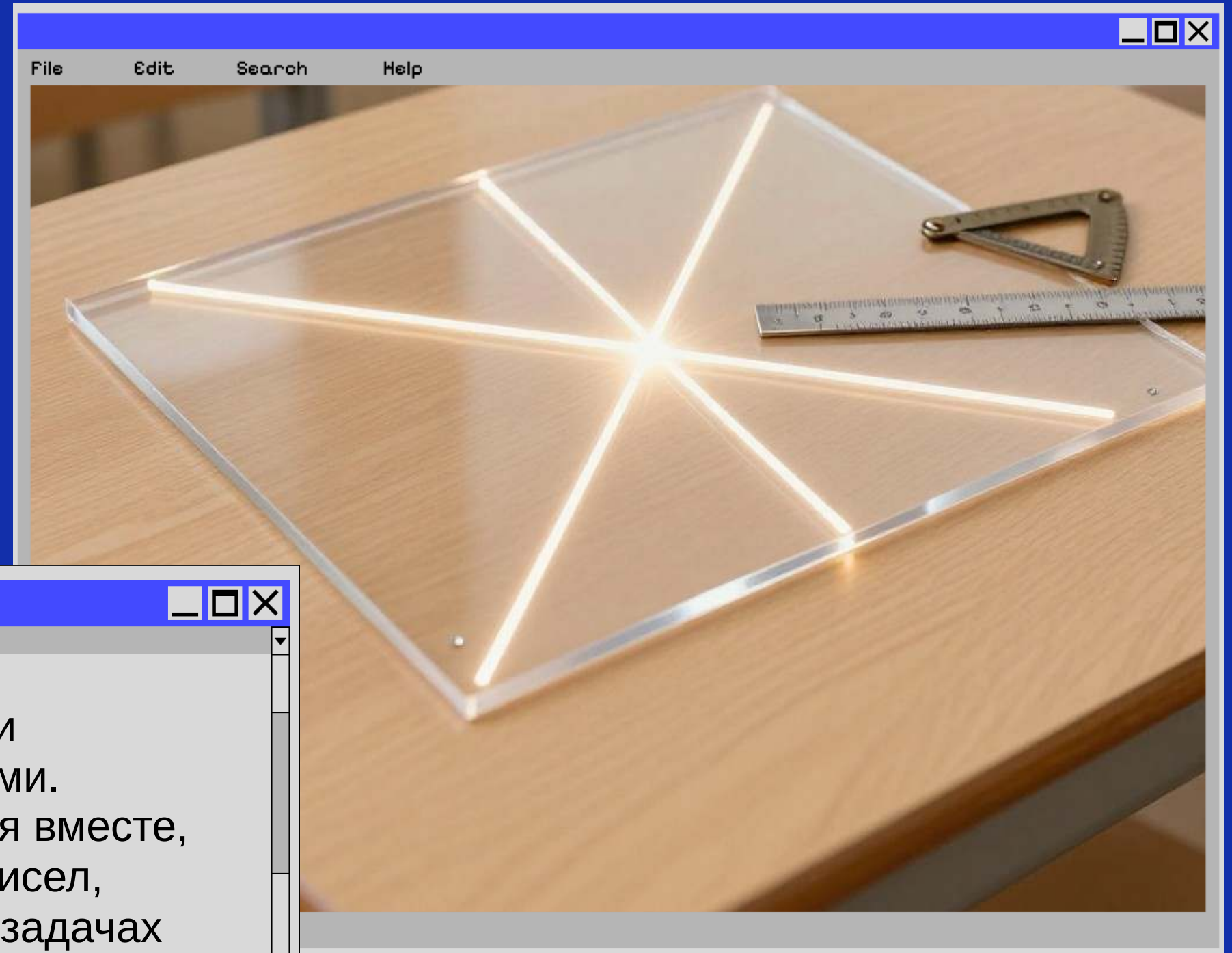
Научимся находить пару чисел, которая подходит двум условиям сразу.

Ok

Как уравнения помогают находить неизвестные

Ok

Линейные уравнения с двумя переменными описывают связь между двумя неизвестными. Если два таких уравнения рассматриваются вместе, получается система. Её решение — пара чисел, подходящая обоим условиям и полезная в задачах про цену, движение и количество предметов.



Основные элементы системы

Переменные

В системе чаще всего используют x и y . Эти буквы обозначают неизвестные величины, значения которых нужно найти по двум условиям задачи или по двум уравнениям.

Коэффициенты

Числа перед переменными показывают, как связаны неизвестные. Именно коэффициенты определяют вид уравнения и помогают выбирать удобный способ решения системы.

