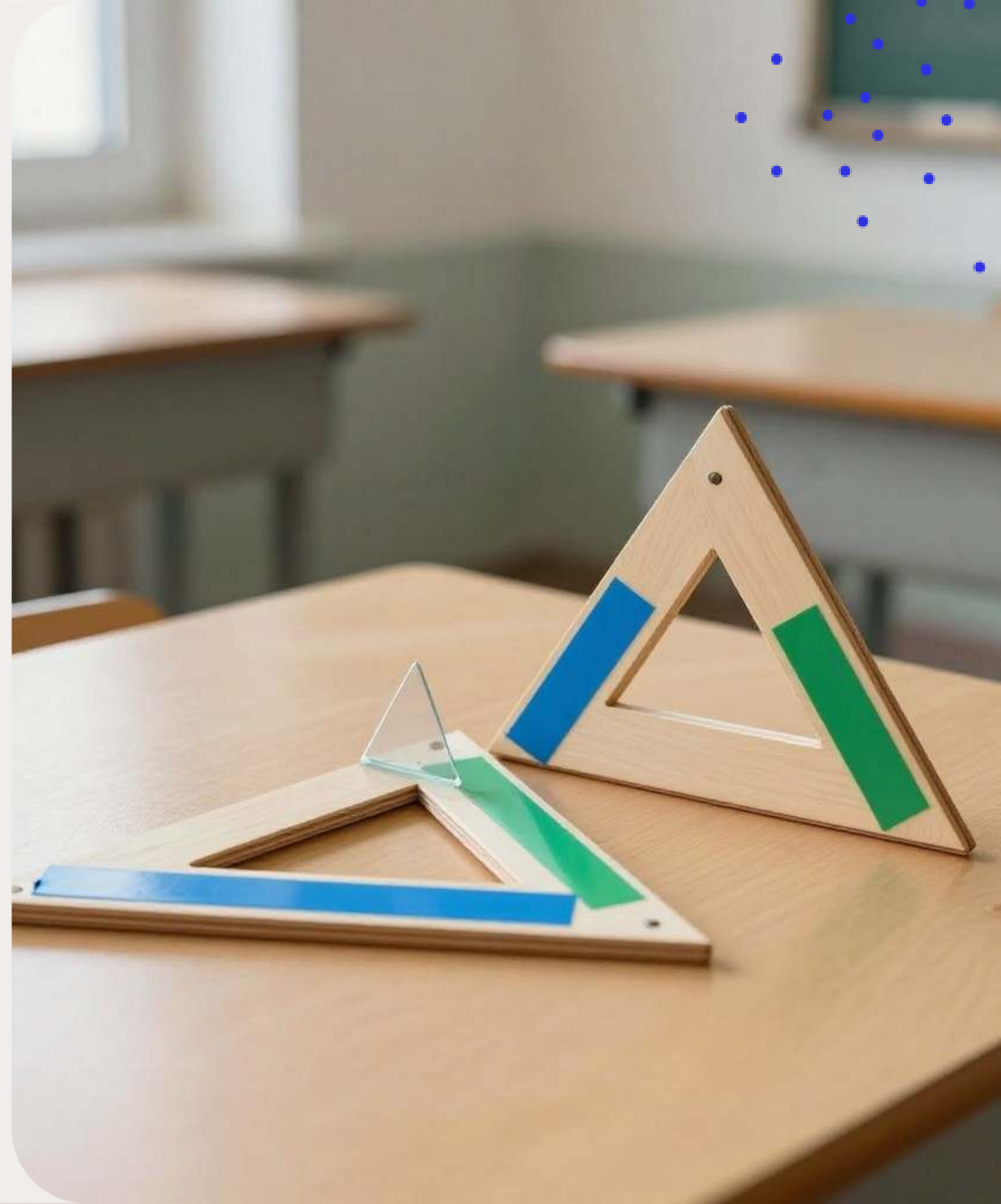
