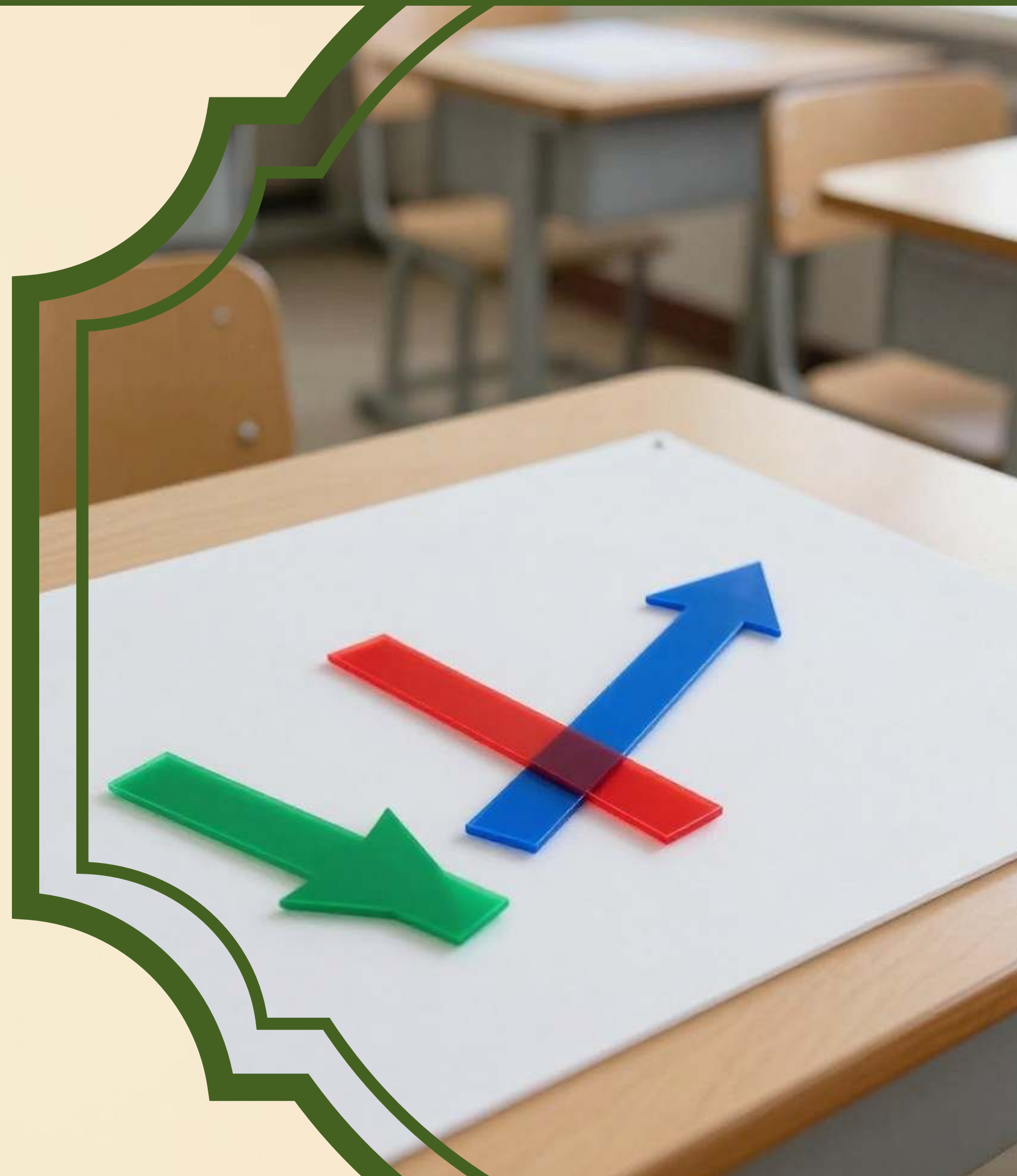


Векторы в геометрии: направление, длина и способы работы с ними

Векторы помогают описывать движение, строить схемы и решать задачи на плоскости.



Зачем изучать векторы в 7 классе

Векторы знакомят с направленным отрезком, учат сравнивать длину и направление, а затем применять эти знания в координатах, построениях и задачах на движение.

