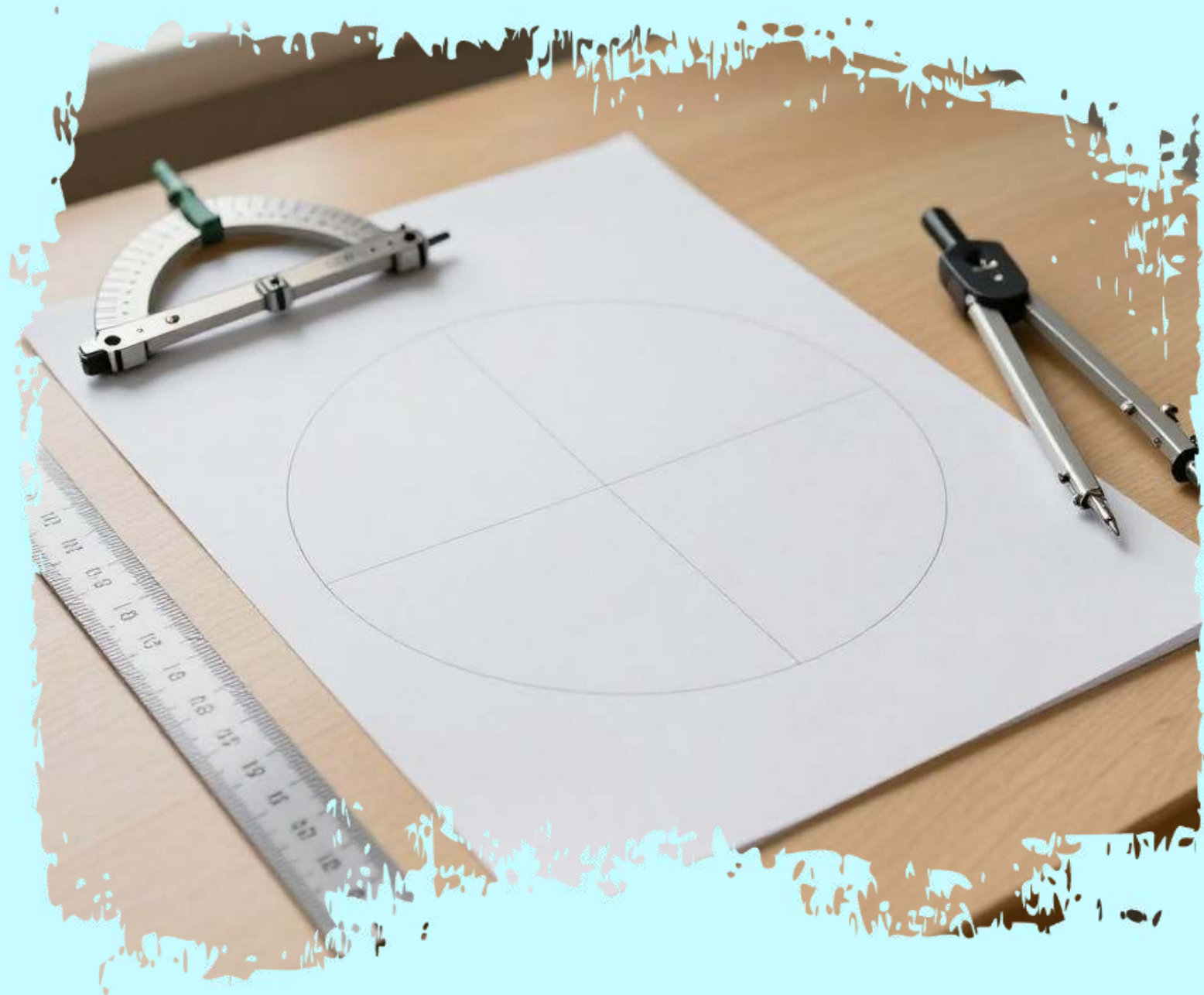




Теорема Фалеса

Окружность, диаметр
и прямой угол: две идеи
Фалеса.