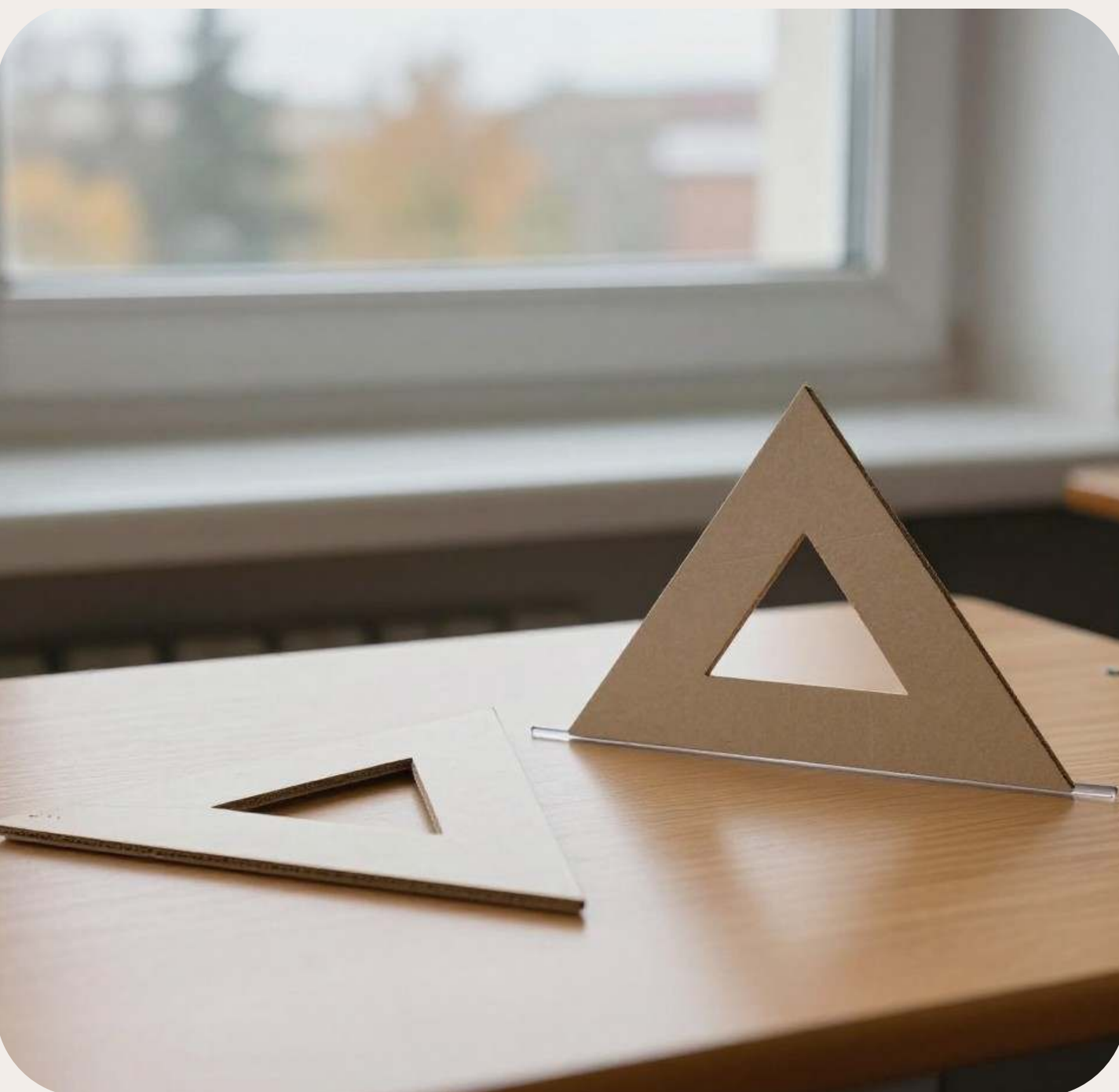