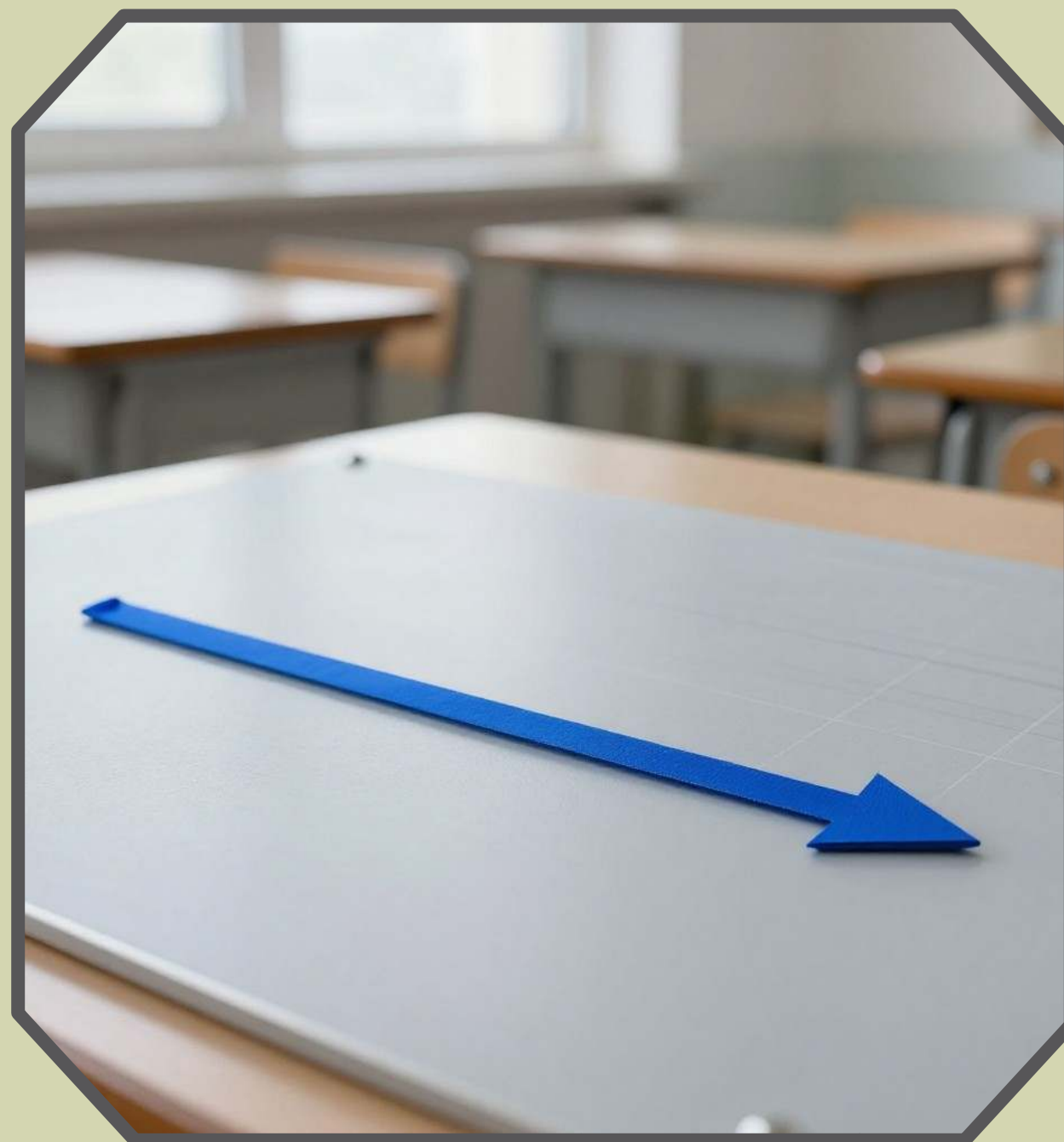
Что такое вектор

1 Направленный отрезок

Вектор — это отрезок, у которого выделены начало и конец. Благодаря этому он показывает не только расстояние, но и сторону движения на плоскости.

3 Модуль вектора

Длина вектора называется модулем и обозначается $|a|$. Это число всегда неотрицательно и показывает, насколько велик вектор независимо от его направления.



2 Как обозначают

На чертежах вектор записывают строчной буквой со стрелкой или двумя буквами, например $\vec{AB}$. Такое обозначение помогает отличить его от обычного отрезка.

4 Нулевой вектор

Если длина вектора равна нулю, получается нулевой вектор. У него нет определённого направления, поэтому он рассматривается отдельно от обычных векторов.

Как изображают вектор на чертеже

Стрелка показывает направление

Начало стрелки указывает точку, откуда начинается вектор, а наконечник — куда он направлен. Это позволяет сразу увидеть, в какую сторону действует движение или перемещение.

Удобно строить по клеткам

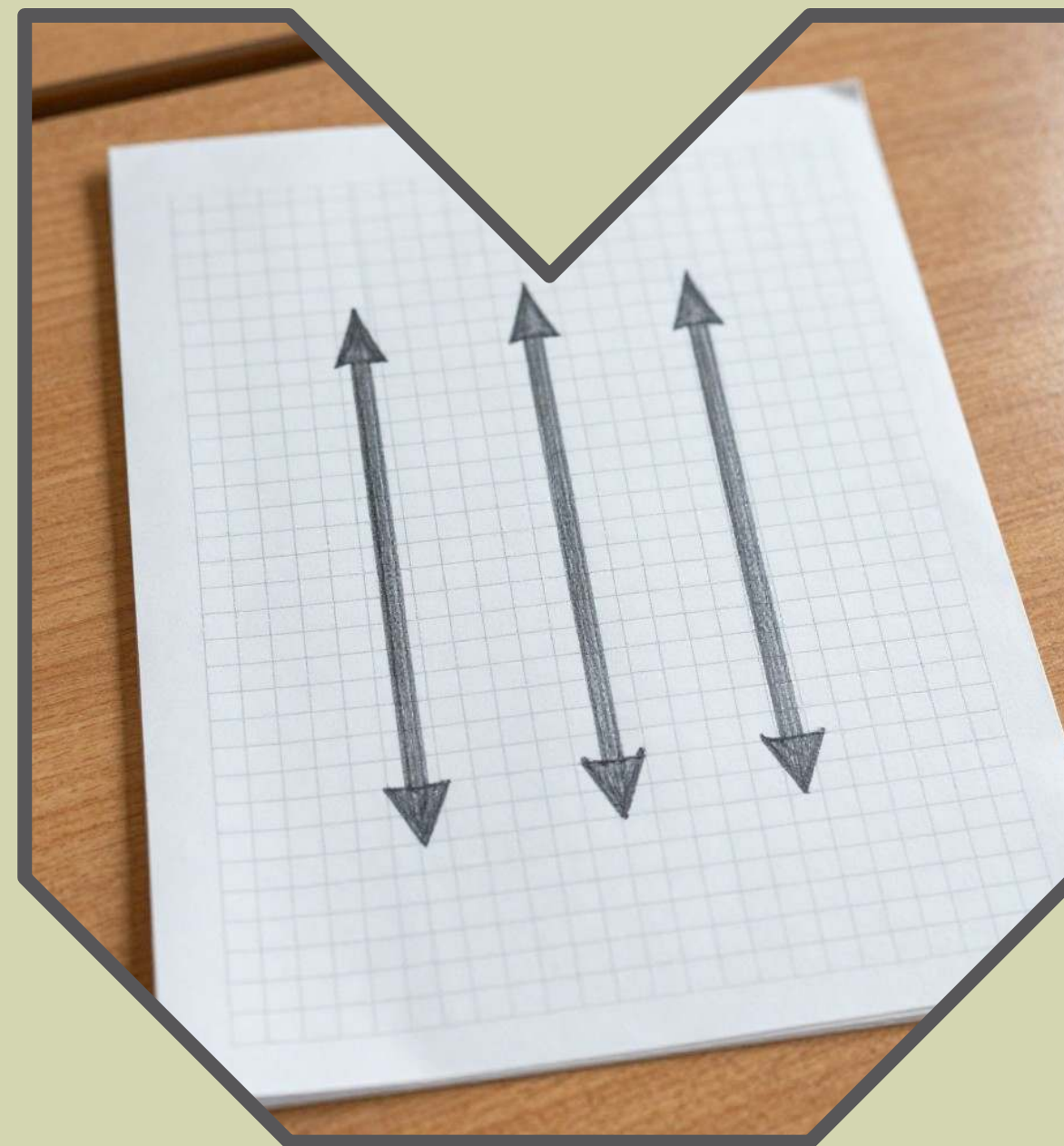
На клетчатой бумаге векторы легко изображать по шагам вправо, влево, вверх или вниз. Такой способ помогает быстро проверить направление и посчитать координаты.

