

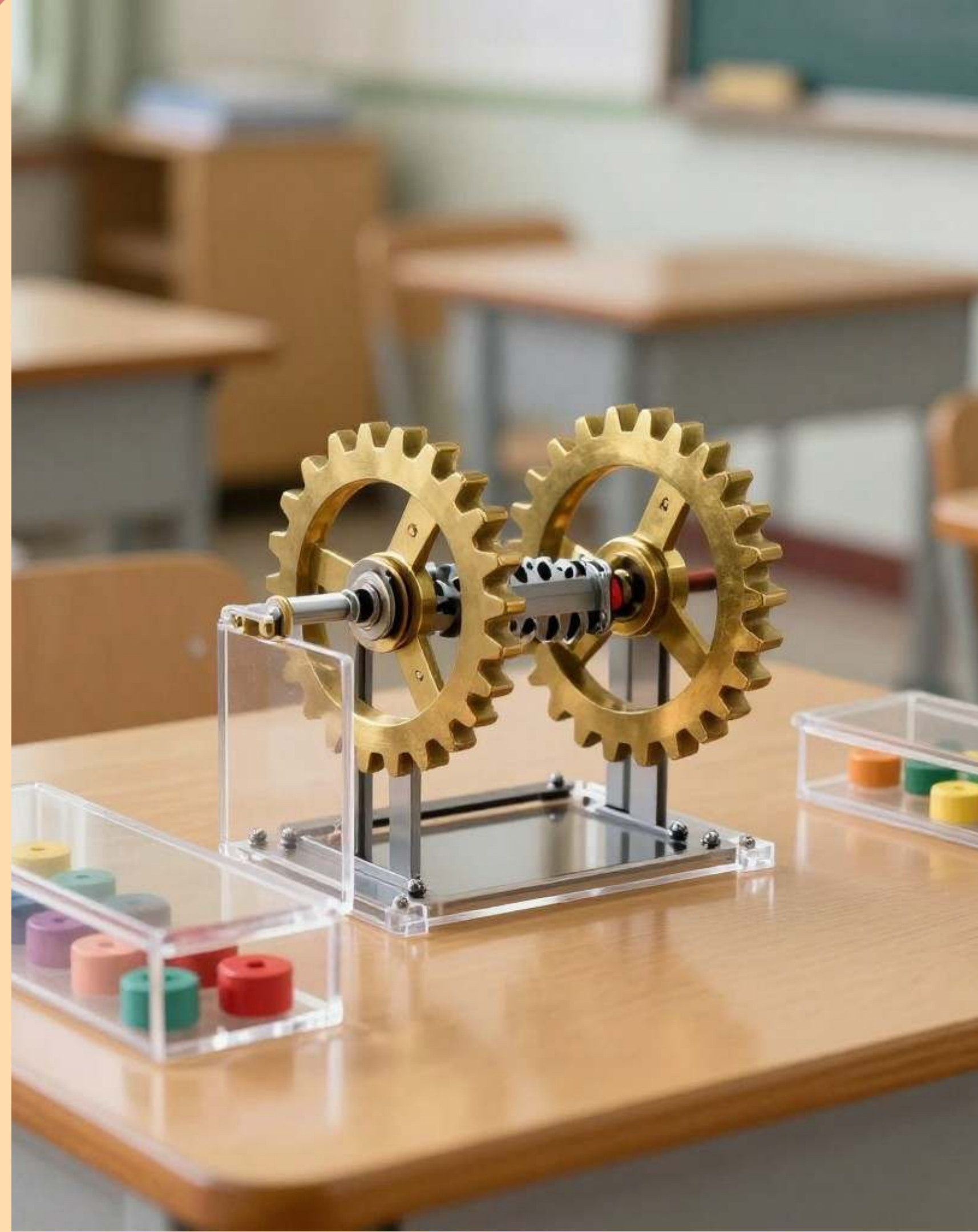


Взаимно обратные преобразования в геометрии

Сдвиг, поворот, отражение, гомотетия: прямое действие меняет фигуру, обратное возвращает её.