Первый признак равенства треугольников

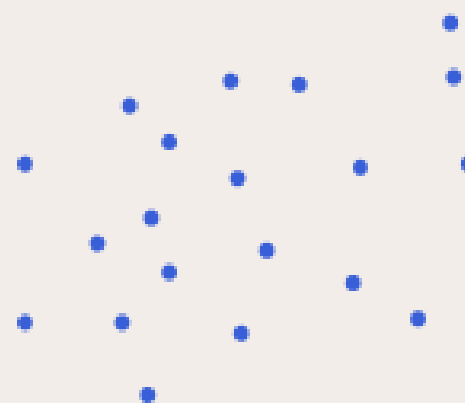
Разберём признак равенства по двум сторонам
и углу между ними — ключ к доказательствам.



- Зачем нужен этот признак на уроках геометрии



Равные треугольники возникают, когда фигуры можно «свести» по известным элементам. На практике первый признак помогает сравнивать стороны и углы, доказывать равенство и поддерживает рассуждения о параллельности прямых.



• Что называют равными треугольниками

Равные треугольники совпадают при наложении: если совместить их, то все элементы окажутся на тех же местах. Это означает равенство соответствующих сторон и соответствующих углов.

У равных треугольников совпадают размеры и форма. Поэтому говорят, что треугольники полностью совпадают, а не просто «похожи» — ведь их размеры тоже одинаковые.

Если у двух треугольников совпадают две стороны и угол между ними, то автоматически равны и остальные элементы. Тогда треугольники имеют одну и ту же форму и один и тот же масштаб.

- Соответствующие стороны и угол между ними

1

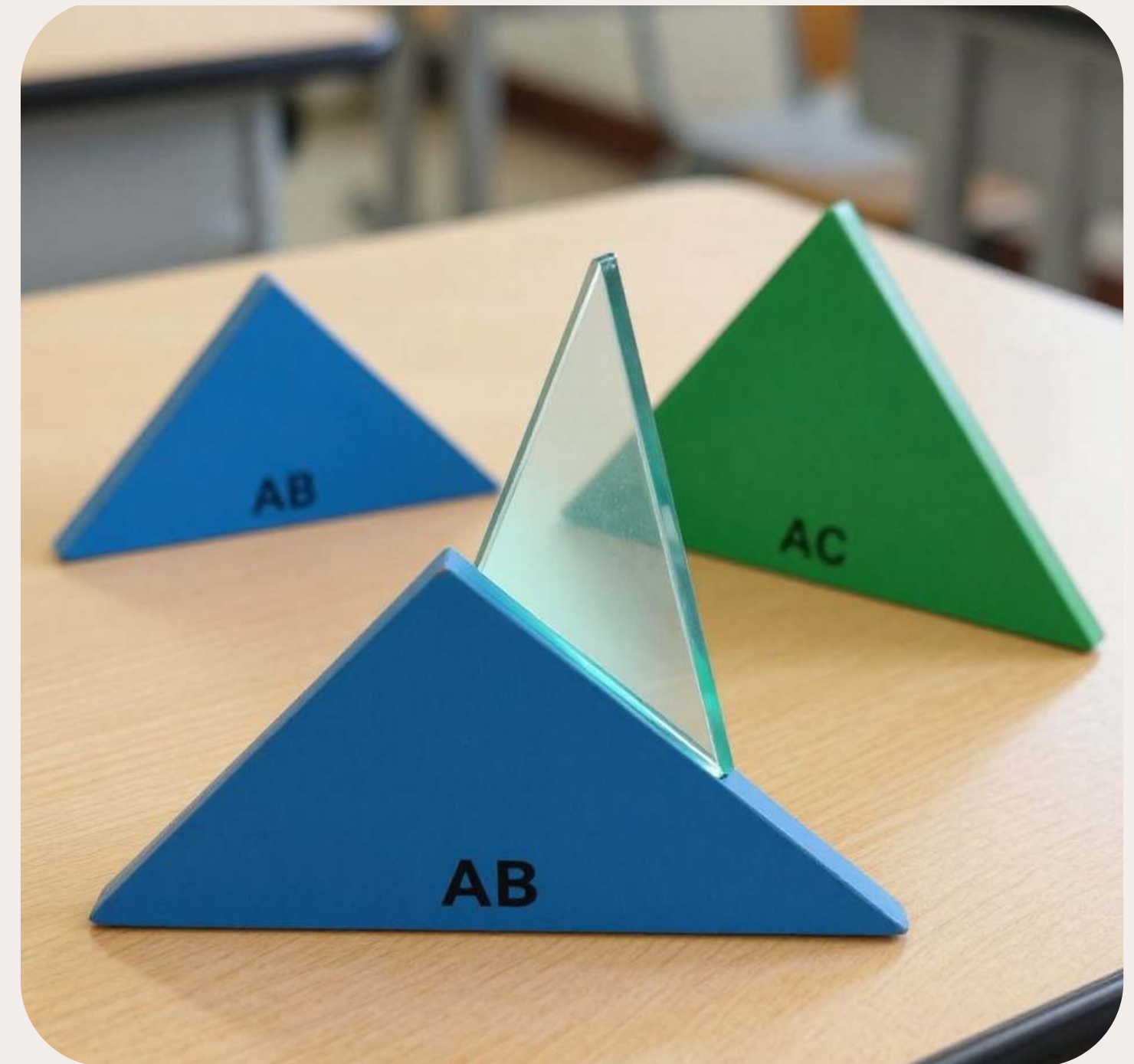
Какие стороны считать соответствующими

В записи $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ соответствующие пары можно обозначить так: $AB \leftrightarrow A_1B_1$, $AC \leftrightarrow A_1C_1$. Тогда углы тоже выбирают согласованно: $\sphericalangle A \leftrightarrow \sphericalangle A_1$, чтобы «направления» внутри треугольников совпадали.