Длина передаёт модуль

Размер стрелки на рисунке соответствует длине вектора, хотя чертёж может быть уменьшен или увеличен. Главное — сохранить соотношение между векторами и их длинами.

Один вектор — один смысл

Даже если рисунок выполнен схематично, важно не менять направление и относительную длину. Тогда чертёж остаётся точным и понятным для решения задачи.



Вектор и отрезок: сходства и различия

Объект	Направление	Длина	Параллельный перенос
Отрезок	Нет	Да	Да
Вектор	Да	Да	Да
Нулевой вектор	Нет	0	Да

Сравнение помогает увидеть, чем обычный отрезок отличается от вектора и почему нулевой вектор выделяют отдельно.

У вектора есть и длина, и направление; у отрезка — только длина. Нулевой вектор имеет длину 0 и не задаёт направление.

Определения из школьного курса геометрии

0

модуль вектора не может быть
меньше этого значения.

Модуль показывает длину вектора: он всегда либо
положителен, либо равен нулю. Это удобно при сравнении
векторов и записи измерений.

Определение модуля вектора в школьной геометрии

Сравнение длин нескольких векторов



Диаграмма показывает только длины, поэтому она удобна для быстрого сравнения без рассмотрения направления.

Самый короткий вектор — а, самый длинный — с. По столбцам легко увидеть порядок длин: 2 см, 5 см и 8 см.

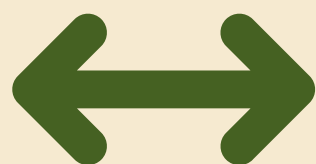
Учебный пример для сравнения модулей, 2025

Равные и противоположные векторы



Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковую длину и одно направление. Их можно перенести в любое место чертежа, и они останутся равными, если не изменится ориентация стрелки.



Противоположные векторы

Противоположные векторы равны по длине, но направлены в разные стороны. Если один вектор обозначен a , то противоположный записывают как $-a$.



Что важно проверить

Чтобы не перепутать векторы, нужно смотреть сразу на два признака: длину и направление. Совпадение только длины ещё не делает векторы равными.

Как складывают векторы по правилу треугольника

Построение показывает, как получить сумму двух векторов на чертеже.



Правило треугольника и правило параллелограмма

1 Правило треугольника

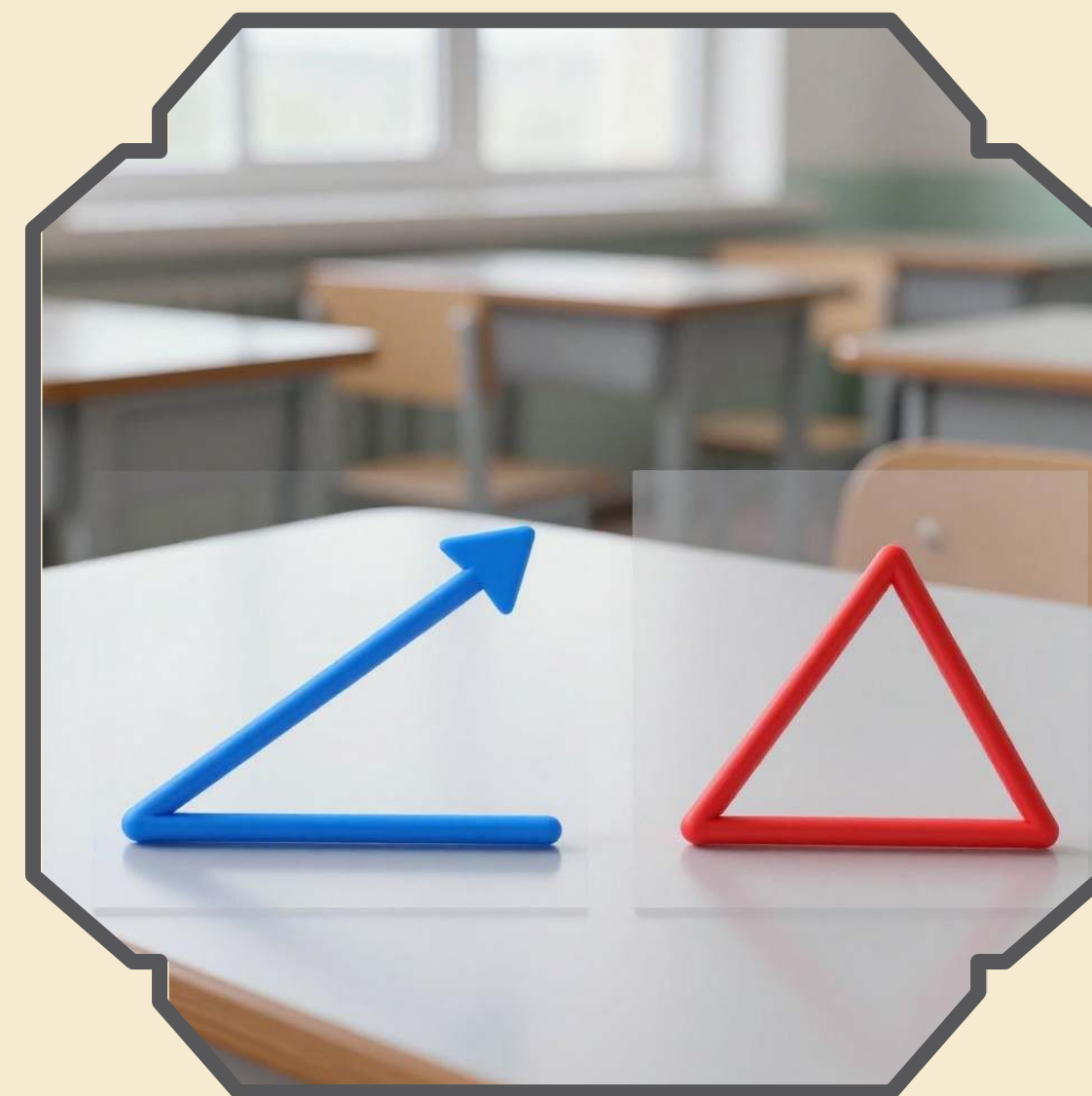
Сначала строят первый вектор, затем к его концу переносят второй без изменения длины и направления. Сумма — это вектор, соединяющий начало первого с концом второго.