Зачем это нужно в 9 классе

Взаимно обратные преобразования помогают изучать движения и подобие фигур. Они связаны с координатной плоскостью, построениями циркулем и линейкой, анализом симметрии и проверкой вычислений. Поэтому тема встречается и в заданиях, и в практике черчения.



Преобразование фигуры и его обратимость

01

Преобразование задаёт правило: каждой точке фигуры ставится в соответствие новая точка. В результате меняются положение фигуры, иногда ориентация или размер, но сохраняется чёткая связь «было — стало».

02

Преобразование называют обратимым, если существует другое преобразование, которое возвращает каждую точку точно в исходное место. То есть после двух шагов «прямое плюс обратное» фигура снова выглядит так же, как до преобразования.

03

Если после двух последовательных действий получается та же фигура, то преобразования образуют взаимно обратную пару. Это позволяет не только выполнять преобразования, но и проверять правильность сделанных действий на чертеже.

Отражение относительно прямой как пример обратимости

Зеркальное построение

Отражение относительно прямой переводит фигуру в зеркальное изображение. Для любой точки и её образа ось отражения служит «серединой» по перпендикуляру: расстояния до прямой равны, а направление по другую сторону меняется.

Почему второе отражение возвращает

Если ту же фигуру снова отразить относительно той же прямой, получится исходное положение. Именно поэтому осевая симметрия так удобна для проверки: левая и правая половины «отыгрывают» друг друга в узорах и рисунках.



Что сохраняют разные преобразования

Признак обратимости здесь ключевой: по результату можно восстановить исходную фигуру без неоднозначности, выполняя корректную «отмену» первого шага.

Если преобразование меняет данные так, что их можно однозначно вернуть, значит обратная операция существует и система «прямое—обратное» работает.

Сопоставление свойств преобразований по школьному курсу геометрии 9 класса.

Поворот и его обратное преобразование



Поворот на угол α

При повороте вокруг центра на угол α каждая точка смещается по дуге, а расстояние до центра сохраняется. Центр поворота остаётся неподвижной точкой: именно он организует всё преобразование.



Обратный поворот на $-\alpha$

Чтобы вернуть фигуру, делают поворот вокруг того же центра на угол $-\alpha$. Он компенсирует сдвиг, поэтому после двух последовательных поворотов точки снова оказываются в исходных местах.



90° и -90°

Если повернуть фигуру на 90° и затем на -90° , ориентация и положение полностью восстановятся. Практически это значит: два «квартальных» шага в разные стороны взаимно отменяют друг друга.

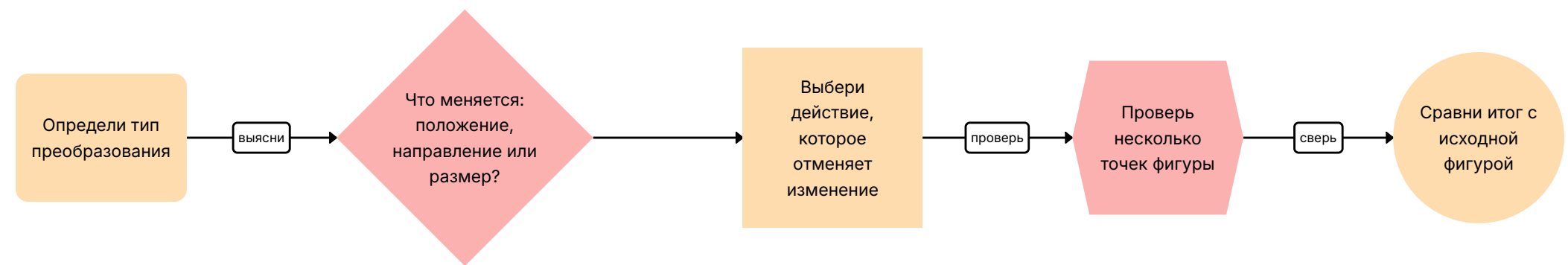


Поворот 180° — сам себе обратный

Поворот на 180° является сам себе обратным: второй такой же поворот возвращает фигуру на исходное место. Два по 180° в сумме дают полный оборот на 360° .