2

Что именно понимают под включённым углом

Угол между сторонами AB и AC — это включённый угол: он расположен между этими двумя сторонами. Для первого признака важно именно такое положение, а не любой угол треугольника.



• Как проверить равенство по первому признаку

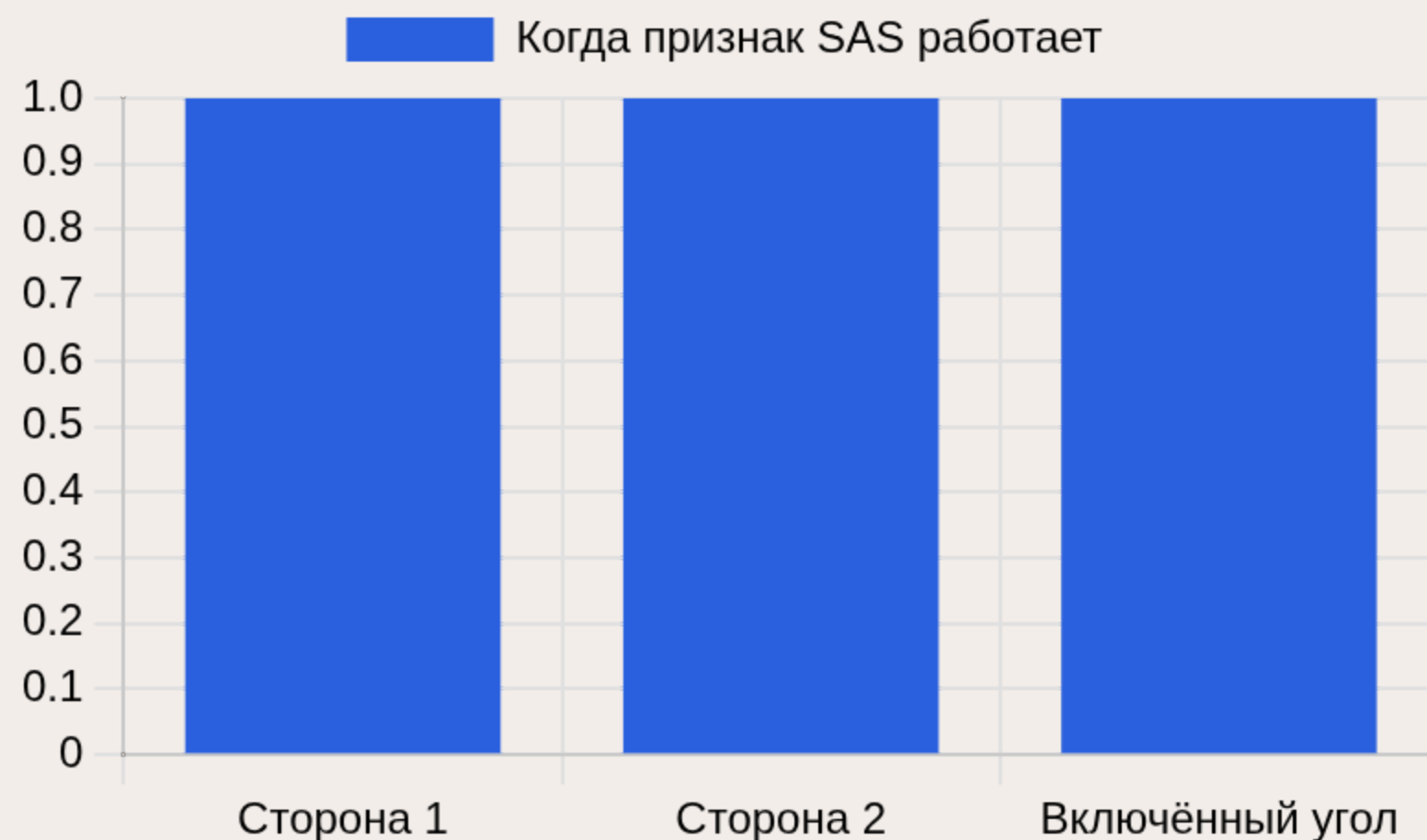
Исходные данные: две стороны и включённый угол в каждом треугольнике