Где встречается теорема Фалеса

Теорема Фалеса помогает быстро находить прямые углы и проверять чертежи. Важно помнить, что под этим названием скрываются две разные идеи: про полукруг и про пропорциональные отрезки.



Кто такой Фалес

Древний мыслитель

Фалес Милетский жил примерно в VI веке до нашей эры. Его считают одним из первых греческих ученых, которые искали не мифы, а точные объяснения явлений и фигур.

Сила теорем

Теоремы в геометрии нужны именно потому, что они дают надежный способ рассуждать. Если правило доказано, его можно применять в задачах, построениях и проверках без лишних сомнений.

Почему его помнят

Его имя связано с началом доказательной геометрии. Важна не только догадка, но и правило, которое работает для любого чертежа, а не для одного удачного случая.

Практическая польза

Теорема Фалеса удобна тем, что соединяет простую фигуру с точным выводом. Из нее можно получить прямой угол, а значит, решить много школьных задач быстрее и аккуратнее.

Ключевые термины



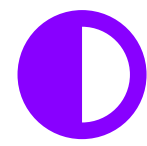
Окружность

Окружность — это линия, все точки которой находятся на одинаковом расстоянии от центра. Именно это свойство делает фигуру строгой и удобной для построений.



Диаметр

Диаметр соединяет две точки окружности и проходит через центр. Это самый длинный отрезок внутри окружности, и в теореме Фалеса он играет главную роль.



Полукруг

Полукруг — это часть круга, ограниченная диаметром. Если смотреть на него как на половину окружности, сразу понятно, почему в теме появляется прямой угол.



Вписанный угол

Вписанный угол имеет вершину на окружности, а его стороны идут к двум другим точкам той же окружности. Именно для таких углов работает правило Фалеса.



Хорда

Хорда соединяет две точки окружности, не обязательно проходя через центр. Она похожа на диаметр, но отличается тем, что не всегда делит круг пополам.

Формулировка теоремы

1

Главное утверждение

Если угол вписан в окружность и опирается на диаметр, его величина обязательно равна 90° . Это означает, что перед нами прямой угол, даже если он не отмечен линейкой.

2

Следствие для треугольника

Из этого следует и удобный вывод: любой треугольник, у которого одна сторона является диаметром окружности, а третья вершина лежит на этой окружности, всегда прямоугольный.

90°

это именно тот угол, который позволяет
восстановить окружность
по треугольнику.

В прямоугольном треугольнике вершина прямого
угла всегда лежит на окружности с диаметром
по гипотенузе.

Обратная теорема Фалеса

На что опирается угол

Диаметр как основа

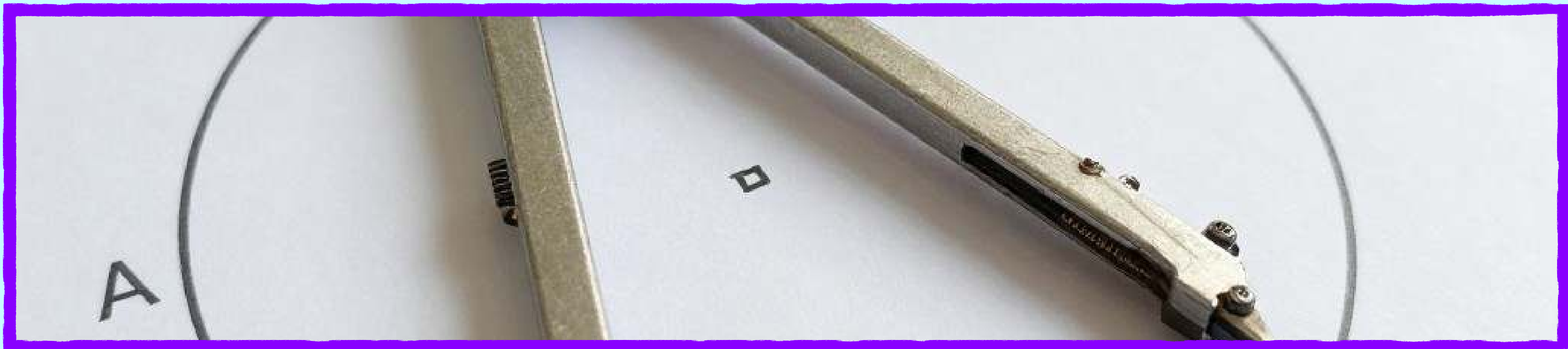
Пусть точки А и В — концы диаметра окружности. Тогда отрезок АВ задает особое положение на чертеже: именно с ним сравнивают остальные точки, чтобы проверить наличие прямого угла.