Как установить обратное преобразование

Алгоритм выбора операции
«отмена» для сдвига, поворота,
отражения и гомотетии



Преобразование	Обратное преобразование
Сдвиг на (a, b)	Сдвиг на $(-a, -b)$
Поворот на 120°	Поворот на -120°
Отражение относительно l	Повторное отражение относительно l
Гомотетия, $k = 3$	Гомотетия, $k = 1/3$

Пары взаимно обратных преобразований

Обратная операция всегда компенсирует первую: итог совпадает с исходными точками. Таблица показывает типичные пары для сдвига, поворота, отражения и гомотетии.

Во всех примерах меняется параметр ровно так, чтобы «вернуть» координаты в прежнее положение: противоположный вектор, обратный угол, то же отражение или обратный коэффициент.

0

Если два шага полностью
отменяют друг друга,
результатом будет
неизменность всех точек.

Тождественное преобразование
получается, когда одно действие
полностью отменяет другое: точки
после двух шагов остаются на своих
местах.

*Школьный курс геометрии 9 класса
(определения преобразований и взаимной
обратимости).*

Симметрия и взаимно обратные действия



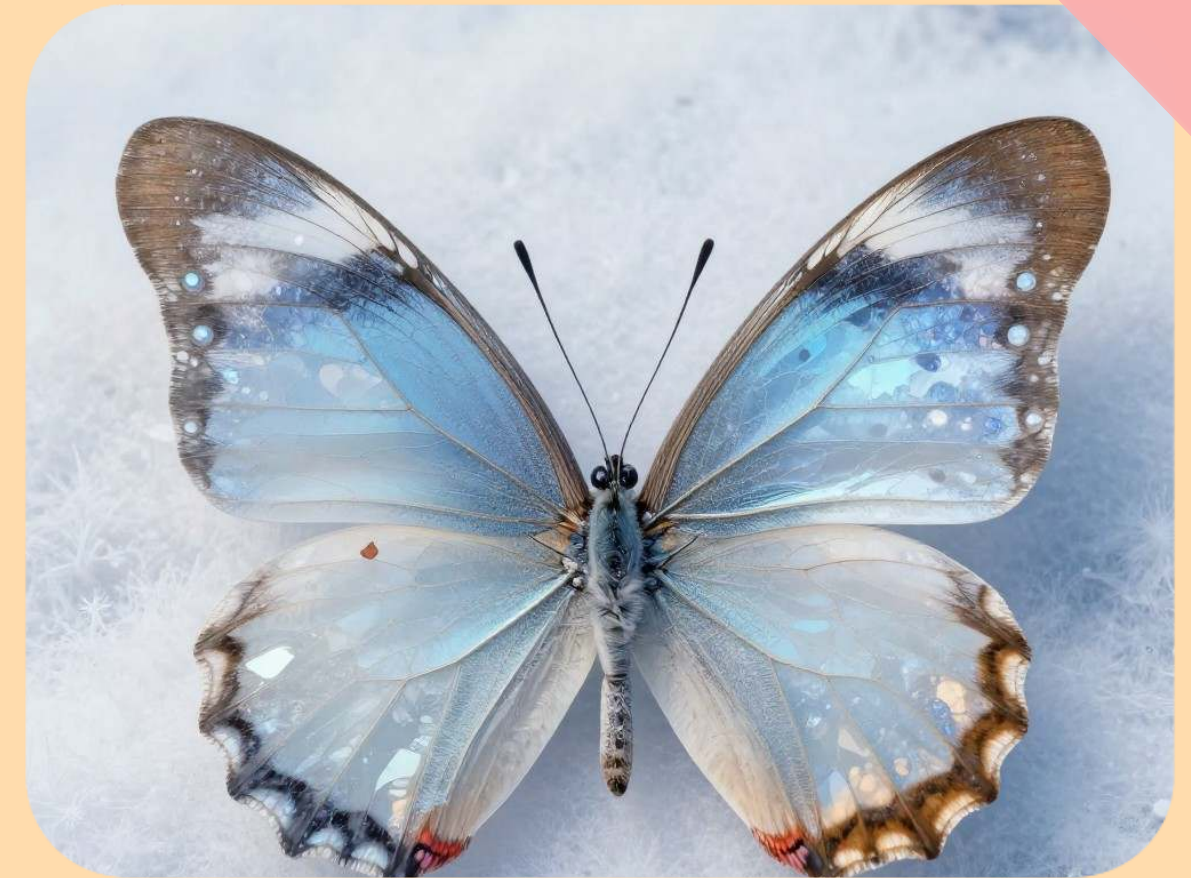
Ось как «линия возврата»

Представь рисунок, у которого есть левая и правая половины. Если отразить его относительно одной и той же оси, второе отражение возвращает всё обратно. Поэтому симметрия — это не просто красота, а проверяемый математический механизм.