• Формулировка первого признака

- 1 Если у двух треугольников соответственно равны две стороны и угол между ними, то эти треугольники равны. Такая связка данных позволяет однозначно определить форму и размеры.
- 2 В сокращённом виде признак часто записывают как SAS: Side–Angle–Side. По смыслу это «сторона—угол—сторона», то есть две стороны и заключённый между ними угол.
- 3 Именно порядок элементов важен: угол должен быть между теми двумя сторонами, равенство которых мы используем. Тогда вывод о равенстве треугольников становится корректным.

• Какие данные должны совпасть одновременно



Признак первого типа нельзя «собрать по частям»: отсутствие хотя бы одного элемента разрушает однозначность фигуры.

Если равны две стороны, но угол между ними не указан (или не равен), треугольники могут получиться разной формы. Равенство требует совместного выполнения трёх условий.

Учебная логика признака равенства (SAS)

- Почему нужен именно включённый угол

Две стороны сами по себе не задают треугольник однозначно: существует «много вариантов», в каком месте может оказаться вершина третьей стороны.

Если менять угол между этими сторонами, треугольник меняет форму. Например, он может стать более «острым» или более «широким», даже когда длины двух сторон одинаковые.

Включённый угол фиксирует взаимное расположение сторон: показывает, насколько «развернуты» они друг относительно друга в точке их соединения.

Поэтому один и тот же набор двух сторон без указанного включённого угла может соответствовать нескольким разным треугольникам — и равенство тогда доказать нельзя.

• Сравнение признаков равенства треугольников

В таблице показано, какие элементы должны совпасть, чтобы сделать вывод о равенстве. Первый признак отличается составом данных.

Первый признак опирается на «две стороны + угол между ними». Это ключевая особенность: угол должен быть включённым, иначе вывод не гарантируется.

Признак	Какие элементы равны	Вывод
Первый (SAS)	две стороны и включённый угол	треугольники равны
Другой	—	—
Другой	—	—

Школьный курс геометрии (сравнение признаков)

• Запись соответствия в обозначениях

В задачах часто записывают равенства так: $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ и $\angle BAC = \angle B_1A_1C_1$. По порядку букв видно, какие вершины и стороны считаются соответствующими.

У вершины равного угла есть важное требование: она должна быть общей для двух равных сторон. Тогда угол действительно расположен между этими сторонами, как нужно для первого признака.

Если в записи перепутать соответствие вершин, получится «другой» угол или «другая» пара сторон. В таком случае признак SAS применить нельзя, даже когда некоторые равенства выглядят похожими.

- Наложение как наглядный смысл равенства

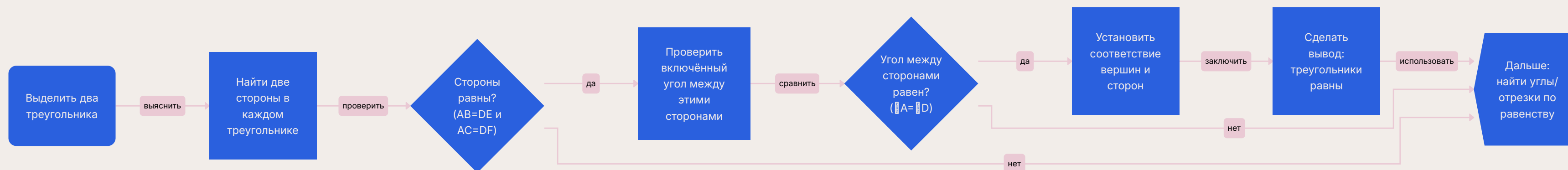
При мысленном наложении один треугольник совмещают с другим так, чтобы первая заданная сторона легла на соответствующую сторону. Затем совмещают вершины и лучи, образующие угол, и только после этого совмещают вторую сторону.

Когда угол между двумя сторонами равен, треугольники «срабатывают» целиком: совпадают и оставшиеся стороны, и остальные углы. На чертеже это удобно показывать совмещением вершин, отрезков и лучей включённого угла.