Точка на дуге

Если точка С лежит на окружности, то угол АСВ обязательно прямой. Это верно для любой такой точки, поэтому можно выбирать С в любом удобном месте дуги.

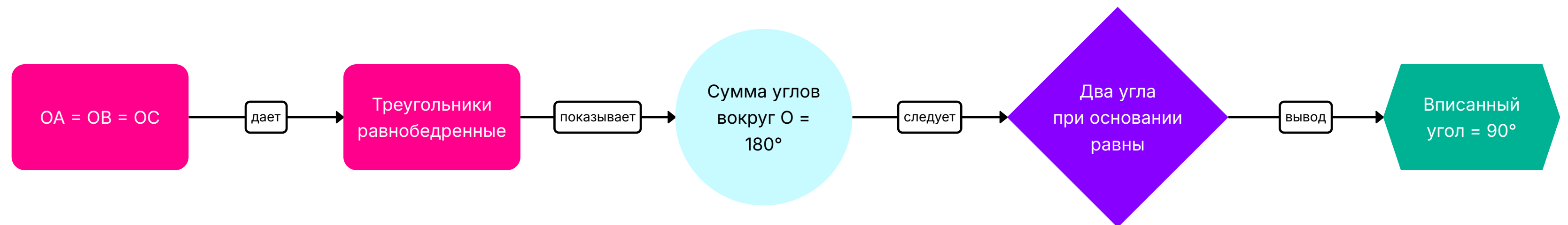
Почему положение важно

Стоит сдвинуть С внутрь или наружу окружности, и прямой угол исчезает. Значит, условие «точка на окружности» не случайно, а является обязательной частью теоремы.



Почему это работает

Радиусы равны, поэтому связаны углы и получается прямой угол.



Построение прямого угла

Пошаговое построение с диаметром, центром и любой точкой на окружности.