Два условия

Каждое уравнение выражает отдельное условие. Система требует, чтобы оба условия выполнялись одновременно, поэтому ищут не любое значение, а общую подходящую пару.

Общая точка

Если уравнения изображены графически, каждое из них задаёт прямую. Решением становится точка пересечения этих прямых, потому что она удовлетворяет обоим уравнениям.

Линейное уравнение на координатной плоскости

График уравнения

Уравнение вида $ax+by=c$ на координатной плоскости изображается прямой линией. Поэтому линейные уравнения удобно изучать не только алгебраически, но и с помощью графиков.

Две опорные точки

Чтобы построить прямую, обычно находят две точки. Для этого удобно подставить $x=0$ или $y=0$ и получить точки пересечения с осями координат.

Построение прямой

Когда две точки отмечены на координатной плоскости, через них проводят прямую. Этого достаточно, потому что через любые две разные точки проходит только одна прямая.

Пересечение графиков

Если построить графики двух уравнений системы, их общая точка покажет решение. Именно поэтому координатная плоскость помогает увидеть смысл системы наглядно.



Что считается решением системы

1

Пара чисел

Решением системы называют упорядоченную пару чисел $(x; y)$. Эти значения должны одновременно сделать верными оба уравнения, входящие в систему.

2

Проверка подстановкой

Найденную пару обязательно подставляют в каждое уравнение. Если после подстановки получаются верные равенства, значит, решение найдено правильно.