2 Правило параллелограмма

Если оба вектора выходят из одной точки, их продолжают как стороны параллелограмма. Диагональ, начинающаяся в общей точке, показывает их сумму и наглядно отражает общий результат.

3 Когда применять

Оба способа удобны в задачах на перемещение и построение схем. Они помогают не складывать длины отдельно, а правильно учитывать направление каждого вектора.



Сложение векторов по координатам

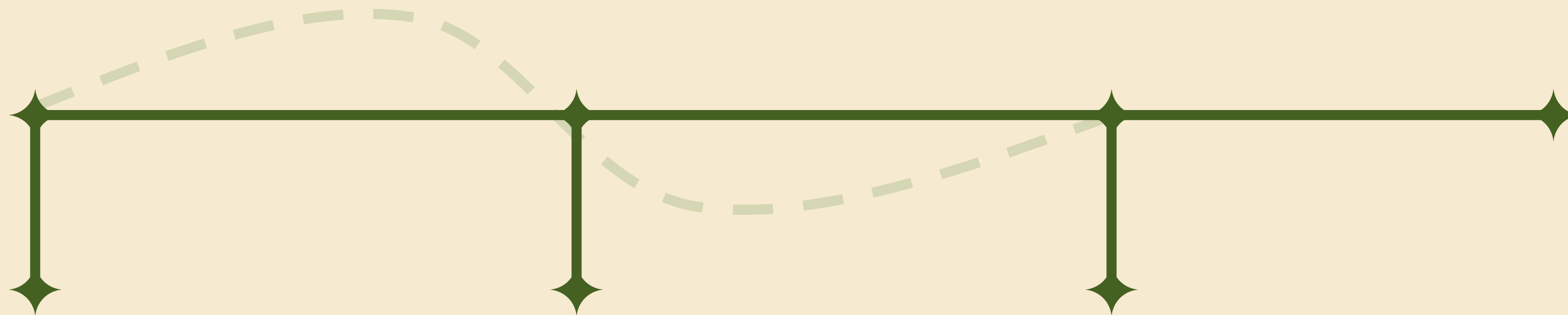


Складывают отдельно горизонтальные и вертикальные составляющие, поэтому результат легко проверить по клеткам на плоскости.

Сумма координат сразу показывает итоговое смещение: по оси x и по оси y значения объединяются независимо.

Составлено по правилу сложения координат векторов; учебный пример $(2; 3)$ и $(-1; 4)$.

Как выполняют вычитание векторов



Шаг 1. Заменить вычитание сложением

Сначала определяют противоположный вектор к вычитаемому: меняют направление на обратное, а длину оставляют той же.