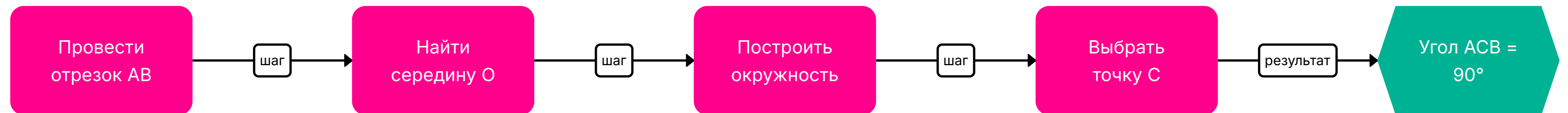
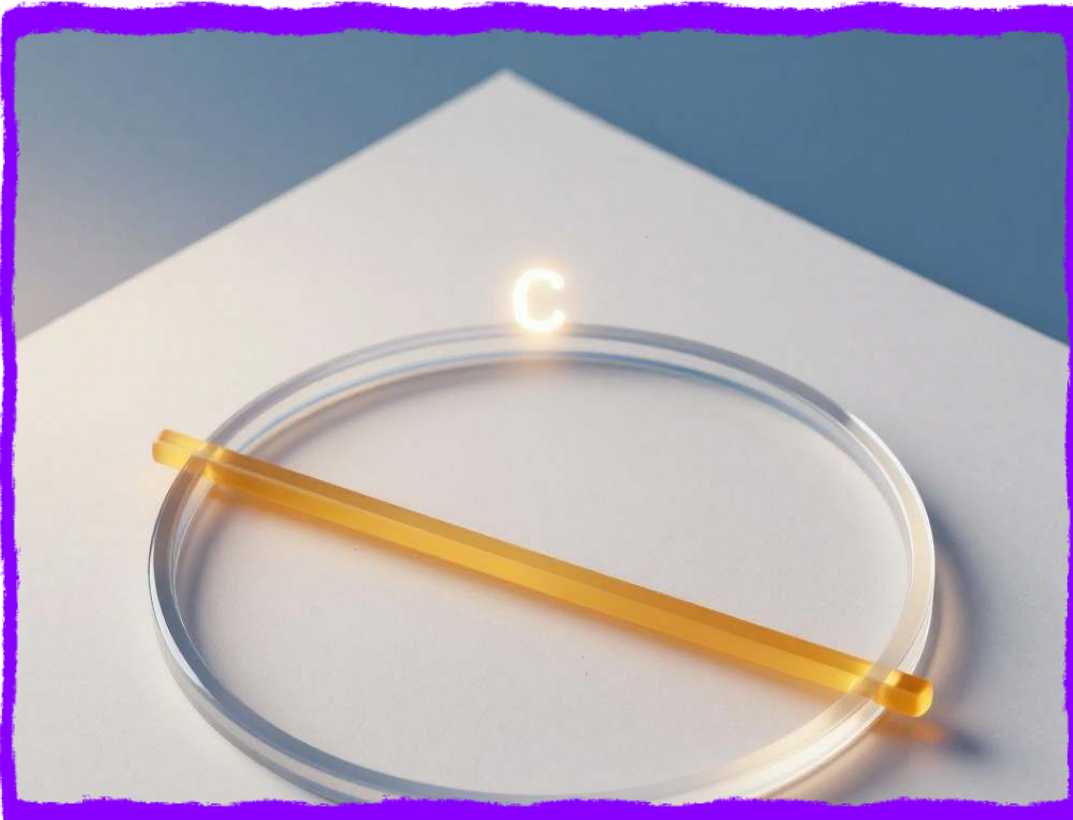


Схема полукруга и прямого угла

Главная схема

На рисунке видно окружность с диаметром АВ и точкой С на верхней дуге. У вершины С отмечен прямой угол, а рядом подписаны центр О и радиусы ОА, ОВ, ОС. Диаметр и угол выделены цветом, чтобы сразу увидеть связь между ними.



