

Первый признак подобия треугольников

Два равных угла — и форма уже известна.





Где встречается подобие

Подобие треугольников помогает читать чертежи, находить недоступные расстояния и решать задачи про тени. В геометрии 7 класса это один из самых полезных инструментов для точных вычислений без измерения объекта напрямую.

Что такое подобные треугольники

Одинаковая форма

Подобные треугольники имеют одинаковую форму, хотя могут быть разного размера. Их углы совпадают по величине, поэтому один треугольник можно представить как увеличенную или уменьшенную копию другого.

Равные углы

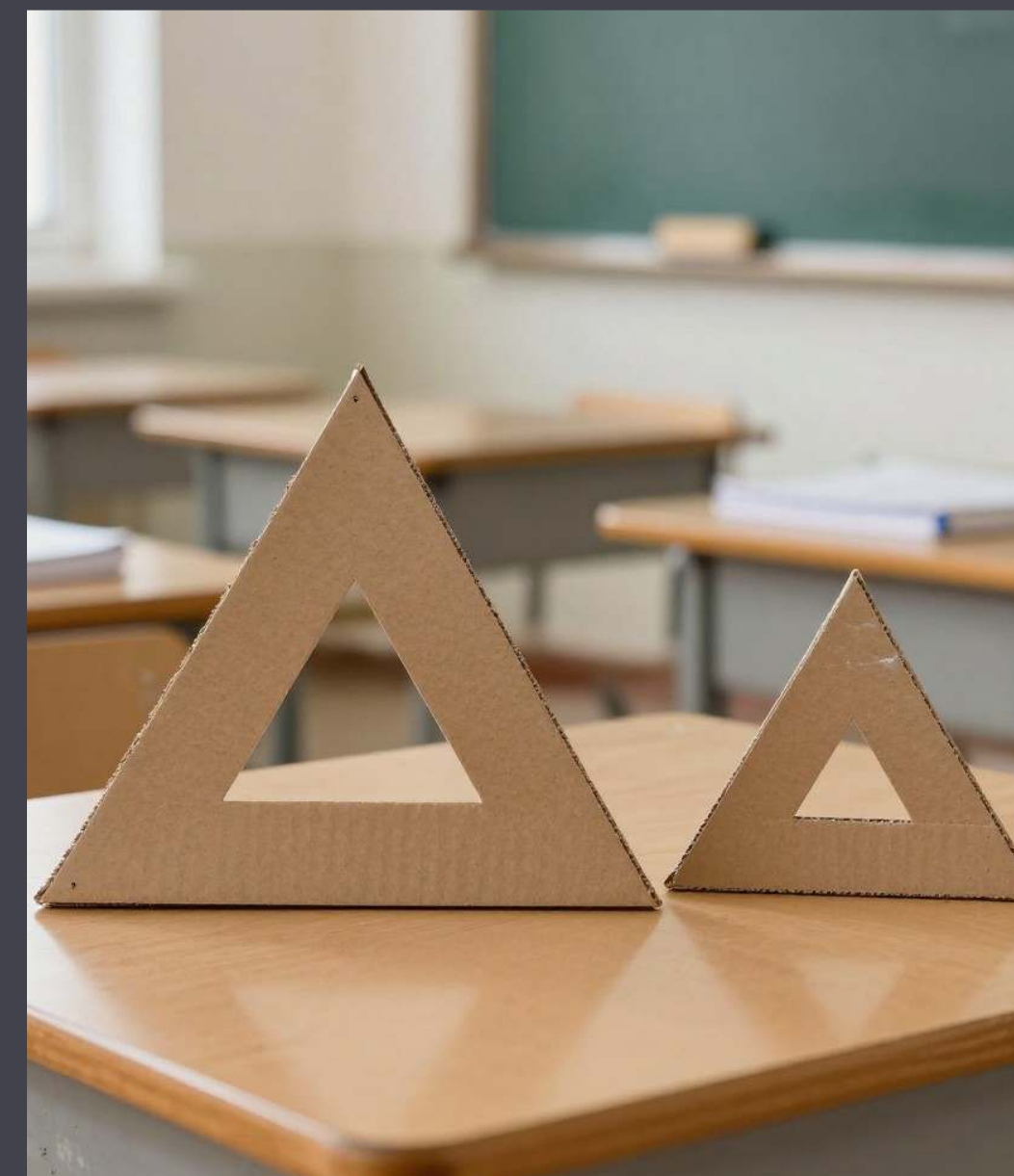
Если треугольники подобны, то все соответствующие углы равны. Именно углы показывают, что фигуры устроены одинаково, даже когда длины сторон отличаются и изображение выглядит больше или меньше.

Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных треугольников относятся друг к другу одинаково. Это значит, что зная одну пару сторон, можно составить пропорцию и найти остальные неизвестные длины.

Коэффициент подобия

Число, показывающее, во сколько раз один треугольник больше другого, называют коэффициентом подобия. Если все стороны второго вдвое длиннее, коэффициент равен 2.



Чем подобие отличается от равенства

Равные треугольники

Равные треугольники полностью совпадают: у них одинаковые углы и одинаковые стороны. Если наложить один на другой, они совпадут без поворота или растяжения.