3

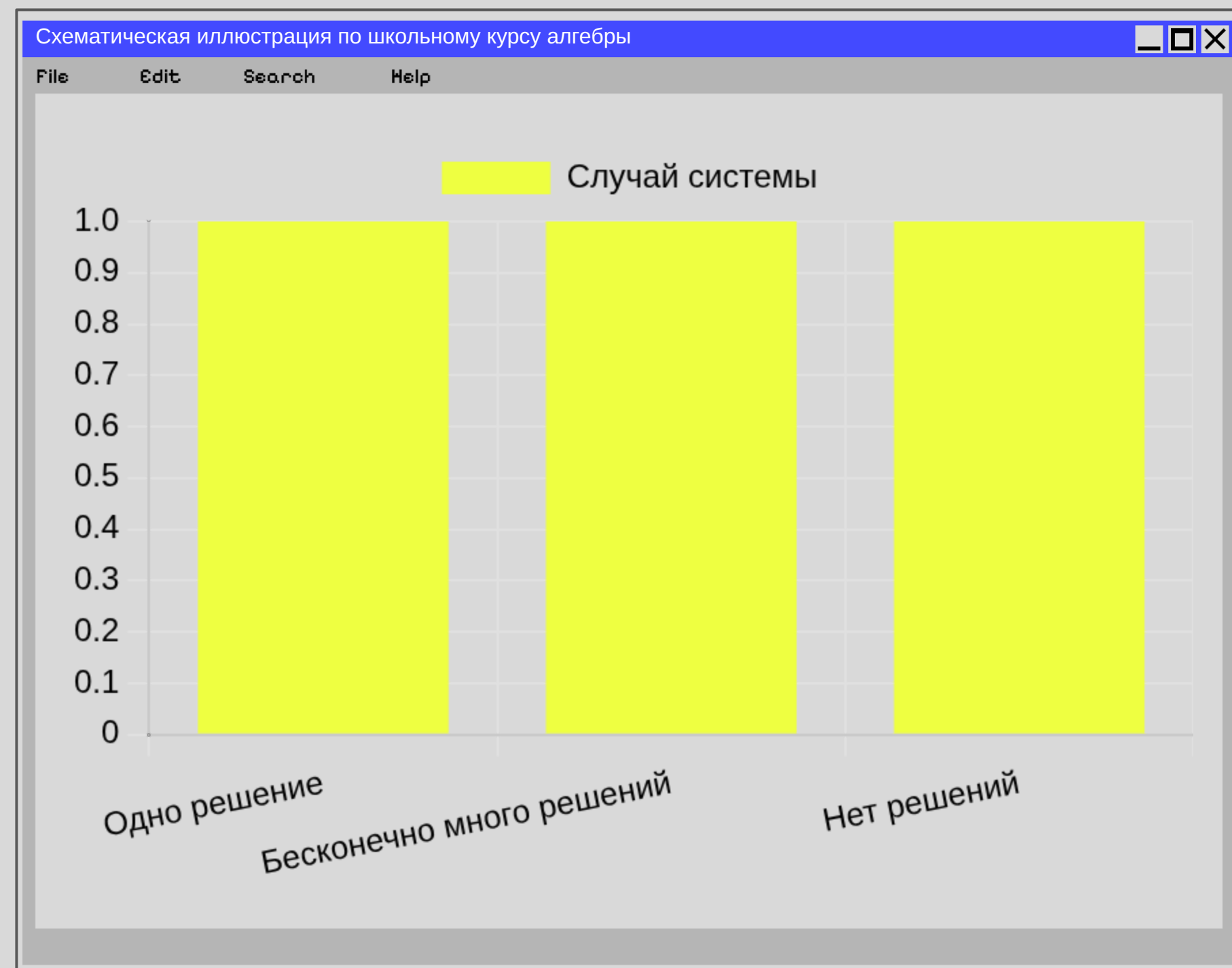
Ответ без ошибок

Проверка помогает заметить неверные вычисления и случайные ошибки. Особенно важно проверять не одно, а оба уравнения, чтобы убедиться в точности ответа.

Сколько решений может быть у системы

На схеме показаны три основные ситуации, которые встречаются в системах линейных уравнений. Они различаются положением прямых на координатной плоскости и числом общих точек.

Взаимное положение прямых полностью определяет число решений: пересечение, совпадение или параллельность.



Признаки числа решений системы

Таблица показывает, как вид прямых связан с числом решений и помогает быстро оценить результат ещё до полного вычисления.

По виду прямых можно заранее понять, сколько решений даст система, если посмотреть на график или на коэффициенты.

Случай	Прямые	Общие точки
Одно решение	Пересекаются	1
Бесконечно много	Совпадают	Бесконечно много
Нет решений	Параллельны	0

Способ подстановки

1

Выразить переменную

Сначала в одном уравнении выражают одну переменную через другую. Лучше выбирать ту, которую легко изолировать, особенно если её коэффициент равен 1.

2

Подставить во второе

Полученное выражение подставляют во второе уравнение вместо выбранной переменной. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной.

3

Найти вторую переменную

После решения полученного уравнения находят значение первой переменной, а затем подставляют его обратно, чтобы вычислить вторую.

4

Когда удобно применять

Подстановка особенно полезна, если одно из уравнений уже почти решено относительно одной переменной. Тогда преобразований требуется меньше, а ход решения становится понятнее.

Способ сложения

1

Подготовить уравнения

Этот способ выбирают, когда коэффициенты при одной переменной одинаковые или противоположные. Тогда уравнения удобно складывать или вычитать, чтобы одна переменная исчезла.

2

Убрать неизвестную

После сложения или вычитания получают более простое уравнение с одной переменной. Его решают обычным способом и находят одно из неизвестных.

3

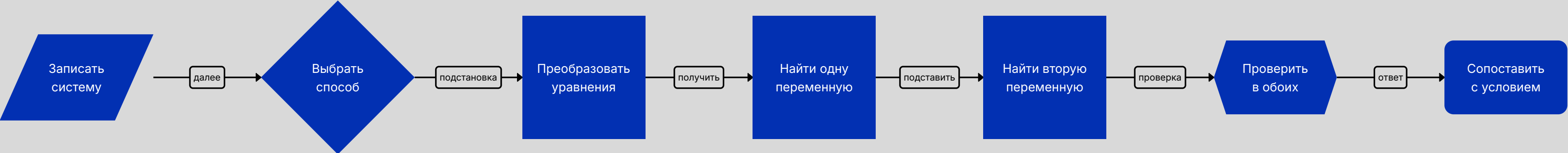
Найти второе значение

Затем найденное число подставляют в любое исходное уравнение и вычисляют вторую переменную. В итоге получают полную пару значений решения системы.