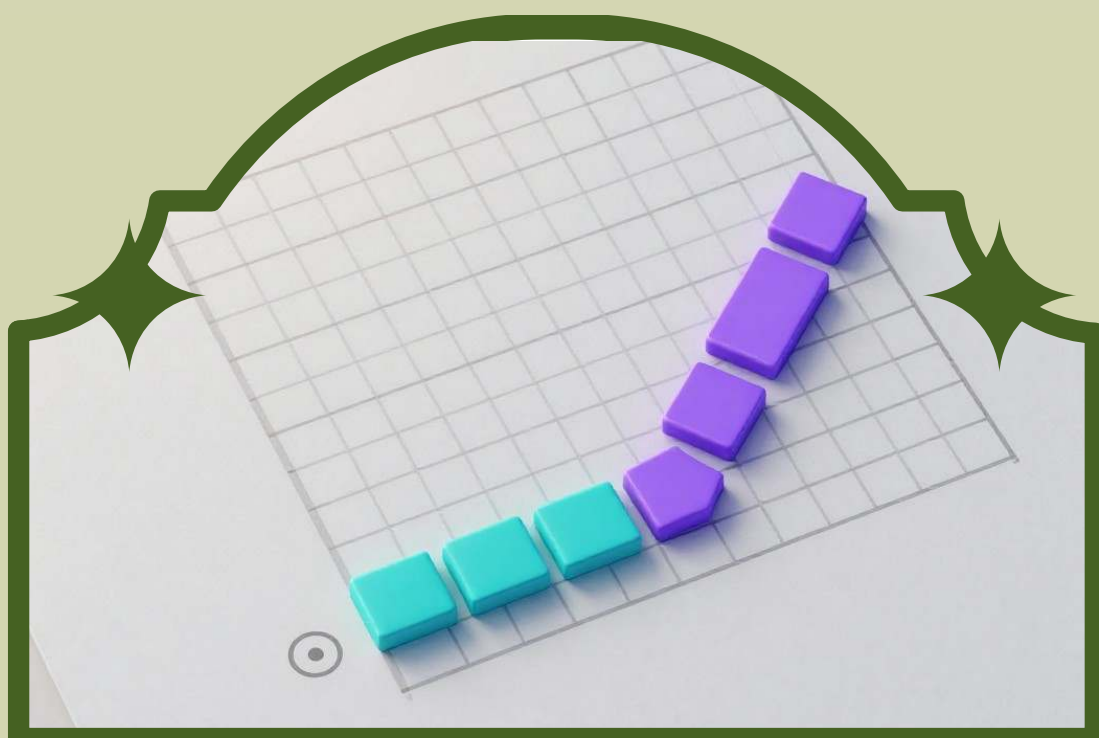
Шаг 2. Прибавить противоположный вектор

Затем складывают исходный вектор и полученный противоположный, используя знакомое правило сложения векторов на чертеже или по координатам.

Шаг 3. Считать результат разностью

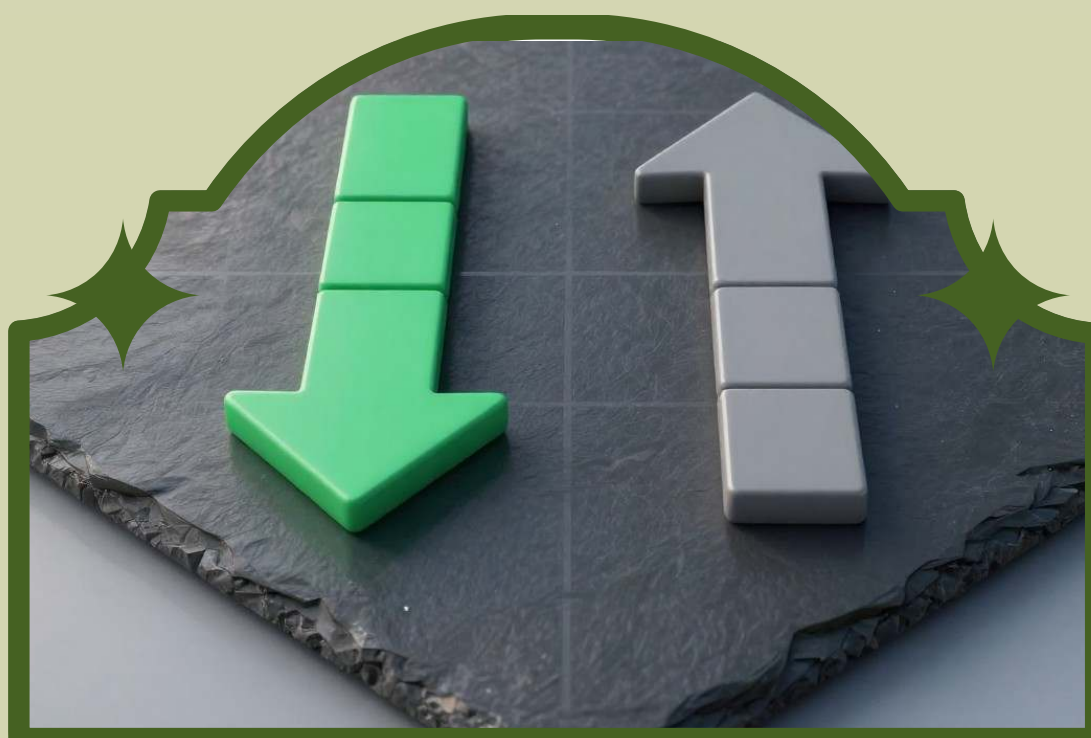
Итоговый вектор показывает разницу между исходными перемещениями и помогает сравнить, насколько одно движение отличается от другого.