Сравнение размеров

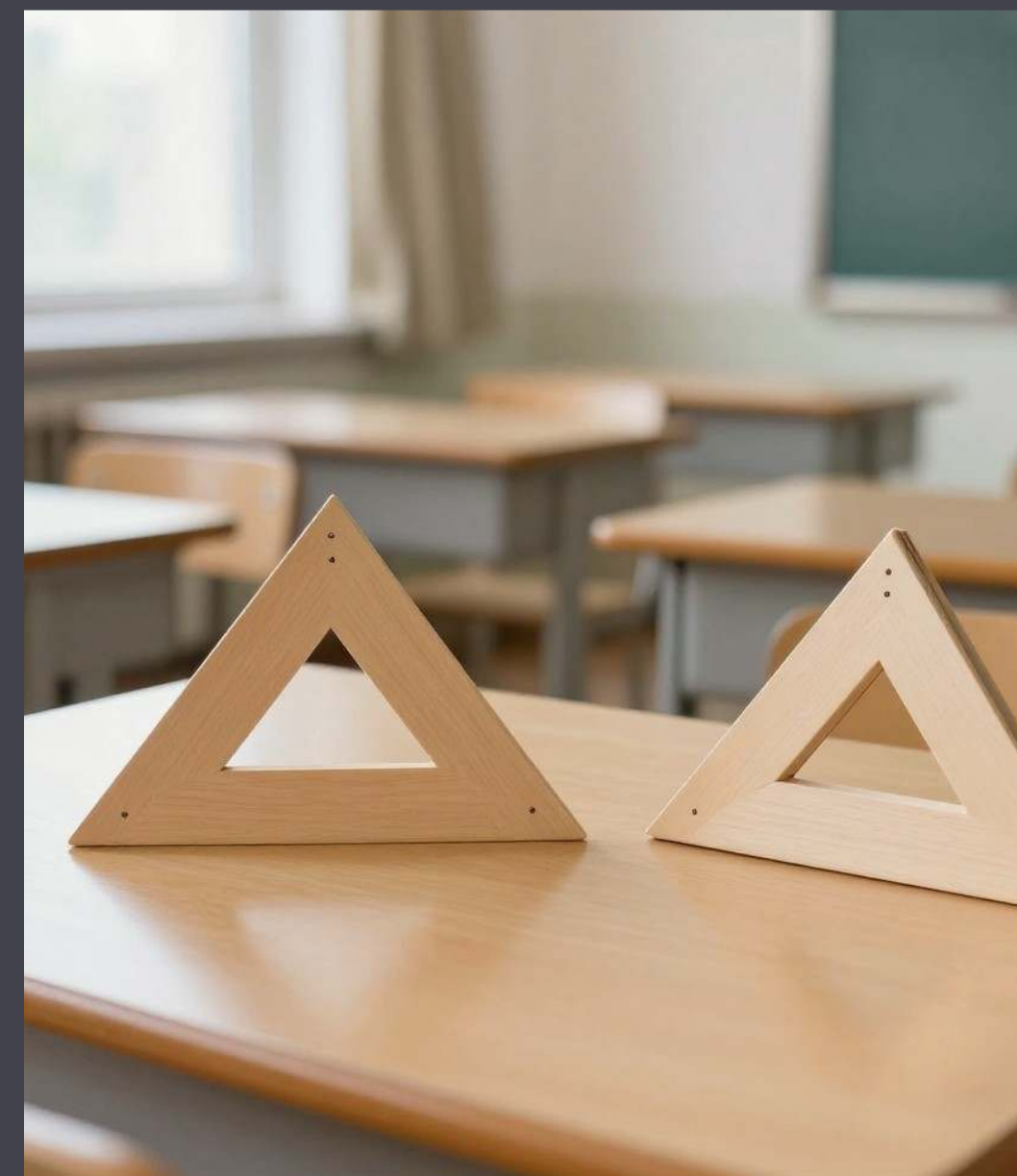
У равных треугольников все стороны равны попарно. У подобных стороны могут быть разными, но отношения длин соответствующих сторон всегда одинаковы для обеих фигур.

Подобные треугольники

Подобные треугольники совпадают только по форме. Их можно увеличить или уменьшить, и при этом углы останутся одинаковыми, а стороны изменятся пропорционально.

Главное различие

Равенство означает совпадение формы и размера, а подобие — только формы. Поэтому равные треугольники всегда подобны, но подобные треугольники не всегда равны.



Формулировка первого признака

1

Найти два угла

Если в одном треугольнике можно указать два угла, равных двум углам другого треугольника, этого уже достаточно для вывода о подобии фигур.

2

Установить третий угол

Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому при равенстве двух углов автоматически совпадает и третий. Значит, все углы у треугольников оказываются попарно равными.

3

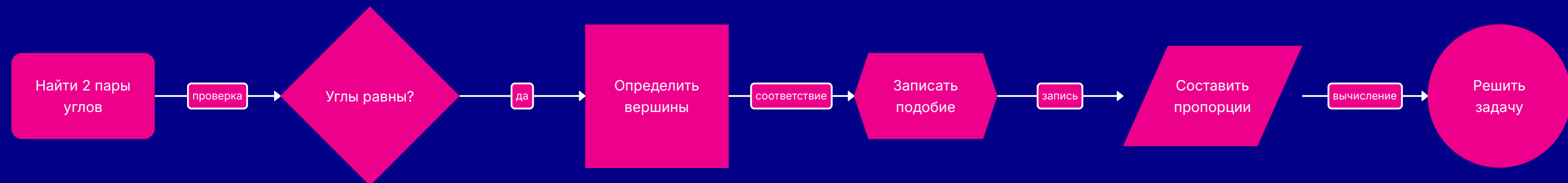
Сделать вывод

Такой признак называют первым признаком подобия, или признаком по двум углам. Он позволяет доказывать подобие быстро и без сравнения всех сторон.



Как определить подобие по двум углам

Последовательность действий при доказательстве подобия треугольников по первому признаку



Соответствие вершин и сторон

Равные вершины

Вершины, у которых равны углы, считаются соответствующими. Именно по ним устанавливают порядок записи треугольников, чтобы не перепутать стороны при сравнении.

Обозначения на чертеже

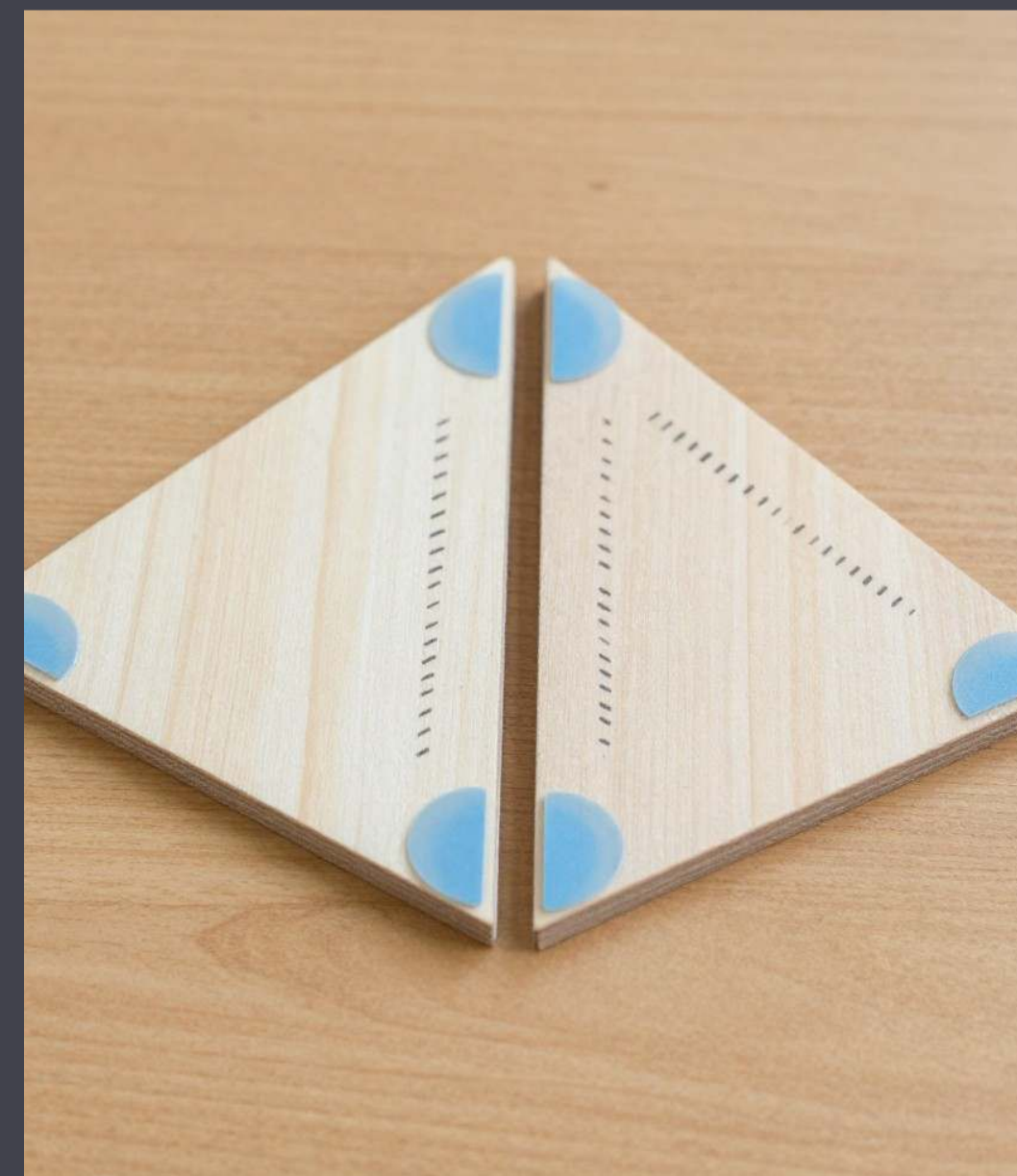
На рисунках одинаковые углы обычно отмечают одинаковыми дугами, а соответствующие стороны — одинаковыми штрихами. Такие обозначения делают решение наглядным и понятным.