Центр симметрии и «разворот на противоположность»

У центральной симметрии соответствующие точки лежат на противоположных лучах и одинаково удалены от центра. Поэтому два одинаковых действия приводят к возврату исходного положения. Такой принцип легко увидеть на шахматной доске с повторяющимся рисунком.



Как узнавать симметрию в реальных образах

Бабочка, снежинка и орнамент кажутся «живыми», потому что в них повторяются зеркальные или центральные структуры. Когда понимаешь обратимость преобразований, проще проверять рисунки: части должны согласоваться так, чтобы после возврата совпадать с источником.

Как меняются координаты точек при преобразованиях

Оси задают правила знаков: отражения меняют один координатный знак, а сдвиг прибавляет числа к координатам.

Если затем выполнить обратное преобразование с тем же «направлением», координаты возвращаются к исходным, то есть знаки и добавки компенсируются.

Схема правил преобразований из школьного курса геометрии (9 класс); дата: 13.05.2026

Проверка обратимости на координатной плоскости

1

Берите точки $A(x; y)$, $B(x_1; y_1)$, $C(x_2; y_2)$. После первого преобразования получайте координаты A_1 , B_1 , C_1 по заданному правилу, затем применяйте второе к образам.

2

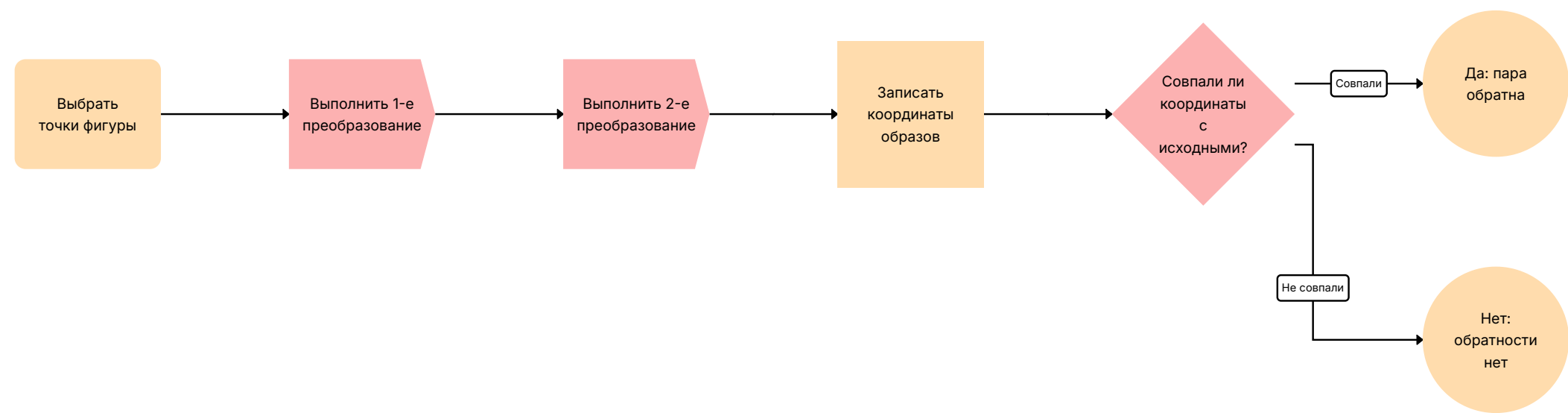
Для отражения проверяйте, что меняется только нужный знак координаты; для поворота — что перестановка координат совпадает с правилом; для сдвига — что прибавки и вычитания компенсируются.

3

Если после двух шагов все координаты A_2 , B_2 , C_2 совпали с исходными A , B , C , преобразования образуют взаимно обратную пару. При расхождении хотя бы одной точки — нет.