Алгоритм применения первого признака SAS

Чтобы доказать равенство, последовательно проверьте: две стороны и угол между ними, затем сопоставьте вершины и используйте вывод о равенстве.



• Что можно доказывать с помощью равенства треугольников



Равенство отрезков

Когда треугольники равны, равными оказываются соответствующие стороны. Это напрямую помогает доказывать, что нужные отрезки в разных фигурах равны, даже если их длины неизвестны.



Равенство углов

Из равенства треугольников следует равенство всех соответствующих углов. Поэтому после SAS можно находить или доказывать равенство углов в задачах на построение и вычисления.



Равенство в четырёхугольниках

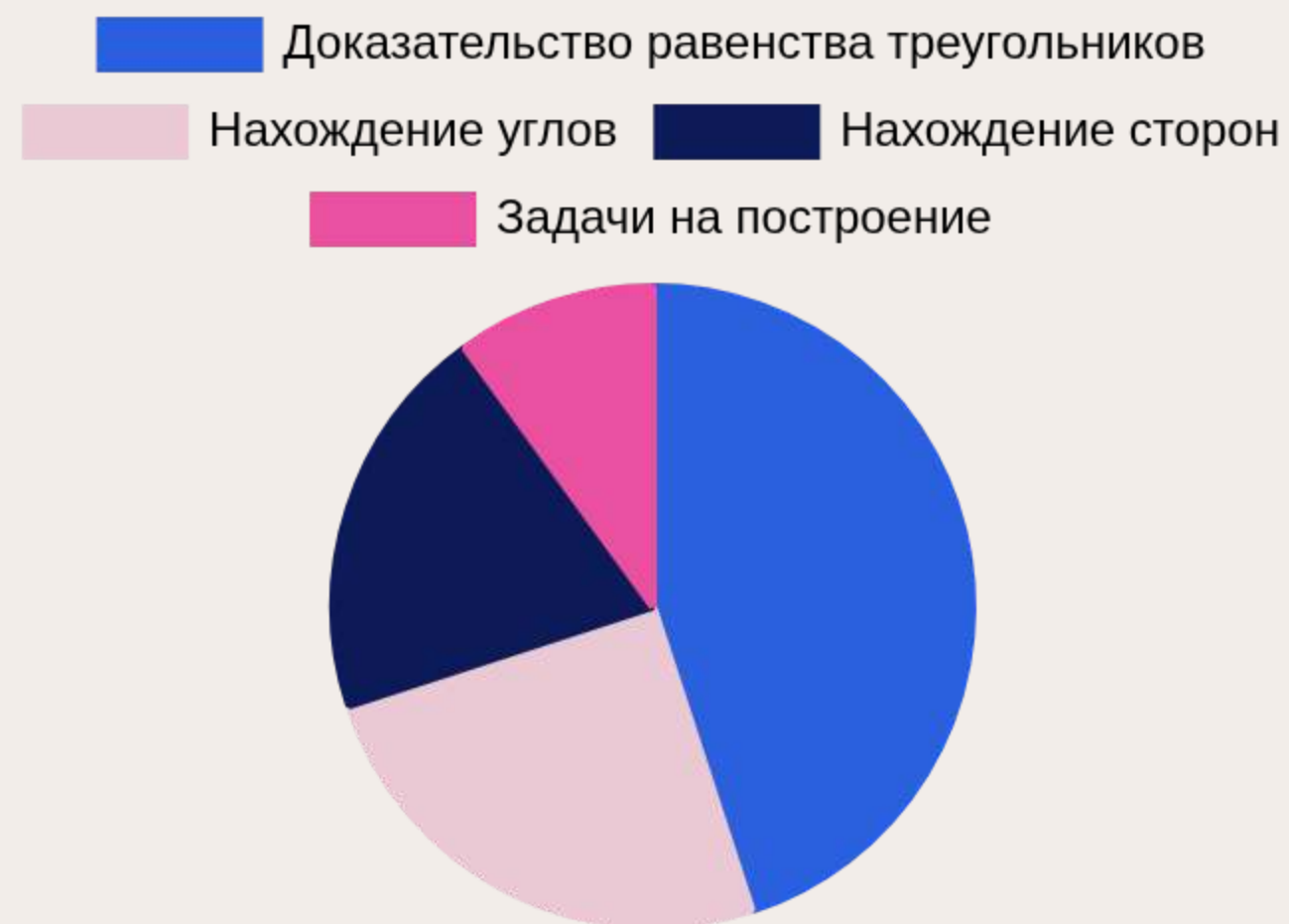
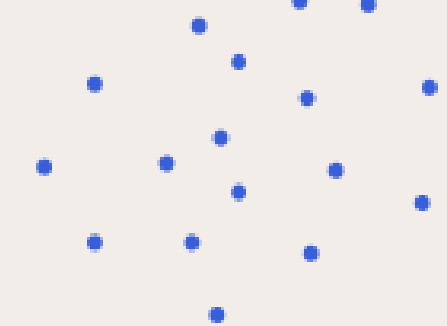
Часто четырёхугольник «разбивают» на два треугольника. Если эти треугольники равны, то многие свойства четырёхугольника доказываются через равенство углов и сторон в частях.