Как читать координаты вектора на сетке



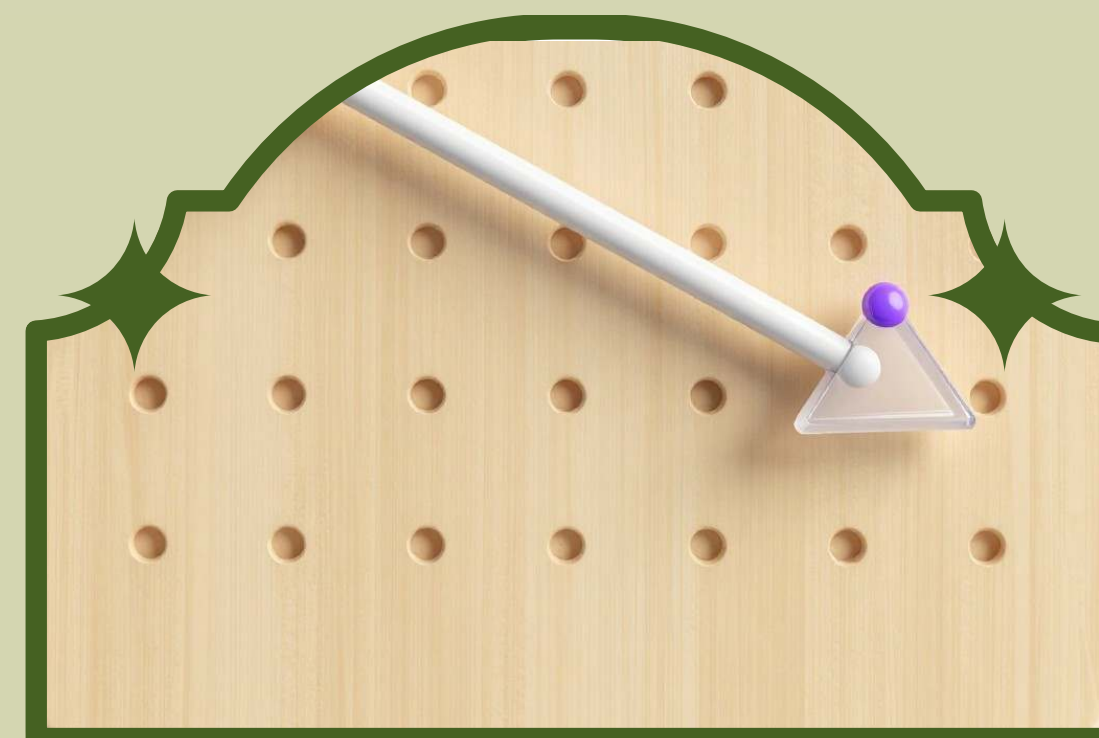
Шаги вправо и вверх

Если вектор начинается в начале координат и заканчивается в точке $(x; y)$, его координаты читают как два независимых перемещения. Сначала смотрят на горизонтальный сдвиг, затем на вертикальный. На клетчатой сетке это удобно считать по шагам.



Когда направление меняется

При движении влево или вниз координаты записывают со знаком минус, поэтому одна и та же длина может давать разные векторы. Такой способ записи помогает точно передать не только размер перемещения, но и его направление на плоскости.



От точки к точке

В задачах вектор часто изображают стрелкой между двумя точками. Тогда по чертежу легко увидеть, сколько клеток объект проходит по горизонтали и по вертикали, а затем записать координаты без лишних вычислений и догадок.

Формулы для работы с векторами

Короткая таблица показывает основные записи, которые чаще всего используют при решении задач на векторы.

Координатная запись делает вычисления с векторами точными и удобными: сложение, замена знака и нахождение длины выполняются по чётким правилам.

Школьные формулы для векторов на плоскости.

Формула	Что находит	Пример
$(x; y)$	Координаты	$(2; -3)$
$(x_1+x_2; y_1+y_2)$	Сумма	$(1; 7)$
$(-x; -y)$	Противоположный	$(-2; 3)$
$\sqrt{x^2+y^2}$	Модуль	$\sqrt{13}$

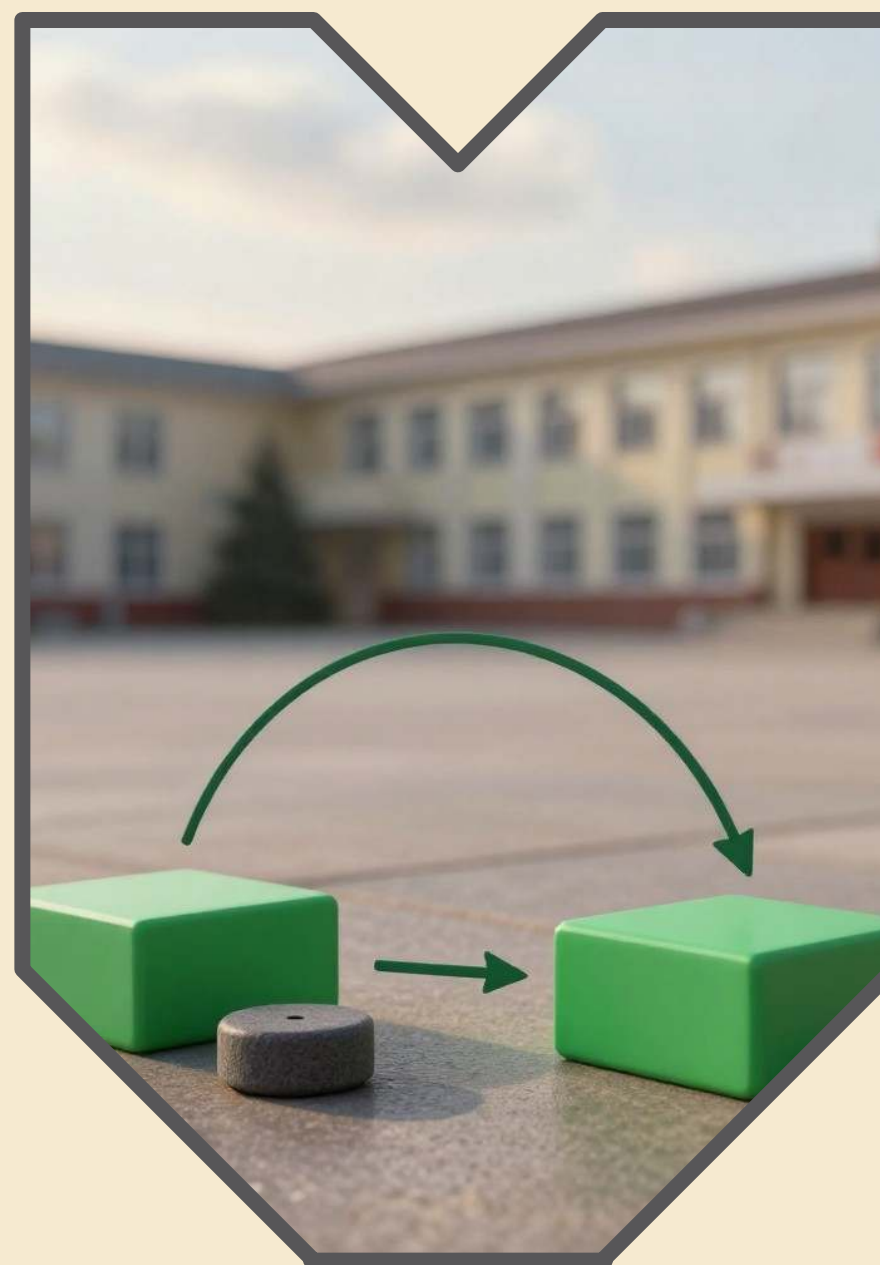
Где векторы помогают в задачах

● Геометрические построения

В геометрии векторы помогают описывать отрезки, переносы фигур и движение точек на плоскости. С их помощью легче понимать, как меняется положение объекта без изменения его формы.