Алгоритм проверки пары преобразований

Проверка взаимной обратимости
по координатам и сравнению с
исходным чертежом



Гомотетия и обратное изменение размера

01

Гомотетия с коэффициентом k сохраняет форму фигуры, но меняет её размеры относительно центра. При $k > 1$ фигура увеличивается, при $0 < k < 1$ уменьшается.

Обратной к гомотетии k считается гомотетия с коэффициентом $1/k$. Поэтому последовательность « k затем $1/k$ » возвращает каждую точку точно туда, где она была.

02

03

Центр гомотетии — единственная неподвижная точка. Все остальные точки движутся по лучам, выходящим из центра, и масштабирование подчиняется одному и тому же k .

Примеры взаимно обратных пар из школьных задач

В таблице показаны типичные пары: второе преобразование компенсирует первое и возвращает точки исходной фигуры без искажений и потерь.

Каждая пара работает по принципу компенсации параметров: обратное действие возвращает координаты и размеры к исходным значениям.

Преобразование 1	Обратное преобразование
Сдвиг вправо на 4	Сдвиг влево на 4
Поворот на 90°	Поворот на −90°
Отражение относительно Ох	Повторное отражение относительно Ох
Увеличение в 2 раза	Уменьшение в 2 раза

Типичные ошибки при поиске обратного преобразования



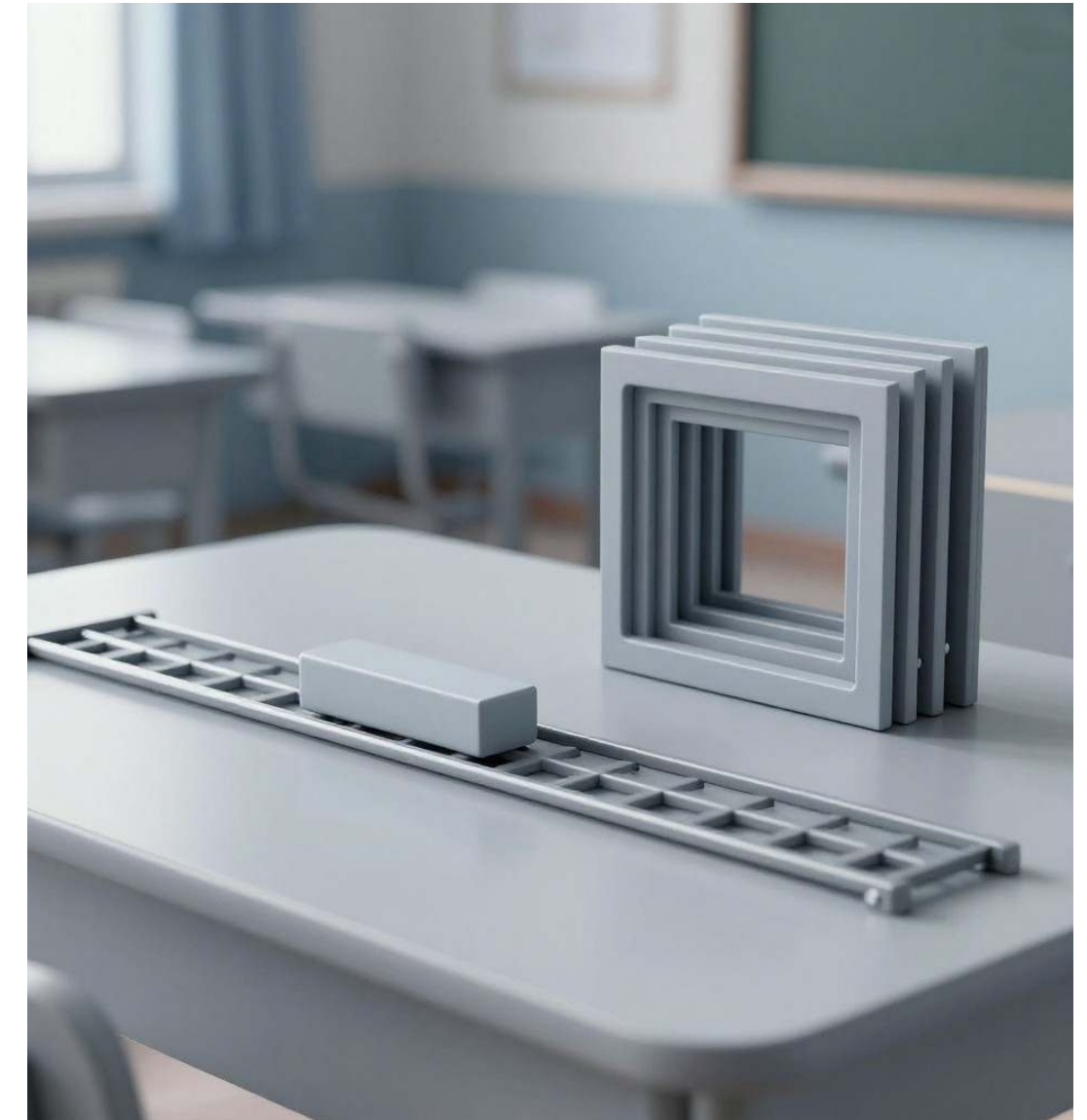
Перепутанная ось отражения

Ошибка появляется, когда берут отражение не относительно той же прямой. В результате меняется «не тот» знак координаты, и после двух действий точка не возвращается на место — границы фигуры остаются сдвинутыми в сторону.



Неправильный поворот вместо обратного

Иногда поворот на 90° пытаются отменить поворотом на 180° . Но обратный поворот обязан иметь противоположный угол, поэтому фигура продолжает вращаться и не совпадает с исходной. Проверка по одной точке сразу это показывает.



Смешали знак у сдвига и коэффициент гомотетии

При сдвиге «в плюс» перепутать направление легко: вместо (a,b) берут $(-a,b)$ или забывают минус. В гомотетии часто путают увеличение и уменьшение, применяя k вместо $1/k$, поэтому размер не восстанавливается.

Где применяются обратимые преобразования

В прикладных задачах обратимость помогает «откатить» ошибку: если объект размещён неверно, обратное преобразование возвращает его к корректной позиции.