Признаки параллельности

Равные углы помогают обосновывать параллельность прямых: например, когда соответствующие или накрест лежащие углы оказываются равными, вы делаете вывод о параллельности.

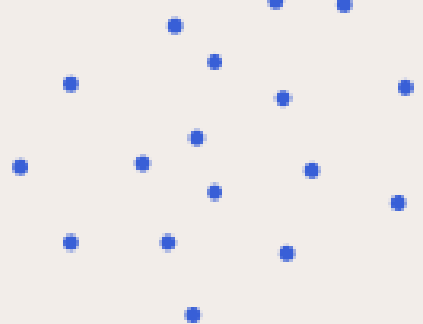
• Где первый признак встречается чаще всего



Первый признак чаще всего используют не для вычислений «сразу», а как основу для доказательств: сначала доказывают равенство, затем получают новые равенства.

По диаграмме видно, что значительная доля задач связана с доказательствами и построениями: там равенство треугольников служит ключевым шагом.

Структурная оценка тем по школьным заданиям 8–9 классов (учебные комплекты и типовые сборники), без привязки к единому статистическому реестру.



100%

Если две стороны и угол между ними заданы, треугольник можно построить единственным образом, без вариантов формы.

Учебный курс геометрии (9 класс): свойство однозначности построения треугольника по двум сторонам и углу между ними.

По первому признаку равенства можно обосновывать построения: один и тот же набор SAS задаёт треугольник однозначно, значит одинаковые данные приводят к совпадающим фигурам.

- Подходящие и неподходящие наборы данных

Набор данных	Подходит для SAS	Почему/что нужно
2 стороны + включённый угол	Да	Три условия задают треугольник однозначно
2 стороны + не включённый угол	Нет	Угол задаёт другое взаимное положение
1 сторона + 2 угла	Нет	Это другой признак равенства (не SAS)
3 стороны	Нет	Это признак по трём сторонам (SSS)

В таблице сравниваются варианты, которые иногда предлагают в решениях. Для SAS достаточно именно двух сторон и угла между ними, а остальные наборы по этому признаку не дают вывода.

Из представленных вариантов только «две стороны и угол между ними» достаточно для вывода равенства по первому признаку; остальные требуют других критериев.

Школьная геометрия: признаки равенства треугольников (SAS и другие).

• Типичные ошибки при применении признака

1

Самая частая ошибка — брать произвольный угол треугольника. В первом признаке нужен именно включённый угол между двумя данными сторонами: он стоит «внутри» между ними.

2

Другая ошибка связана с соответствием: путают вершины и стороны в записях. Если сторонам сопоставили не те вершины, равенство по признаку может не получиться даже при совпадении значений.