● Сравнение направлений

Если два объекта движутся с одинаковой скоростью, но в разные стороны, их векторы не совпадают. Это важно при изучении движения, когда нужно учитывать не только быстроту, но и направление.



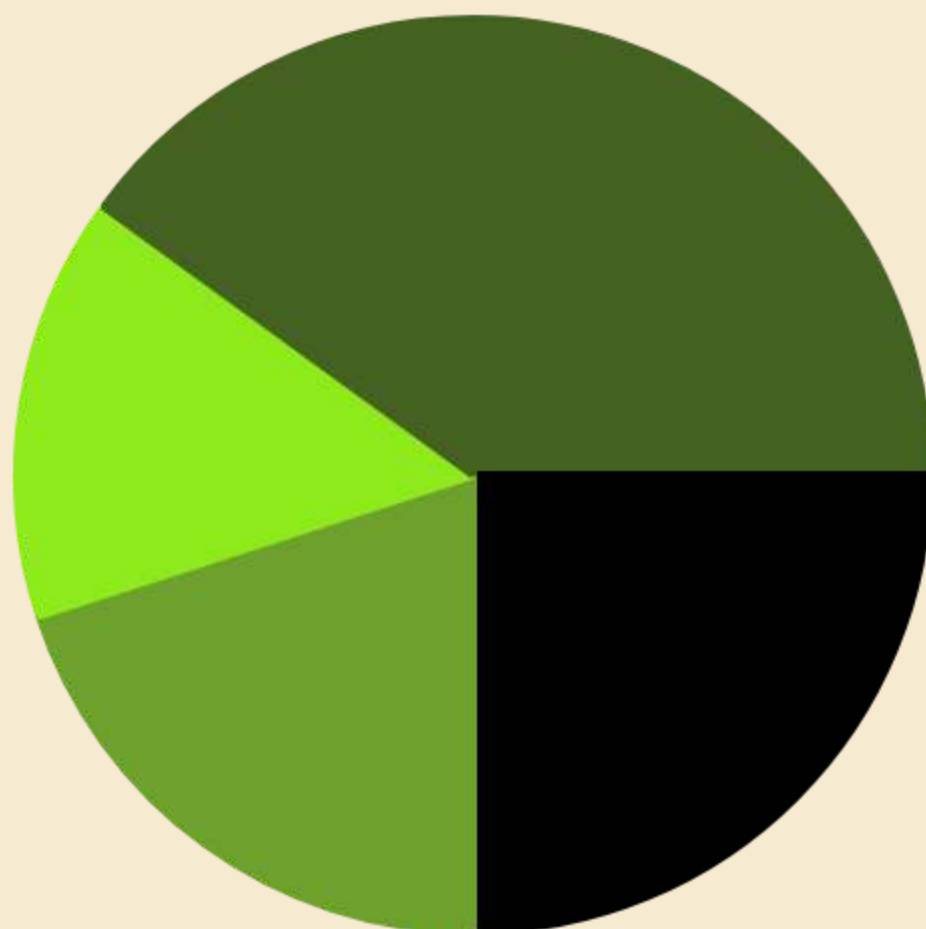
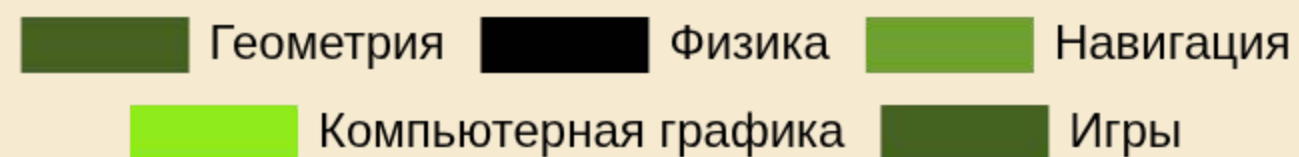
● Физические величины

В физике сила, скорость и ускорение рассматриваются как векторные величины. У них есть не только числовое значение, но и направление, поэтому одинаковые по величине действия могут быть разными по смыслу.

● Моделирование ситуаций

Векторная запись удобна, когда нужно показать маршрут, смещение или результат нескольких действий. Она делает условие задачи наглядным и помогает перейти от рисунка к вычислениям.

Где встречаются векторы в жизни



Векторный подход помогает описывать не только маршрут, но и поворот, изменение скорости и расположение объектов на экране.

Векторы нужны в разных областях, потому что они одновременно передают величину и направление движения или воздействия.

Иллюстративное распределение сфер применения векторов; данные для примера.

Алгоритм решения задач на векторы

Последовательность действий при работе с рисунком, координатной сеткой и операциями над векторами



На что часто ошибаются при работе с векторами

Путают длину и направление

Иногда смотрят только на размер стрелки и забывают, куда она направлена. Но у вектора одинаковая длина ещё не означает равенство: направление тоже обязательно учитывают.

Складывают длины вместо векторов

Нельзя просто прибавить числа, обозначающие длины, и считать результат готовым. При сложении важны оба компонента: горизонтальный и вертикальный, а не только общий размер.

Не проверяют чертёж

После вычислений полезно посмотреть на рисунок ещё раз. Проверка помогает заметить несоответствие между координатами, направлением стрелки и итоговым ответом.

Неверно читают знаки

При записи координат легко перепутать плюсы и минусы, особенно если вектор идёт влево или вниз. Из-за этого ответ получается с неправильным направлением на плоскости.

Смешивают равные и противоположные

Равные векторы имеют одинаковую длину и одно направление, а противоположные — одинаковую длину, но разные направления. Ошибка здесь меняет смысл всей задачи.