Как решать систему уравнений

Алгоритм школьного решения системы линейных уравнений с двумя переменными

Ok



Графический способ решения

Две прямые на одной плоскости

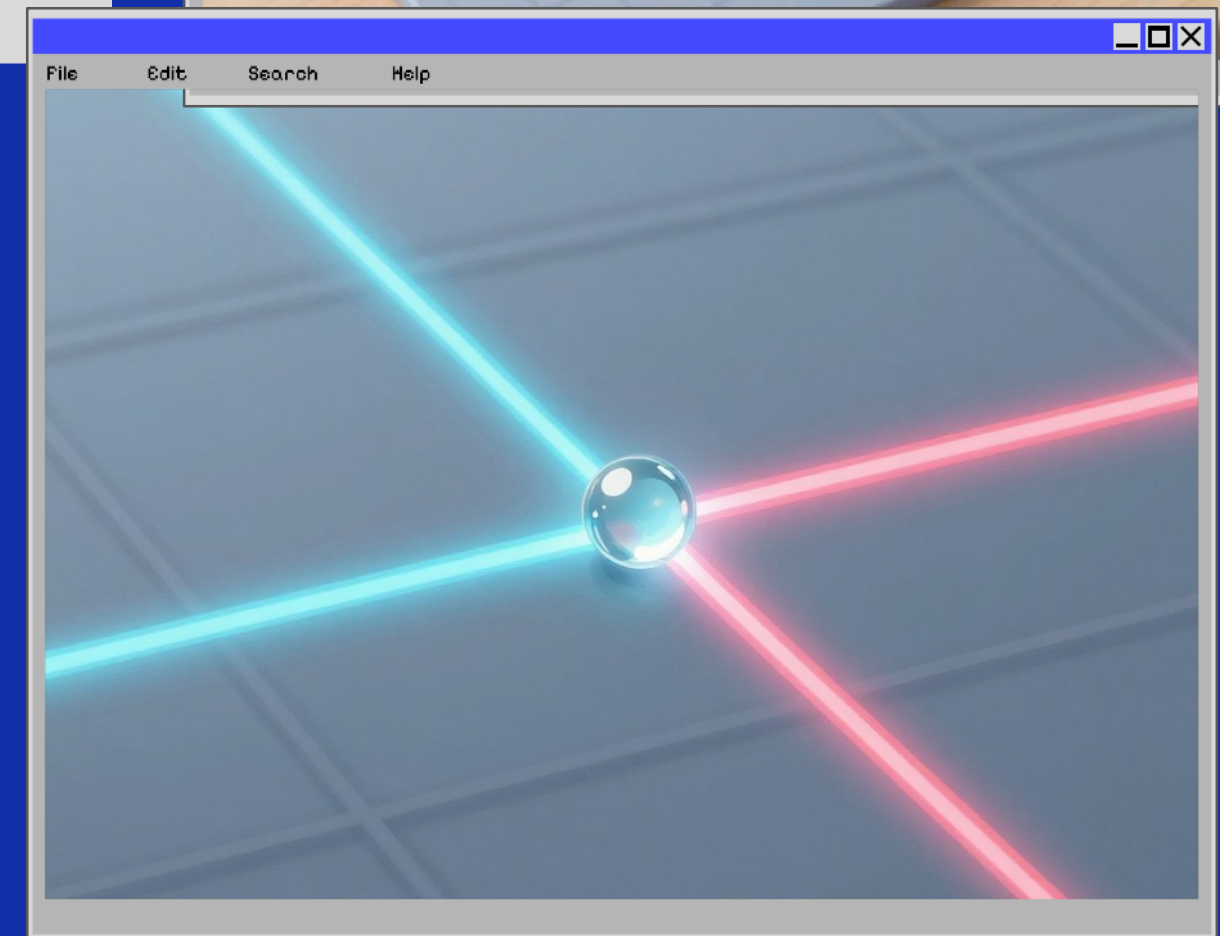
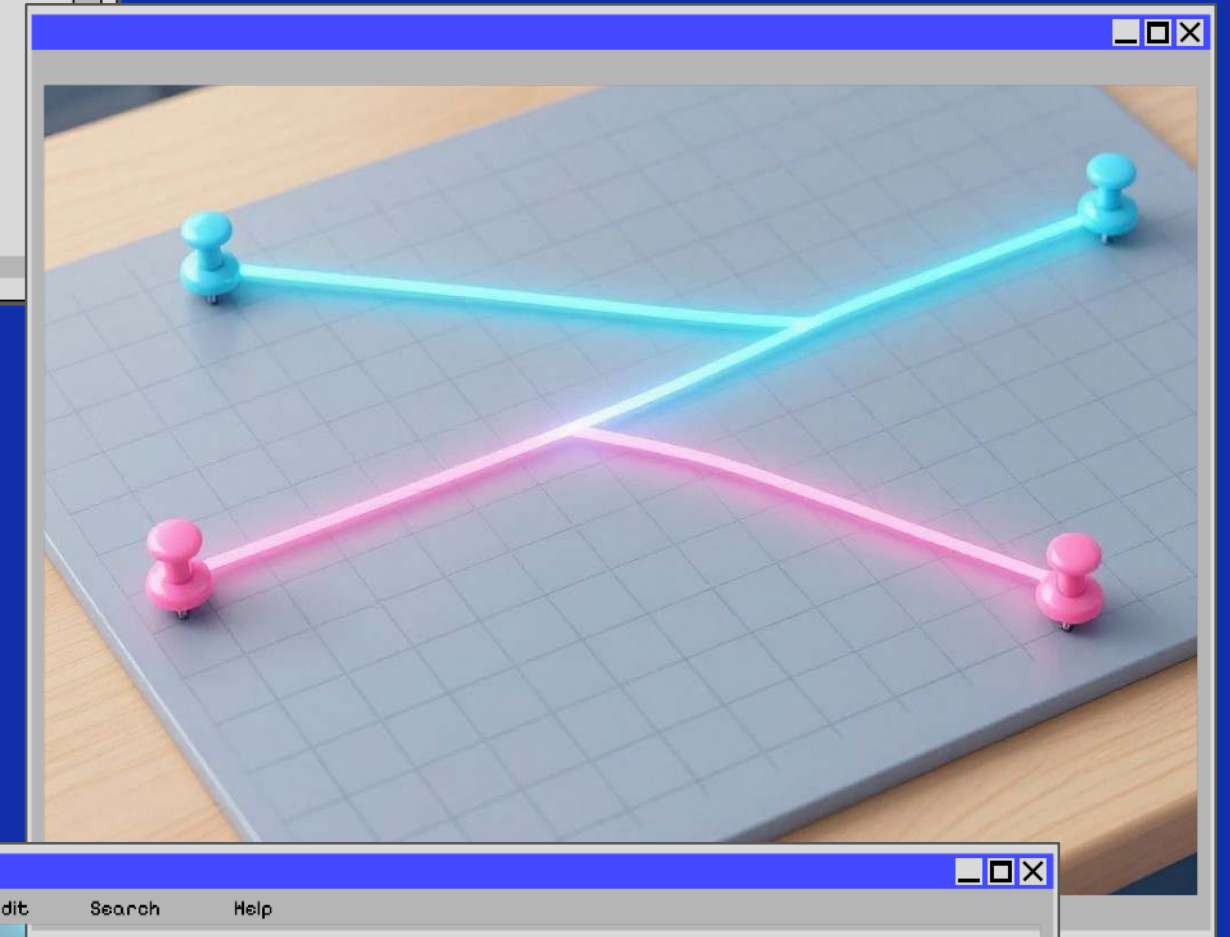
Каждое уравнение системы можно изобразить как отдельную прямую на координатной плоскости. Когда линии построены по двум точкам, сразу видно, где они пересекаются и есть ли у системы общий ответ. Такой рисунок делает условие задачи наглядным.