Стороны напротив углов

Стороны, лежащие напротив равных углов, тоже соответствуют друг другу. Это правило помогает правильно составлять пропорции и избегать ошибок в вычислениях.

Точный порядок записи

Если вершины записаны в неверном порядке, легко перепутать пары сторон. Поэтому сначала определяют соответствие углов, а уже потом записывают подобие треугольников.



Основные признаки и выводы

Что дано	Что следует
2 пары углов	Треугольники подобны
Третий угол	Равен автоматически
Стороны	Пропорциональны

Краткая таблица показывает, что именно нужно проверить и какой вывод можно сделать при доказательстве подобия.

Для доказательства подобия достаточно двух равных углов; после этого можно сразу использовать пропорции соответствующих сторон.

Сумма углов треугольника и первый признак подобия

Почему достаточно двух углов

1

Форма уже определена

Когда известны два угла треугольника, его форма становится однозначной. Остаётся только определить третий угол по сумме углов треугольника, равной 180° .

2

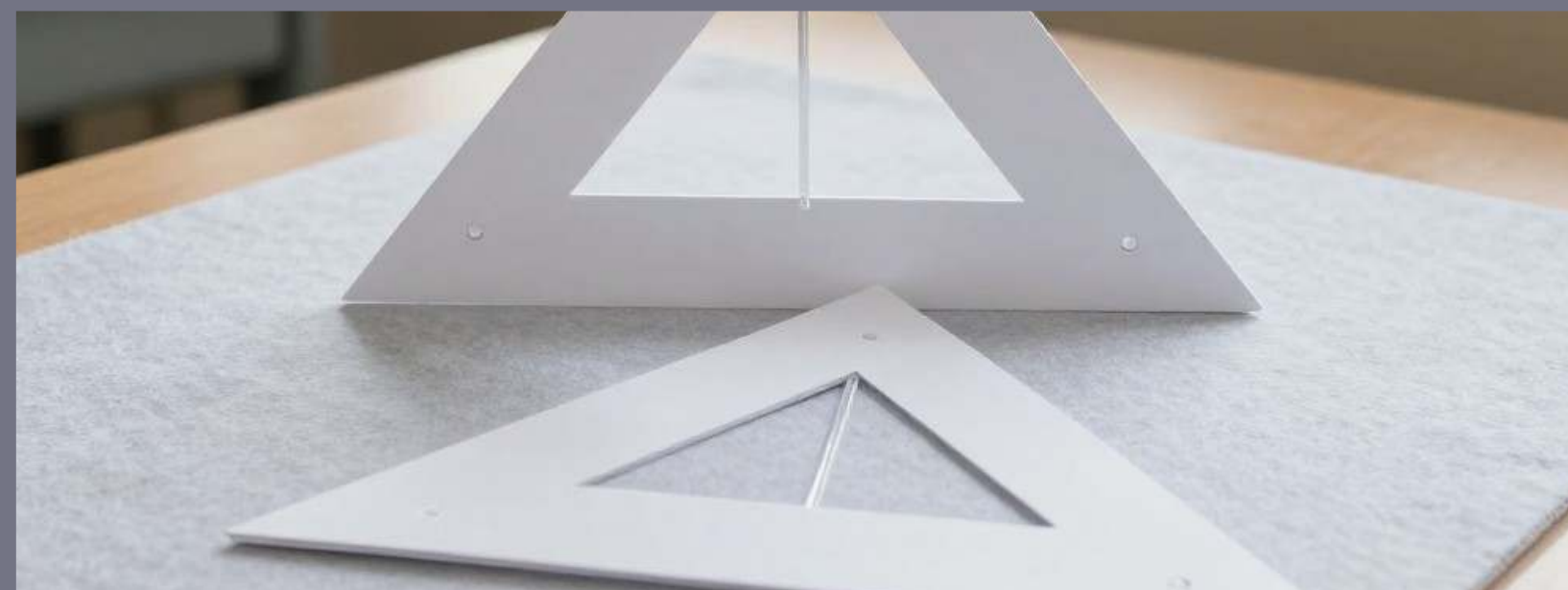
Сравниваются только размеры

После совпадения двух углов треугольники уже нельзя различить по форме. Поэтому дальнейшее сравнение сводится к длинам сторон и их отношению, а не к виду фигуры.