Как вектор показывает перемещение на карте

1 1. Откуда началось движение

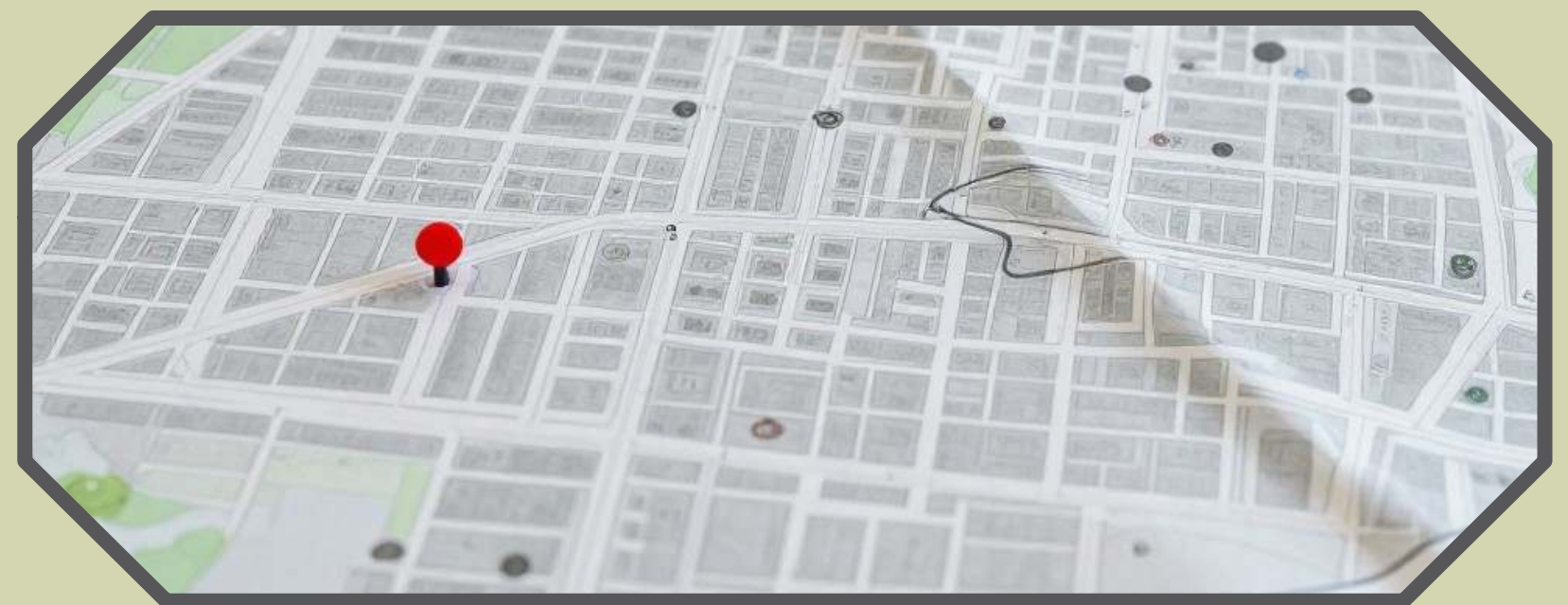
Сначала отмечают стартовую точку объекта. Именно она задаёт начало вектора и помогает понять, откуда началось перемещение на схеме.

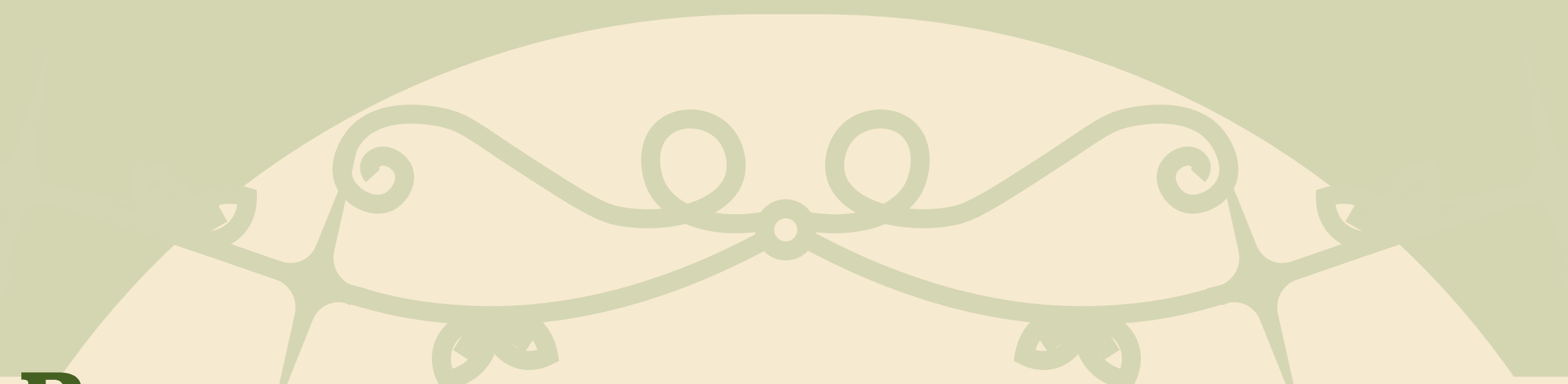
2 2. Куда объект пришёл

Затем находят конечную точку и проводят стрелку от старта к финишу. Такой вектор показывает не весь путь, а только итоговое смещение.

3 3. Почему это удобно

Даже если маршрут был извилистым, вектор остаётся одним и тем же для одинакового начала и конца. Это делает карты и задачи на движение понятнее и короче.





Векторы: кратко о главном

Векторы помогают описывать направление, длину и перемещение без лишних слов. Они связывают рисунок, координаты и вычисления, поэтому становятся удобным инструментом для геометрии и задач из жизни.