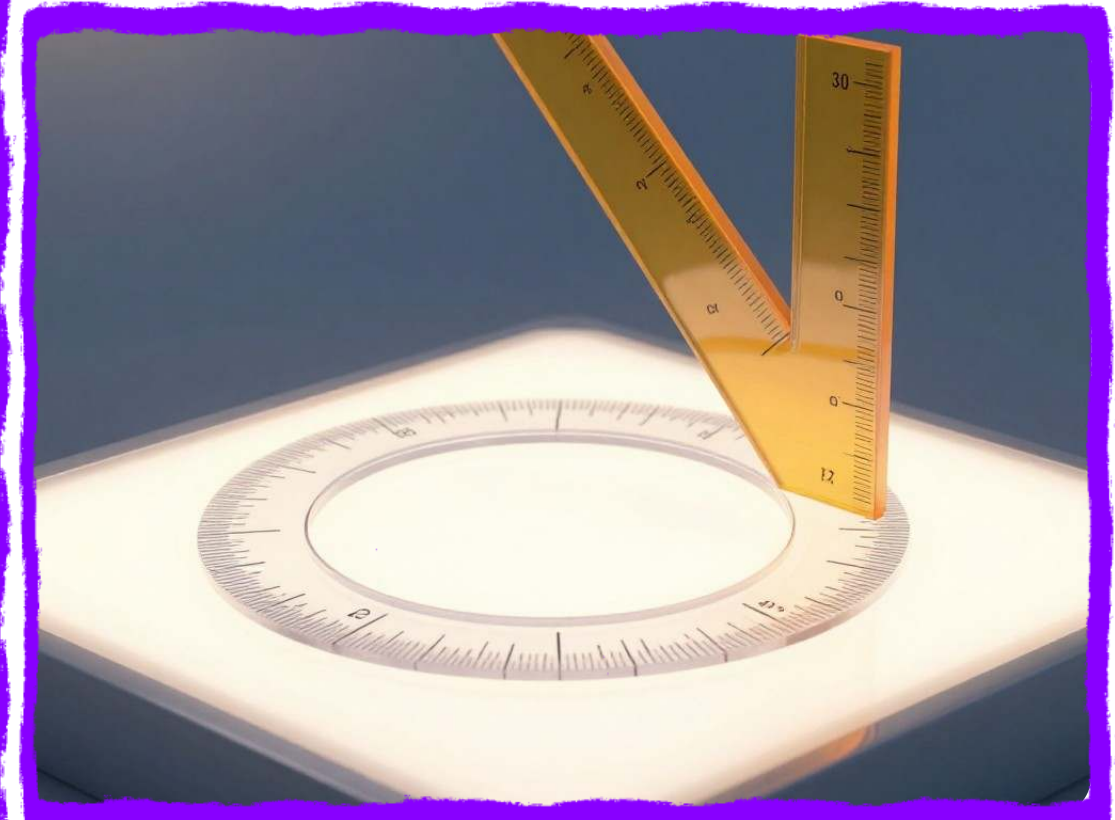
Что показывают подписи

Дополнительные подписи помогают прочесть чертеж без догадок: АС и ВС — хорды, соединяющие точку С с концами диаметра. Это показывает, что треугольник АВС опирается на диаметр и поэтому является прямоугольным.



Проверка построения

Такой чертеж удобно использовать как проверку. Если на схеме есть диаметр АВ и точка С на окружности, то угол АСВ должен быть прямым. Если угол не совпадает с отметкой 90° , в построении допущена ошибка.



Пример 1: самый простой случай

1

Условие задачи

Если отрезок АВ является диаметром окружности, а точка С лежит на этой же окружности, то угол АСВ всегда прямой. Это и есть самый наглядный случай теоремы Фалеса.

2

Применение теоремы

По теореме Фалеса угол, опирающийся на диаметр, равен 90° . Значит, в треугольнике АВС вершина С образует прямой угол, даже если это не видно сразу по рисунку.

3

Дополнительный вывод

Из прямого угла следует еще один важный вывод: сторона АВ — гипотенуза треугольника АВС. Такой вывод помогает быстро узнавать вид треугольника и проверять правильность чертежа.

Пример 2: обратное утверждение

1. Дано

В треугольнике ABC угол C равен 90° , а сторона AB имеет длину 10 см. Сначала отмечаем, что AB будет гипотенузой.

2. Проверка

Строим окружность с диаметром AB.
Если чертеж верен, точка C должна оказаться на этой окружности, потому что прямой угол опирается на диаметр.

3. Вывод

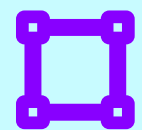
Чтобы найти центр, достаточно взять середину AB. Это упрощает построение и позволяет быстро убедиться, что точка C действительно лежит на нужной окружности.

Пример 3: построение без угольника



Задать основу

Сначала проводят отрезок, который будет диаметром будущей окружности. Затем находят его середину, потому что именно она станет центром построения прямого угла.



Получить 90°

Любую точку на окружности соединяют с концами диаметра. Получившийся угол будет прямым, поэтому угольник для проверки не нужен.



Построить окружность

После этого с найденным центром строят окружность нужного радиуса. Все точки окружности одинаково удалены от центра, а значит, построение остается точным и симметричным.



Использовать в чертеже

Способ особенно удобен на бумаге, когда нужно быстро и аккуратно сделать чертеж. Он показывает, как теорема Фалеса работает на практике.

Три типовых задачи

Сравнение трех типовых задач помогает сразу увидеть, как применяется теорема Фалеса: в готовом чертеже, в обратной проверке и в самостоятельном построении.