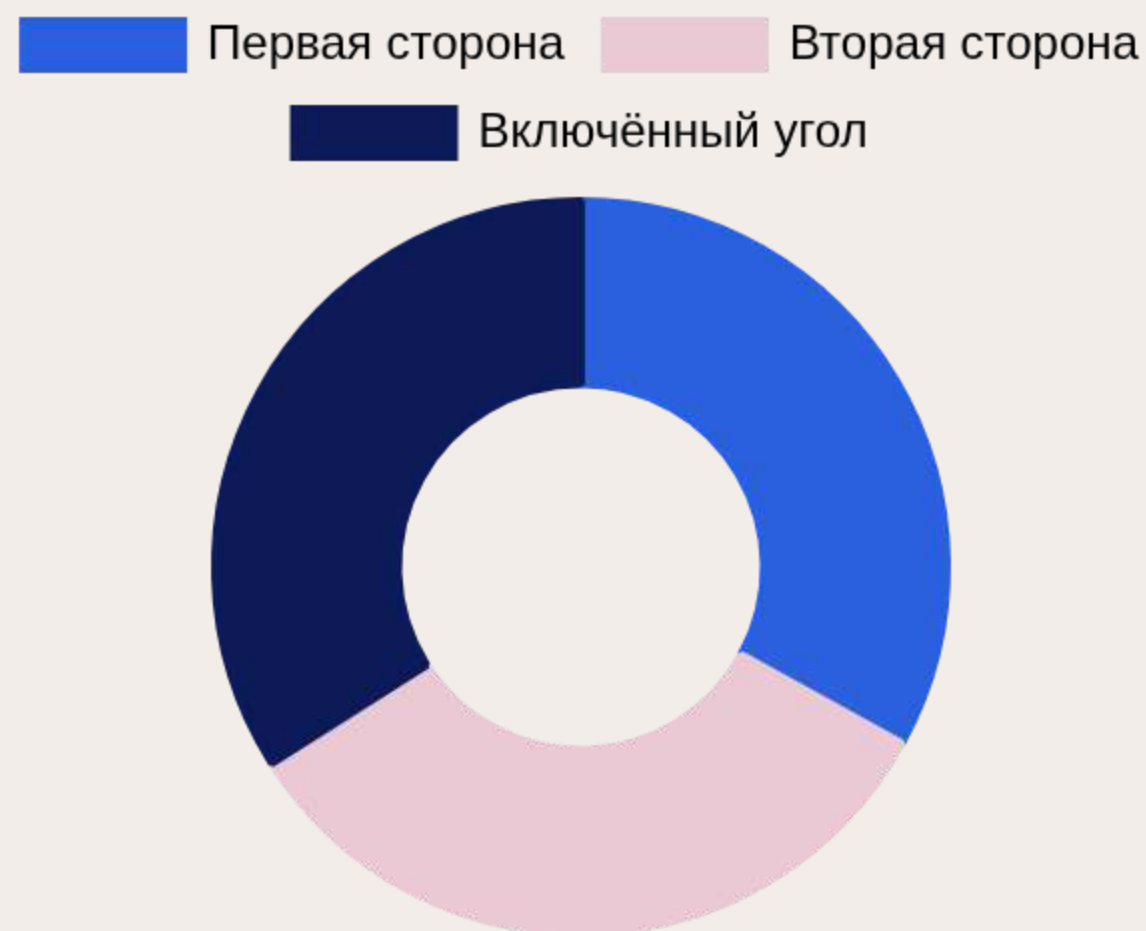
3

Нельзя делать вывод, когда равны только две стороны. Без угла между ними форма треугольника не фиксируется: при другом угле может получиться другой по размеру и виду треугольник.

4

Иногда пытаются заключить равенство по первому признаку, если угол равен, но он относится не к тем сторонам. Проверьте: угол должен «сжимать» именно те две стороны, которые названы равными.

• Модель треугольника как набор трёх условий



Первый признак работает как система: первая сторона, вторая сторона и угол между ними должны быть заданы одновременно. Каждая часть дополняет остальные и создаёт однозначность формы.

Если убрать хотя бы один элемент (например, заменить угол или не подтвердить вторую сторону), то равенство по SAS уже не обосновано: остаются варианты треугольника.

Логическая модель учебного материала по признаку равенства SAS (Side–Angle–Side), без внешних данных.

• Пример применения первого признака

Пусть в треугольниках ABC и DEF выполнено $AB = DE$, $AC = DF$ и $\angle A = \angle D$. Равенство двух сторон и угла между ними выполняется, значит применим первый признак.

Далее следует вывод:
треугольники равны по первому признаку, поэтому соответствующие углы и стороны тоже равны.
Например, $\angle B = \angle E$ и $\angle C = \angle F$.

Кроме углов, равны и оставшиеся стороны: $BC = EF$. Такой ход позволяет быстрее находить неизвестные величины, потому что часть значений «вытекает» из равенства треугольников сразу.

- Итог: почему SAS так важен



Первый признак равенства треугольников задаёт совпадение по двум сторонам и углу между ними. В 9 классе это ключевой инструмент: он помогает доказывать свойства фигур, находить неизвестные элементы и обосновывать построения.