Ok

Точка пересечения — ответ

Если две прямые встречаются в одной точке, её координаты и будут решением системы. По графику легко увидеть сам смысл ответа: это пара чисел, которая подходит сразу двум уравнениям. Поэтому способ особенно полезен для первого знакомства с темой.

Ok



Как распознать ошибки

Следите за знаками

При переносе слагаемых знак часто меняется неправильно. Из-за одной ошибки в знаке вся система даёт неверный ответ, поэтому каждое преобразование стоит переписывать аккуратно и не спешить.

Проверяйте подстановку

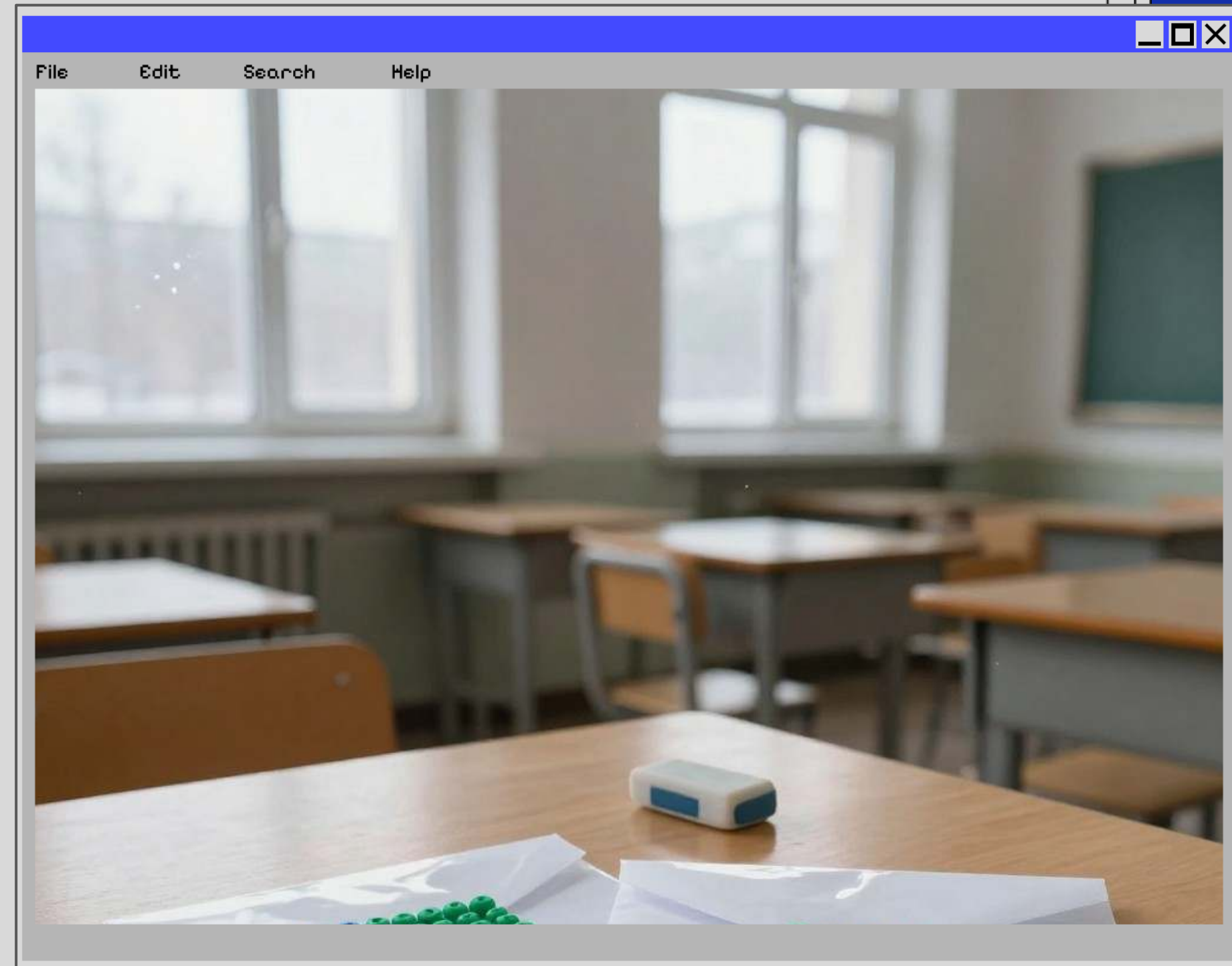
Иногда найденное значение подставляют не в то уравнение или забывают заменить обе переменные. Проверка в обоих уравнениях сразу показывает, действительно ли пара чисел подходит системе.