Во всех случаях ключевой шаг один: связать прямой угол с диаметром окружности.

Составлено по формулировкам и примерам теоремы Фалеса из школьного курса геометрии.

Ситуация	Что известно	Что найти
Диаметр дан	AB и C на окружности	$\sphericalangle ACB$
Угол 90° дан	$\sphericalangle C = 90^\circ$	Положение C
Нужно построить	Отрезок AB	Прямой угол

Где теорема пригодится

Черчение

В черчении теорема помогает получать точный прямой угол без угольника. Достаточно построить окружность на диаметре, и нужный угол появляется автоматически при соединении концов отрезка с точкой на дуге.

Разметка

В разметке и архитектуре она полезна там, где важны ровные перпендикуляры. Геометрический способ особенно удобен, если под рукой есть только циркуль, линейка и отмеченный отрезок.

Координатная плоскость

На координатной плоскости теорема помогает проверять, лежит ли точка на окружности с данным диаметром. Это делает рисунок не только наглядным, но и проверяемым по правилу.

Задачи на построение

В задачах на построение она позволяет находить нужную точку через середину отрезка и радиус окружности. Такой ход часто экономит время и уменьшает риск ошибки.

Практическое построение

1

Найти центр

Сначала отмечают отрезок и находят его середину. Эта точка станет центром окружности, а сам отрезок — ее диаметром, поэтому построение сразу опирается на точные данные.