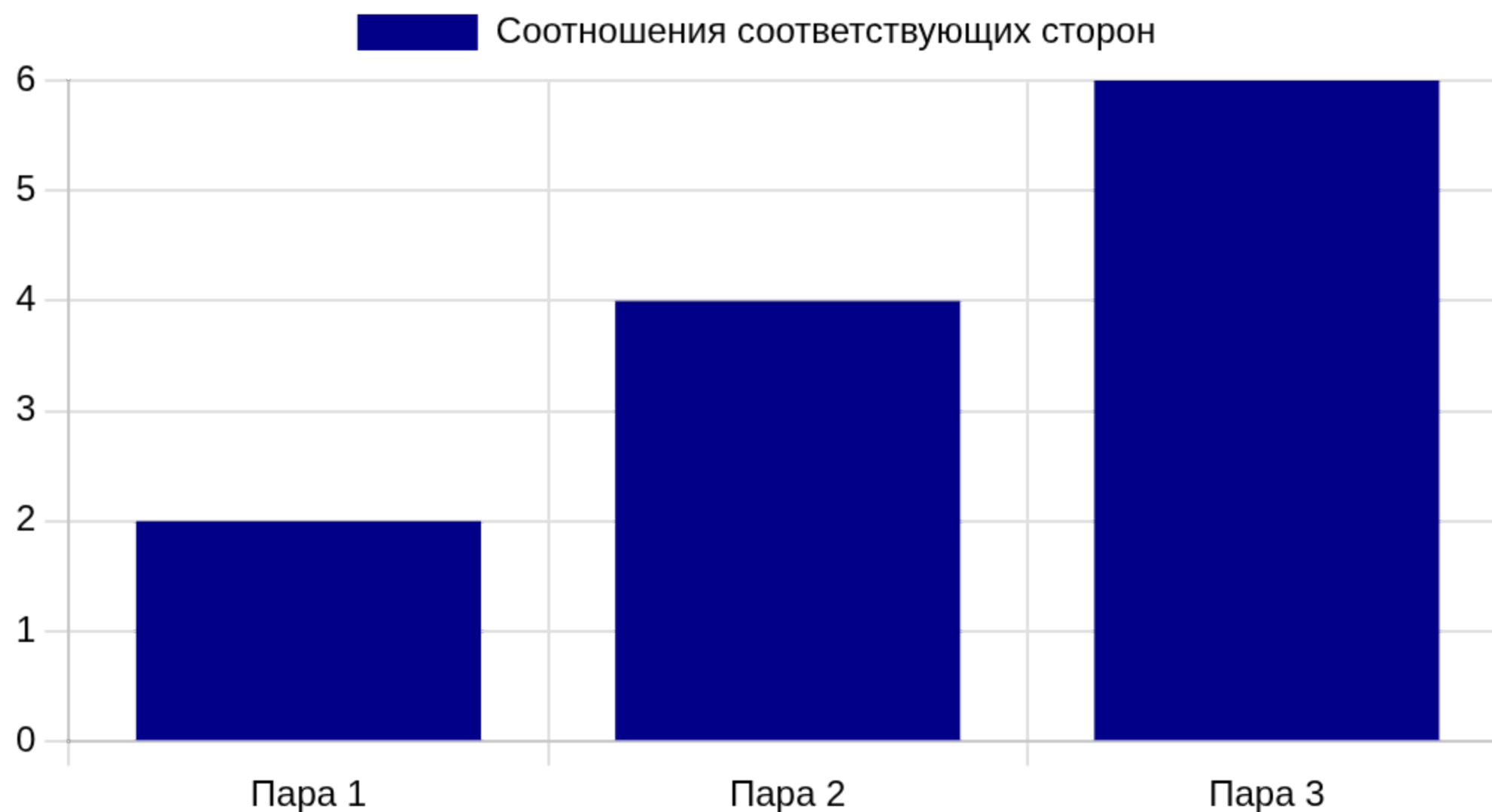
3

Подобие без лишних данных

Именно поэтому первого признака достаточно для доказательства подобия. Он экономит время в задачах и позволяет быстрее переходить от углов к пропорциям сторон.



Пропорции сторон у подобных треугольников



На диаграмме видно, что каждая следующая пара сторон увеличивается в одном и том же отношении.

Одинаковое отношение сторон подтверждает постоянный коэффициент подобия; для всех соответствующих пар он сохраняется без изменений.

Учебный пример по подобию треугольников, без привязки к датам

Как записывают подобие треугольников

1

Знак подобия

Подобие треугольников обозначают знаком $\sim$. Например, запись $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ показывает, что фигуры имеют одинаковую форму, а их вершины сопоставлены в указанном порядке.

2

Порядок букв

Буквы в записи идут не случайно: первая вершина первого треугольника соответствует первой вершине второго, вторая — второй, и так далее. Это помогает правильно выбирать пары сторон.

3

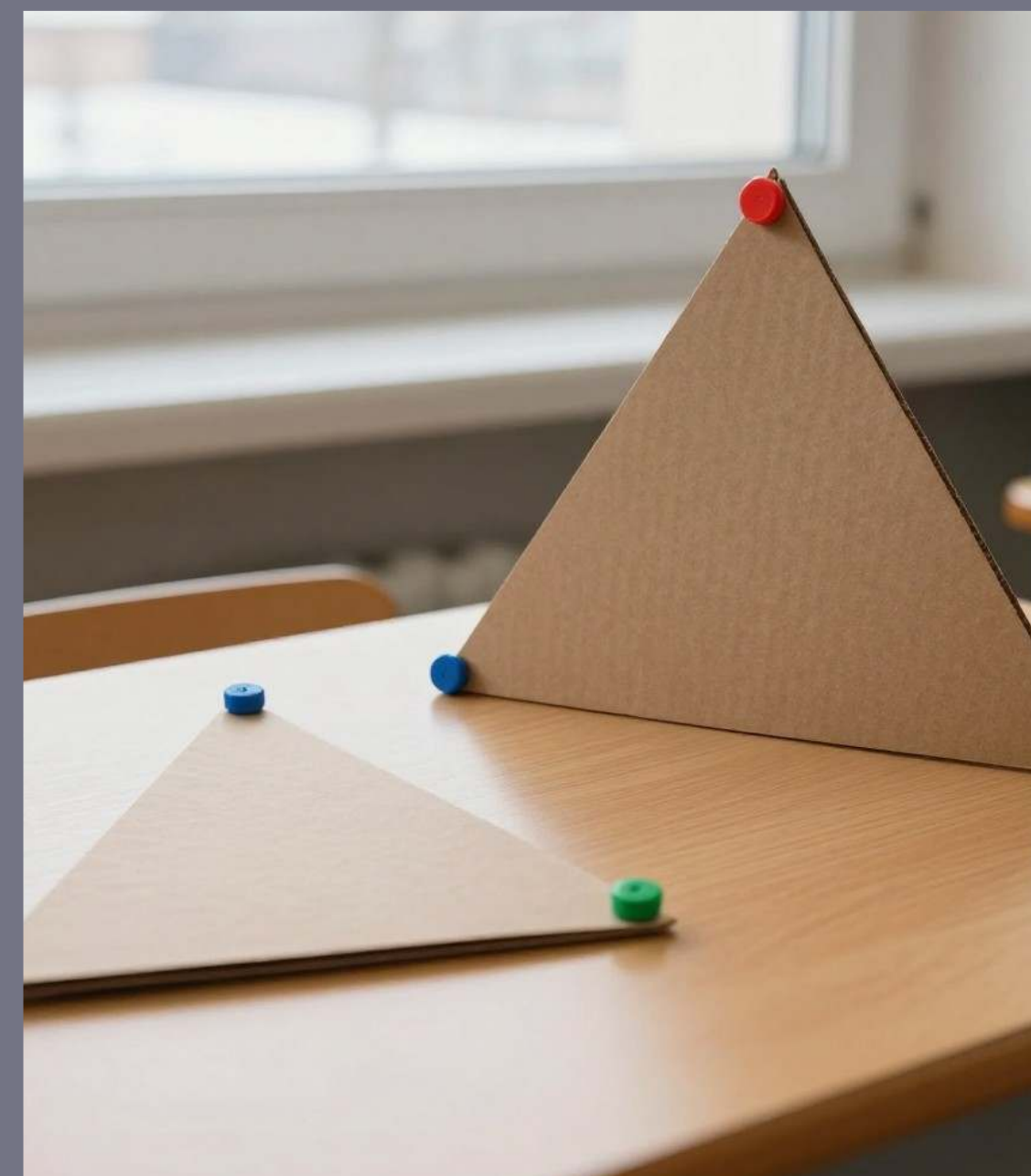
Пропорции сторон

После записи подобия сразу составляют отношения соответствующих сторон: $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1$. По этим пропорциям находят неизвестные длины и проверяют вычисления.