Осторожно с делением

После сложения или подстановки можно легко ошибиться при делении на коэффициент. Особенно важно не забыть разделить каждое слагаемое, если коэффициент относится ко всему выражению.

Считайте внимательно

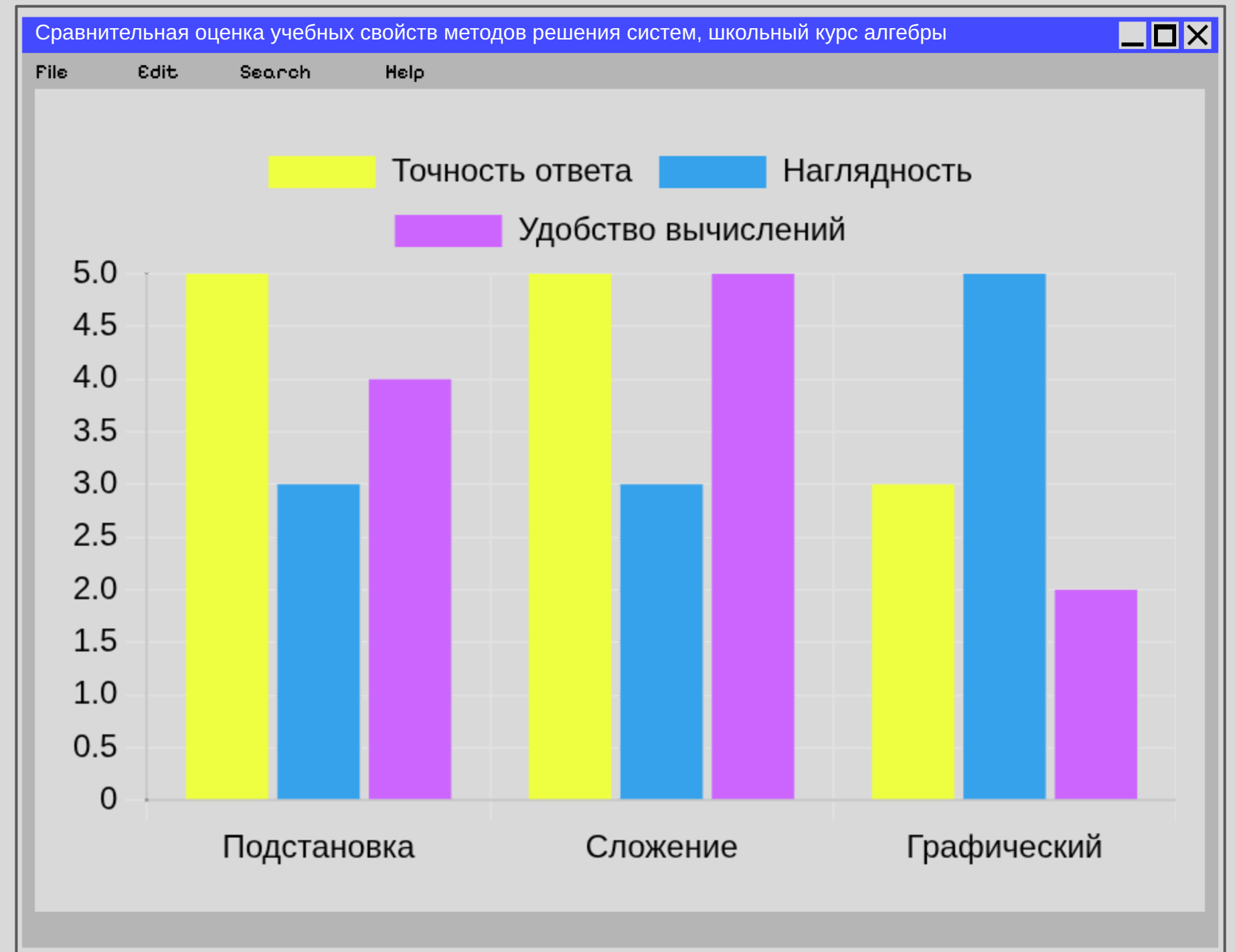
Неточности в вычислениях появляются даже у тех, кто правильно выбрал способ решения. Полезно выполнять действия по шагам и сверять промежуточные результаты, чтобы не потерять правильный ответ.