Чем точнее можно восстановить исходное состояние, тем надёжнее проверка вычислений и построений, поэтому обратимые преобразования востребованы во многих областях.

Обзор областей применения; дата: 13.05.2026

Практическое значение темы для геометрии



Построения без потерь

Зная пару «преобразование и обратное», удобно проверять чертёж: после двух шагов вершины должны совпасть с исходными. Это снижает число ошибок в вычислениях и построении.



Поиск недостающих вершин

Если одна вершина получена после преобразования, обратное правило помогает восстановить исходную. Так проще находить координаты и объяснять решение на уроке, не теряя логику.



Проверка симметрии на рисунке

Осевую и центральную симметрии можно подтвердить обратимостью: применили симметрию дважды (или с нужным центром) — фигура возвращается. Несовпадение выдаёт ошибку.



Работа с координатами

Координатная запись превращает геометрию в проверяемые правила: знаки меняются по понятным направлениям, а сдвиги компенсируются противоположными векторами.

Ключевые признаки взаимно обратных преобразований

Если выполнить два преобразования подряд и получить тождественное преобразование, то есть исходную фигуру без изменений, первая операция точно имеет обратную к себе вторую.

01

Для проверки по координатам достаточно нескольких точек фигуры: после двух шагов координаты всех проверенных образов совпадают с исходными. Это надёжный критерий на плоскости.

03

02

Обратное действие компенсирует первое: правила для параметров (вектор, угол, коэффициент) должны «отменять» изменения. Тогда любая точка возвращается в исходное место.

04

У каждой операции есть конкретное правило возврата: противоположный вектор сдвига, обратный угол поворота, то же отражение относительно той же прямой, обратный коэффициент гомотетии. Если хотя бы одно нарушено — пары нет.

Итог по теме «Взаимно обратные преобразования»

Взаимно обратные преобразования — это пары действий, которые взаимно отменяют друг друга и возвращают фигуру в исходное положение. Отражения, повороты, сдвиги и гомотетии с обратными параметрами помогают понимать симметрию, работать с координатами и проверять построения.