4

Точность записи

Если перепутать порядок букв, можно сравнить не те стороны и получить неверный ответ. Поэтому сначала устанавливают соответствие вершин, а уже потом записывают подобие и пропорции.



Порядок решения задач на подобие

1

Найти углы

Сначала внимательно рассматривают чертёж и ищут пары равных углов. Обычно их можно заметить по отметкам, параллельным прямым или уже известным свойствам фигур.

2

Определить соответствие

Затем устанавливают, какие вершины и стороны соответствуют друг другу. Этот шаг особенно важен, потому что именно от него зависит правильность дальнейших пропорций.

3

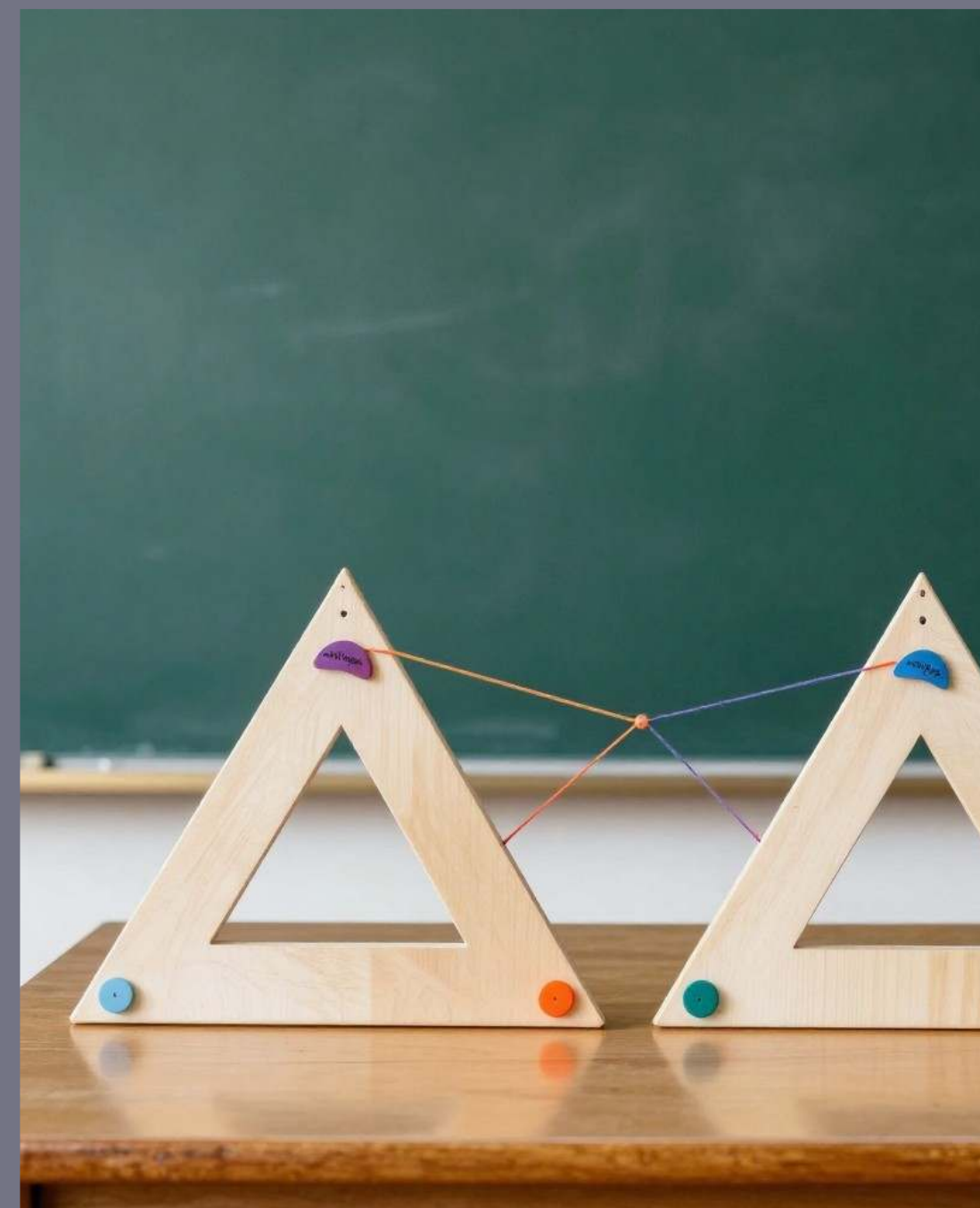
Записать подобие

После проверки равенства углов делают вывод о подобии треугольников и записывают его в нужном порядке. Такая запись сразу показывает, какие элементы нужно сравнивать.

4

Использовать пропорцию

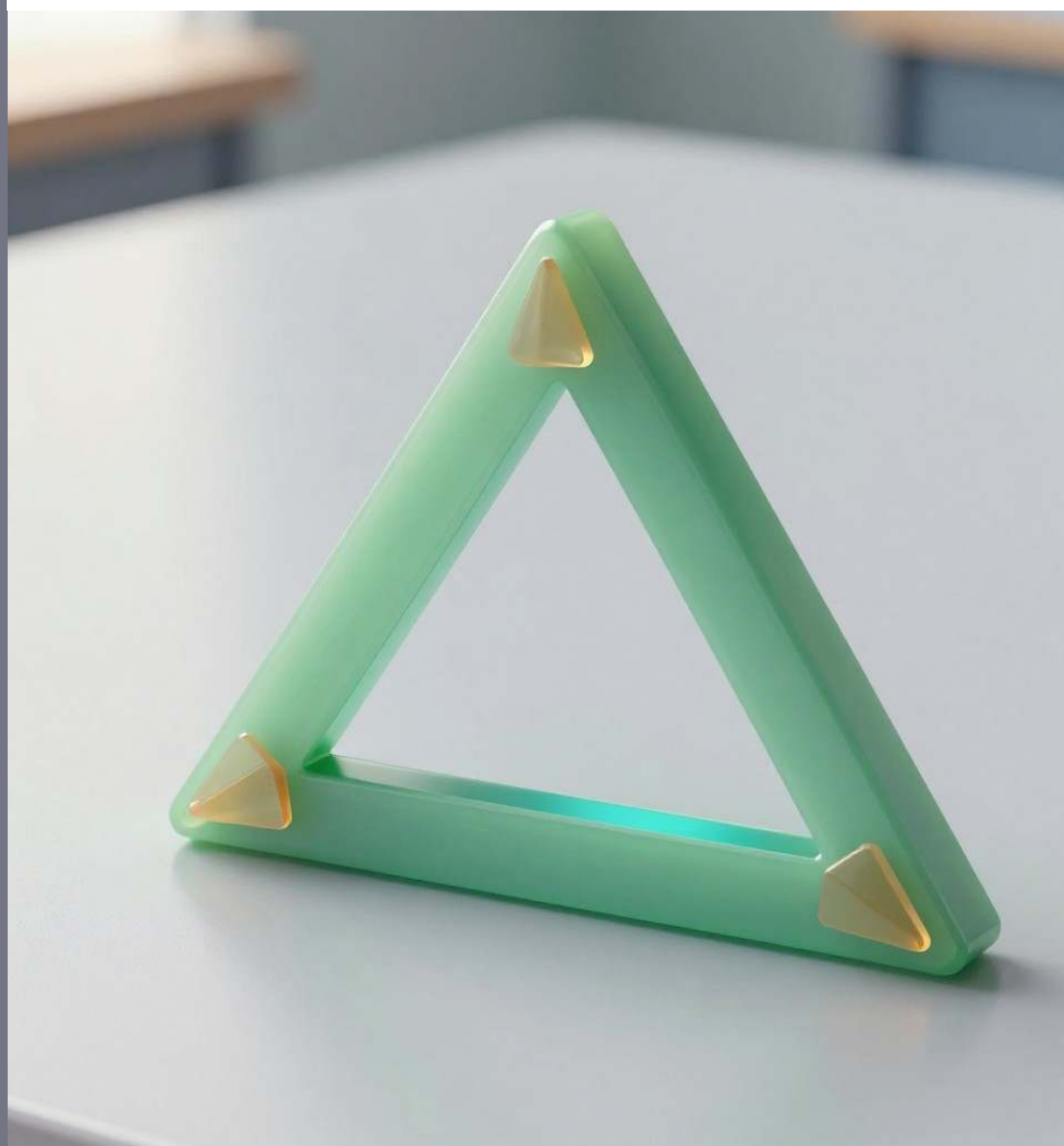
В конце составляют отношение соответствующих сторон, подставляют известные числа и находят неизвестную длину. Если в задаче есть параллельные прямые, равные углы часто появляются именно из-за них.