Сравнение способов решения

Выбор метода зависит от вида уравнений. Один способ может быть быстрее, другой — понятнее, поэтому полезно уметь использовать все три.

Подстановка и сложение дают точный ответ, а графический способ лучше объясняет смысл решения. На практике чаще всего выигрывает метод, который проще применить к данному виду уравнений.



Системы в задачах на движение



Скорость и время

Неизвестными в таких задачах могут быть скорость, время или расстояние. Система связывает эти величины через формулы движения и помогает найти то, что напрямую не указано в условии.

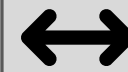
Ok



Движение навстречу

Если участники движутся навстречу друг другу, их расстояния складываются. Это позволяет составить два уравнения по одному и тому же пути и затем найти неизвестные величины.

Ok



Движение в одном направлении

Когда объекты движутся в одну сторону, важной становится разность скоростей. Система показывает, насколько один участник обгоняет другой и через сколько времени расстояние между ними изменится.

Ok



Перевод условия в алгебру

Сначала выделяют все данные задачи, а затем выражают их через переменные. После этого текст превращается в систему уравнений, которую можно решить знакомыми способами.

Ok

Системы в задачах на покупки



Цена и количество

Часто неизвестными становятся цена одного товара и число купленных предметов. Система позволяет связать стоимость покупки с количеством и быстро найти нужные значения.



Общая стоимость

Одно уравнение обычно показывает, сколько денег потратили на каждую покупку вместе. Второе уравнение добавляет дополнительное условие: общее число предметов или разницу между покупками.



Сравнение покупок

Иногда в задаче нужно сравнить две покупки: например, узнать, сколько стоит один предмет в первом наборе и сколько — во втором. Тогда система описывает обе ситуации одновременно.



Практический смысл

Такие задачи похожи на повседневные расчёты в магазине. Они показывают, что алгебра помогает не только в учебнике, но и в реальных жизненных ситуациях.

Пример практической задачи

Задания школьного курса алгебры, 7 класс

File Edit Search Help

Величина	Значение	Уравнение
Товар А	2 шт., 30 руб.	$2x+3y=30$
Товар В	3 шт., 42 руб.	
Решение	$x=6, y=6$	Проверка верна