3

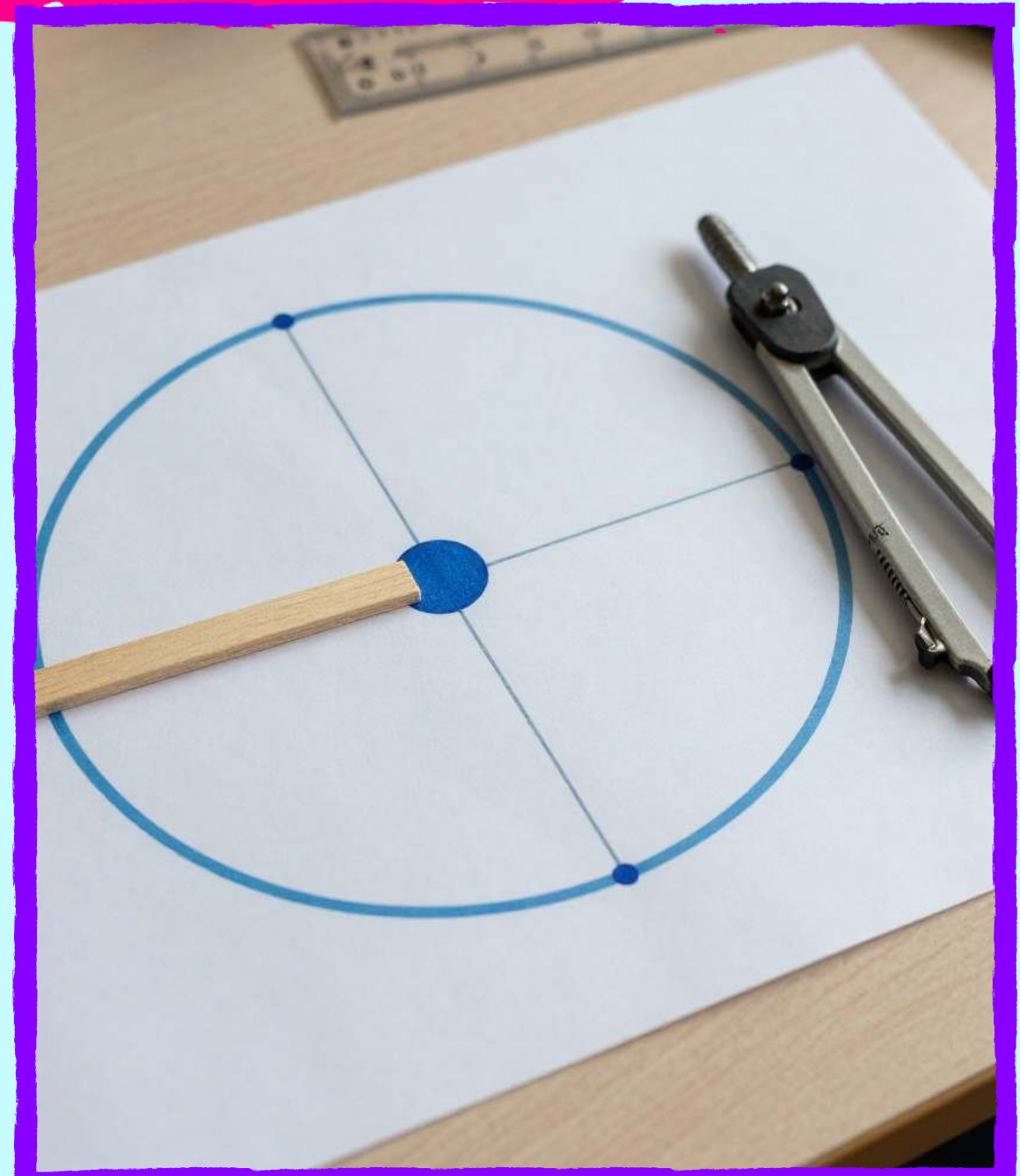
Получить прямой угол

После этого выбирают точку на окружности и соединяют ее с концами диаметра. Полученный угол при этой точке обязательно равен 90° .

2

Построить окружность

Затем циркулем проводят окружность нужного радиуса. Важно сохранить одинаковое расстояние от центра до всех точек дуги, иначе прямой угол может не получиться.



Вторая теорема Фалеса

Основное правило

Если несколько параллельных прямых пересекают две секущие, то отрезки на одной секущей относятся так же, как соответствующие отрезки на другой. Это и есть основная идея второй теоремы Фалеса.

Почему это удобно

Параллельные прямые не меняют форму получающихся фигур. Поэтому маленькие и большие части чертежа остаются похожими, а их длины связаны одинаковыми отношениями.

Где применяется

Именно поэтому теорему используют в масштабах карт, в делении отрезка на равные части и в задачах, где нужно найти неизвестную длину по уже известным отрезкам.

Почему отрезки пропорциональны

1

Сходство фигур

Когда секущие пересекают параллельные прямые, образуются фигуры с одинаковой формой. Это значит, что сравнивать нужно не только сами отрезки, но и их отношения.

2

Одинаковый коэффициент

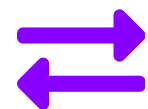
Из подобия следует, что соответствующие стороны растут или уменьшаются одинаково. Поэтому если один отрезок в два раза больше другого, то такое же отношение сохраняется и дальше.

3

Решение через пропорцию

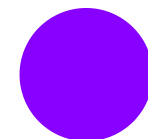
В школьных задачах это позволяет находить неизвестные части чертежа без сложных вычислений. Достаточно записать пропорцию и аккуратно подставить известные длины.

Частые ошибки



Диаметр и хорда

Иногда диаметр путают с хордой. Но диаметр обязательно проходит через центр, а хорда может располагаться как угодно и не дает автоматического прямого угла.



Неправильная вершина

Еще одна ошибка — ставить вершину вписанного угла не на окружность. Теорема Фалеса работает только тогда, когда точка угла лежит именно на окружности.



Неверное обобщение

Не каждый угол в полукруге является прямым. Прямой угол получается только у вписанного угла, который опирается на диаметр, а не на любую хорду.



Неточная проверка

Обратную теорему нельзя применять без проверки. Сначала нужно убедиться, что угол действительно равен 90° , и только потом строить окружность на гипотенузе.

Главная идея

Теорема Фалеса показывает, как из простого рисунка получить точный вывод: угол на диаметре всегда прямой, а обратное утверждение помогает строить и проверять чертежи без лишних догадок.