Подобие и параллельные прямые

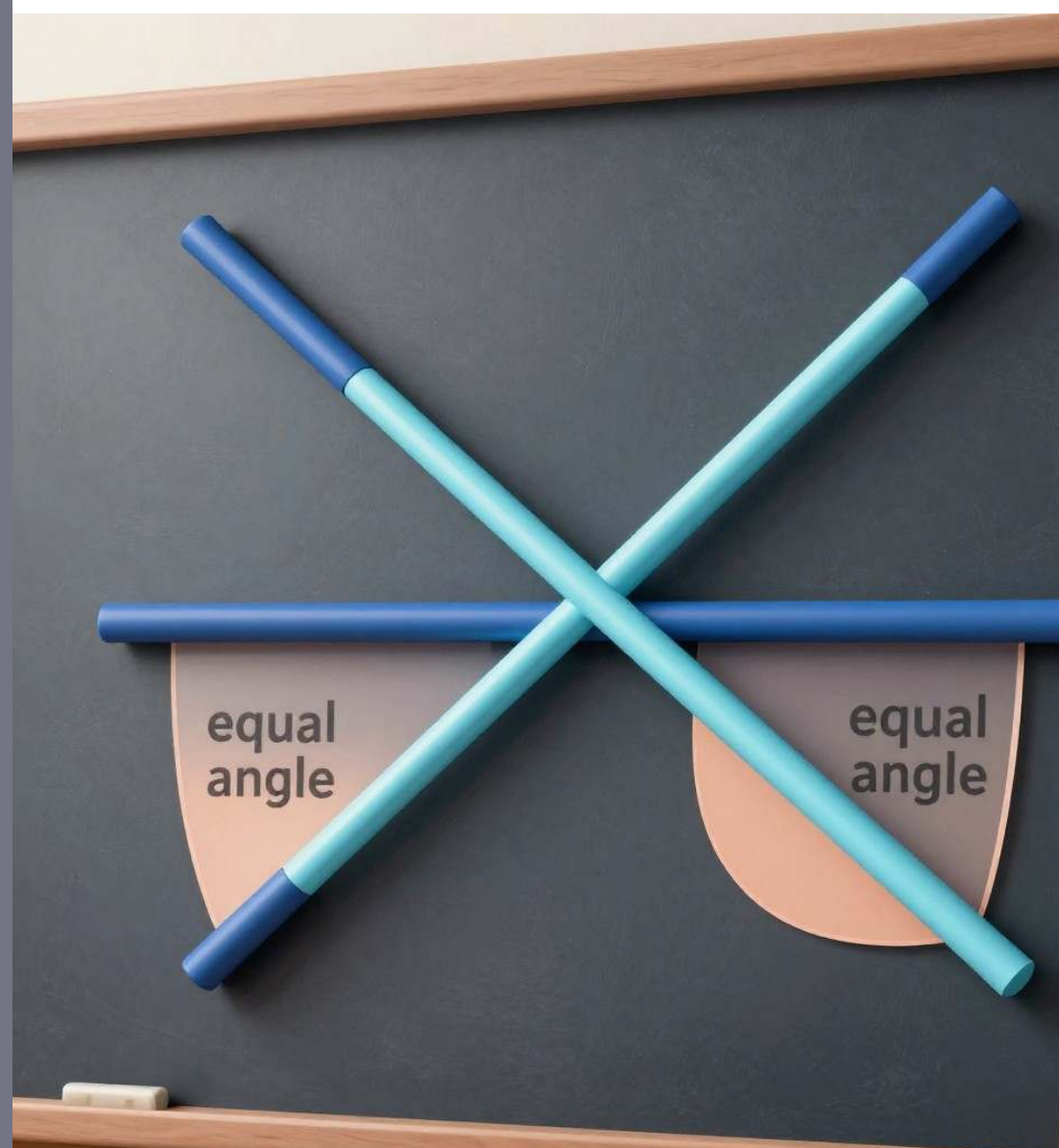
Прямая внутри треугольника

Если внутри треугольника провести отрезок, параллельный одной из его сторон, на рисунке сразу появляются равные углы. Это делает маленький треугольник похожим на большой и позволяет сравнивать их стороны по пропорции.



Удобный способ доказательства

Параллельные прямые помогают быстро найти накрест лежащие и соответственные углы без длинных вычислений. После этого остаётся применить первый признак подобия и аккуратно записать соответствие вершин, чтобы не ошибиться в решении.