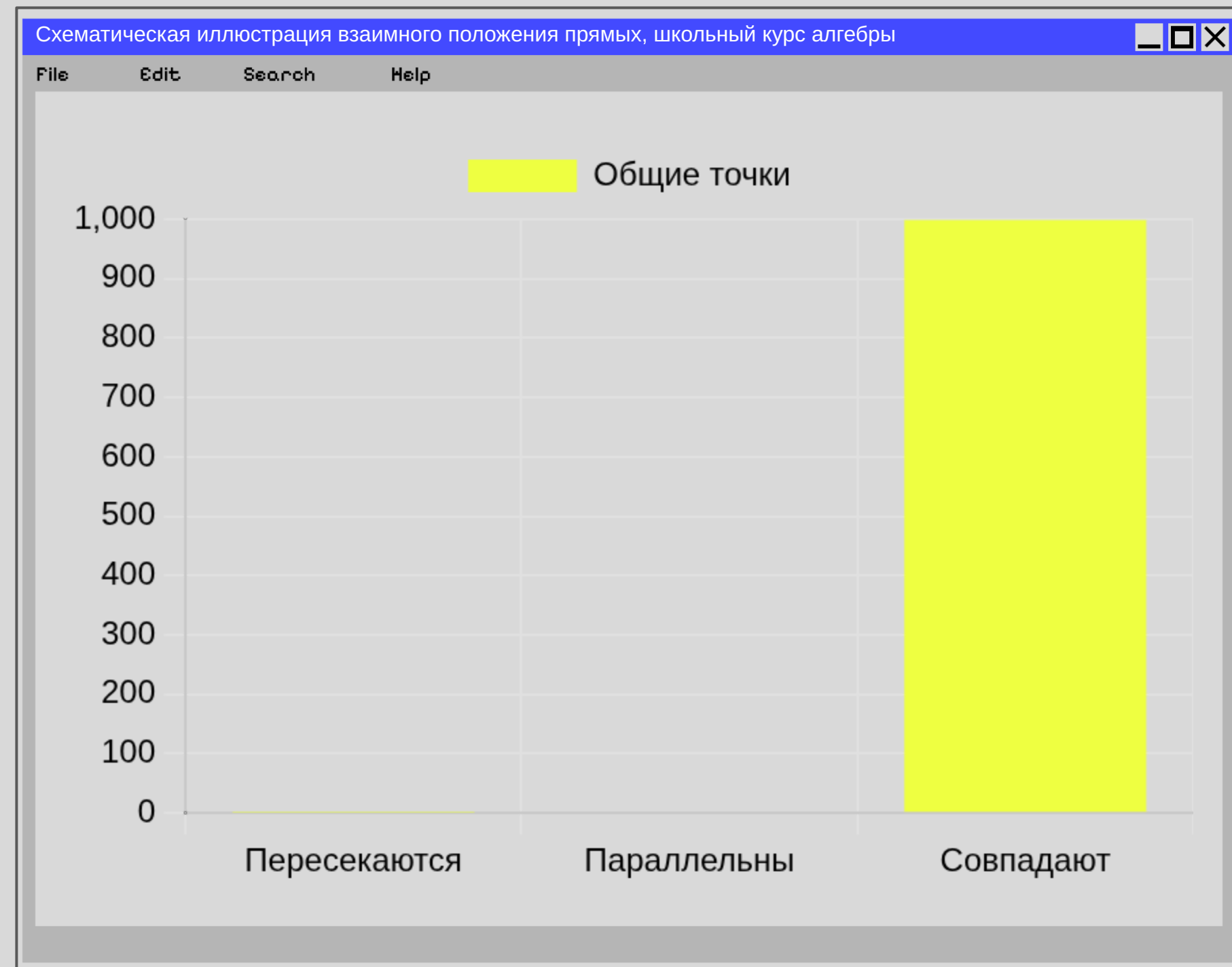
По условию задачи можно составить систему и затем проверить найденные значения подстановкой.

Каждая строка условия превращается в уравнение, а итоговая пара чисел должна удовлетворять обоим условиям. Проверка подтверждает правильность ответа.

Как выглядит решение на графике

Положение прямых сразу подсказывает, сколько решений есть у системы. На рисунке особенно хорошо видно, почему одни линии дают один ответ, а другие — нет.

Одна точка пересечения означает единственное решение. Параллельные прямые не имеют общих точек, а совпадающие описывают бесконечно много решений.



Проверка и интерпретация ответа

1

Подставьте оба значения

Вставьте найденную пару чисел в первое и второе уравнение. Если оба равенства верны, система решена правильно, а ответ можно считать надёжным.

2

Сравните с условием

После вычислений обязательно прочитайте текст задачи ещё раз. Найденные значения должны соответствовать смыслу ситуации, а не только формально подходить к формулам.

3

Проверьте единицы измерения

Сумма, время, расстояние и количество предметов должны быть записаны в нужных единицах. Ошибка в единицах может сделать правильное число неправильным по смыслу.

4

Оцените реалистичность

Ответ не должен противоречить здравому смыслу: количество предметов не бывает отрицательным, а время и расстояние должны соответствовать условию задачи и её ограничениям.

3

**основных способа решения системы
нужно уверенно знать и уметь
выбирать по виду уравнений.**

Эти способы помогают решить
большинство школьных задач по теме: чем
лучше вы их различаете, тем быстрее
находите верный ответ.

Ok

Системы — это связь алгебры и геометрии

Ok

Сегодняшняя тема показала, что система уравнений — это не просто вычисления, а способ описывать реальные ситуации через прямые на координатной плоскости. Если уверенно решать и проверять системы, дальше будет легче работать с более сложными задачами.