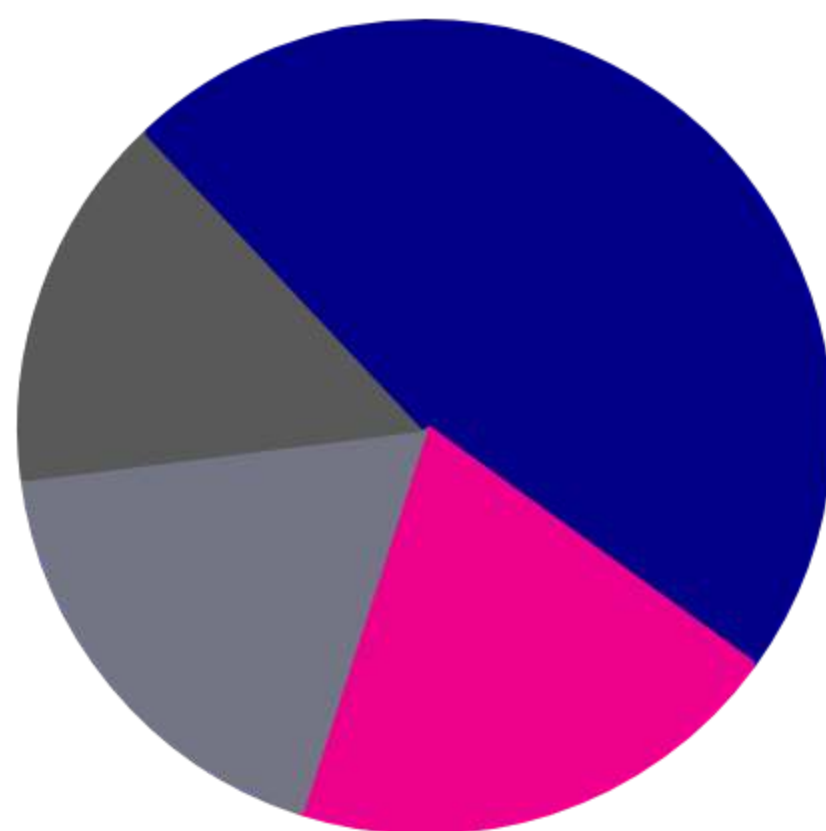
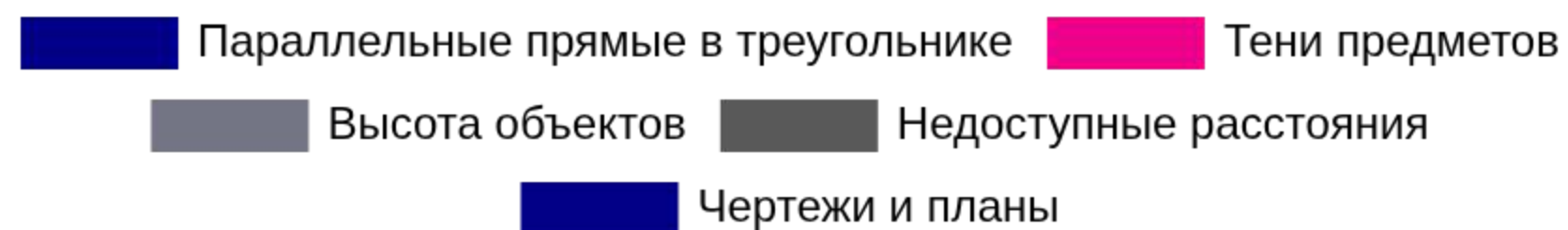
Задачи с делением отрезков

Такой приём часто используют, когда нужно разделить сторону на части или найти неизвестный участок фигуры. Подобие превращает сложный чертёж в понятную схему, где длины связаны простыми отношениями.

tasks with dividing segments



Где встречаются задачи на подобие



В школьной практике чаще всего встречаются задачи, где нужно сравнивать части одной фигуры и использовать равные углы.

Наибольшая доля приходится на задачи с параллельными прямыми внутри треугольника; они дают удобный способ находить неизвестные длины через пропорции.

Учебное обобщение типовых задач по теме; значения на диаграмме иллюстративны.

Пример применения первого признака

1

Даны два угла

Пусть в двух треугольниках равны углы 40° и 65° . Этого достаточно, чтобы применить первый признак подобия и сделать вывод о совпадении формы фигур.

2

Находим третий угол

Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому третий угол каждого треугольника равен 75° . Вычисление простое: $180^\circ - 40^\circ - 65^\circ = 75^\circ$.

3

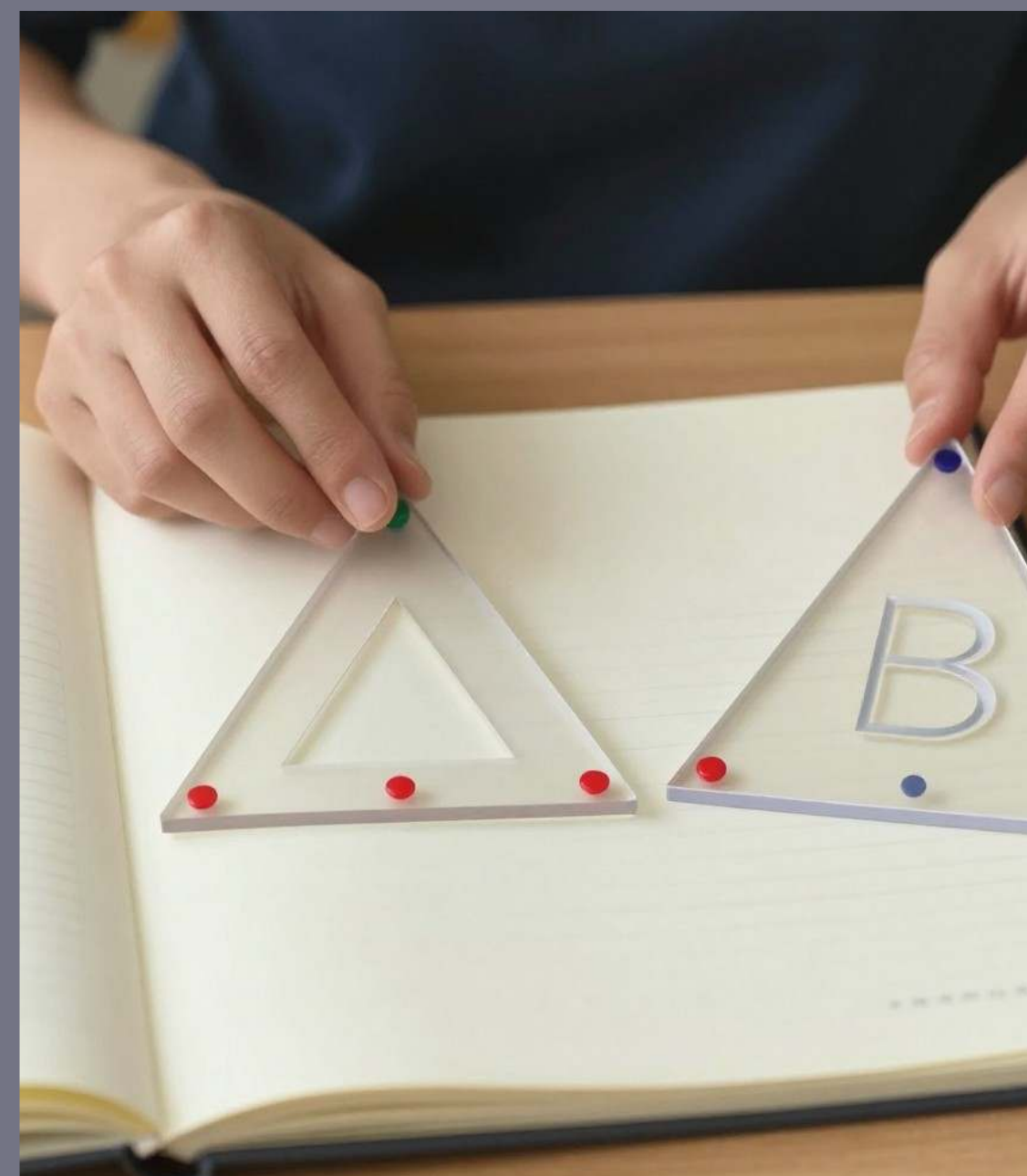
Делаем вывод

Раз два угла равны, треугольники подобны. Значит, их соответствующие вершины можно сопоставить, а стороны сравнивать по одной и той же пропорции.

4

Переходим к сторонам

После доказательства подобия можно искать неизвестные длины, не измеряя фигуру напрямую. Достаточно выбрать соответствующие стороны и подставить известные значения в отношение.



Частые ошибки при решении задач

Ошибка	Что помнить
Путают равенство и подобие	Стороны не обязаны быть равны
Берут не те стороны	Сравнивают только соответствующие
Неверный порядок букв	Сбиваются вершины
Один равный угол	Этого недостаточно

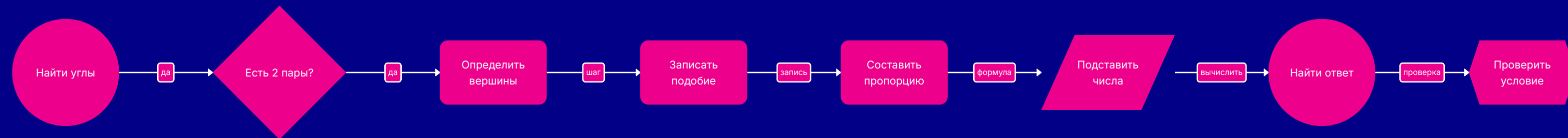
В таблице собраны типичные ошибки, которые мешают правильно применять первый признак подобия.

Ошибки связаны не с вычислениями, а с неверным определением соответствия. Если сначала проверить углы и порядок вершин, большинство проблем исчезает.

Методический разбор типичных ошибок при изучении темы

Алгоритм доказательства подобия

Последовательность действий для решения задач по первому признаку



Практическая польза подобия треугольников

Измерение высоты

Подобие помогает находить высоту дерева, здания или столба, если напрямую измерить её невозможно. Достаточно построить вспомогательный чертёж и сравнить соответствующие углы и стороны.

Недоступные расстояния

С помощью подобных треугольников можно вычислить ширину реки, расстояние до удалённой точки или длину участка, который нельзя измерить рулеткой. Метод опирается на пропорции, а не на прямое измерение.

Школьные чертежи

В задачах по геометрии подобие упрощает сложные рисунки, позволяя делить отрезки и находить неизвестные части фигуры. Это делает решение наглядным и логичным.



Что нужно запомнить

1

Два угла

Для первого признака достаточно, чтобы у двух треугольников были равны две пары углов. После этого можно сразу сделать вывод о подобии фигур.

2

Третий угол

Третий угол не нужно проверять отдельно: он уже определяется суммой углов треугольника, равной 180° . Поэтому форма треугольника оказывается полностью заданной.

3

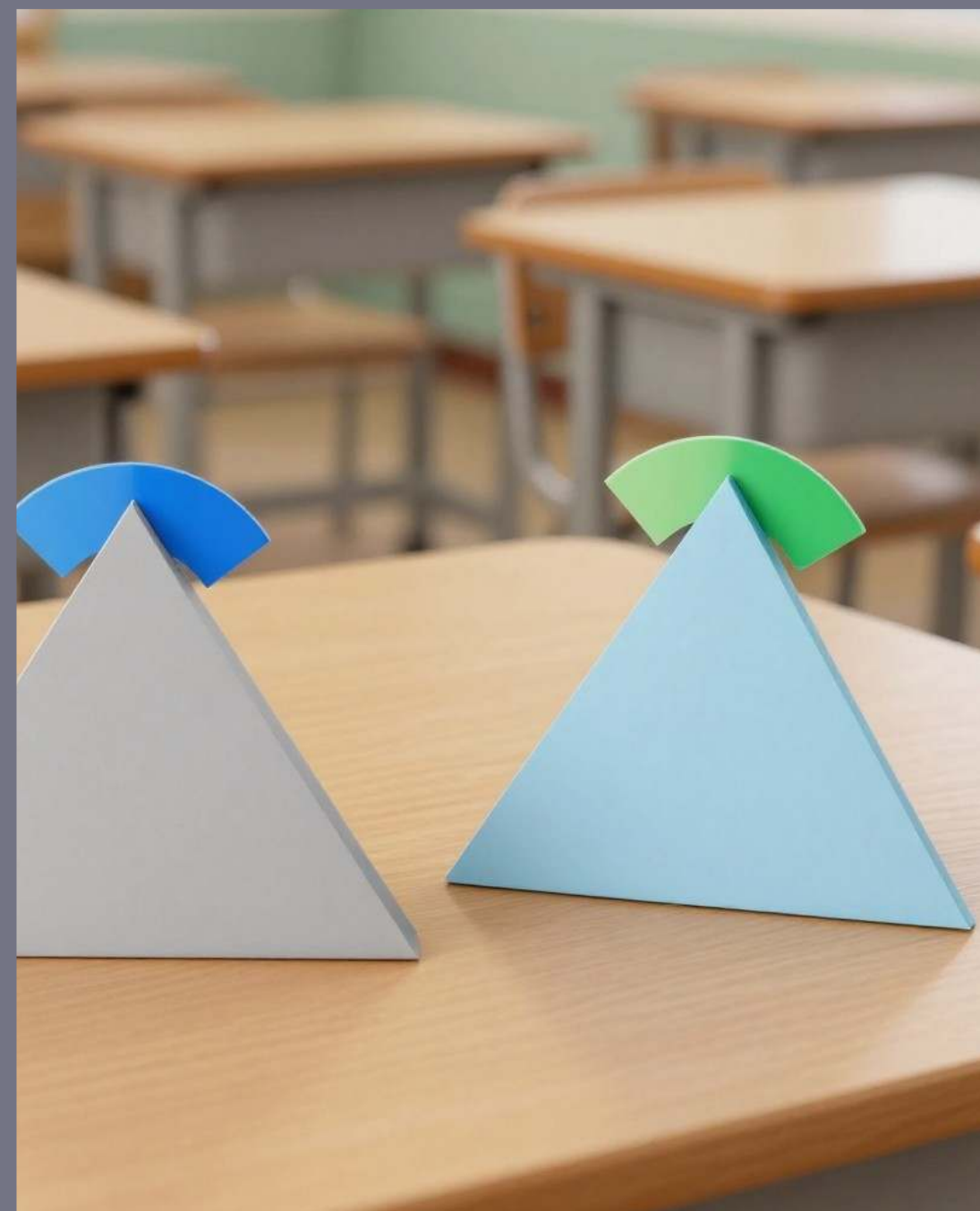
Пропорциональные стороны

У подобных треугольников соответствующие стороны относятся как одно и то же число. Именно это свойство позволяет находить неизвестные длины в задачах.

4

Правильная запись

Запись подобия должна точно отражать соответствие вершин. Если порядок букв выбран верно, то и стороны в пропорции будут сопоставлены правильно.



Главный вывод по теме

Первый признак подобия показывает, что двух равных углов достаточно, чтобы установить одинаковую форму треугольников. Это помогает доказывать подобие, находить неизвестные стороны и решать задачи из жизни и геометрии.