

File Edit Search Help

Задание фигур уравнениями и неравенствами

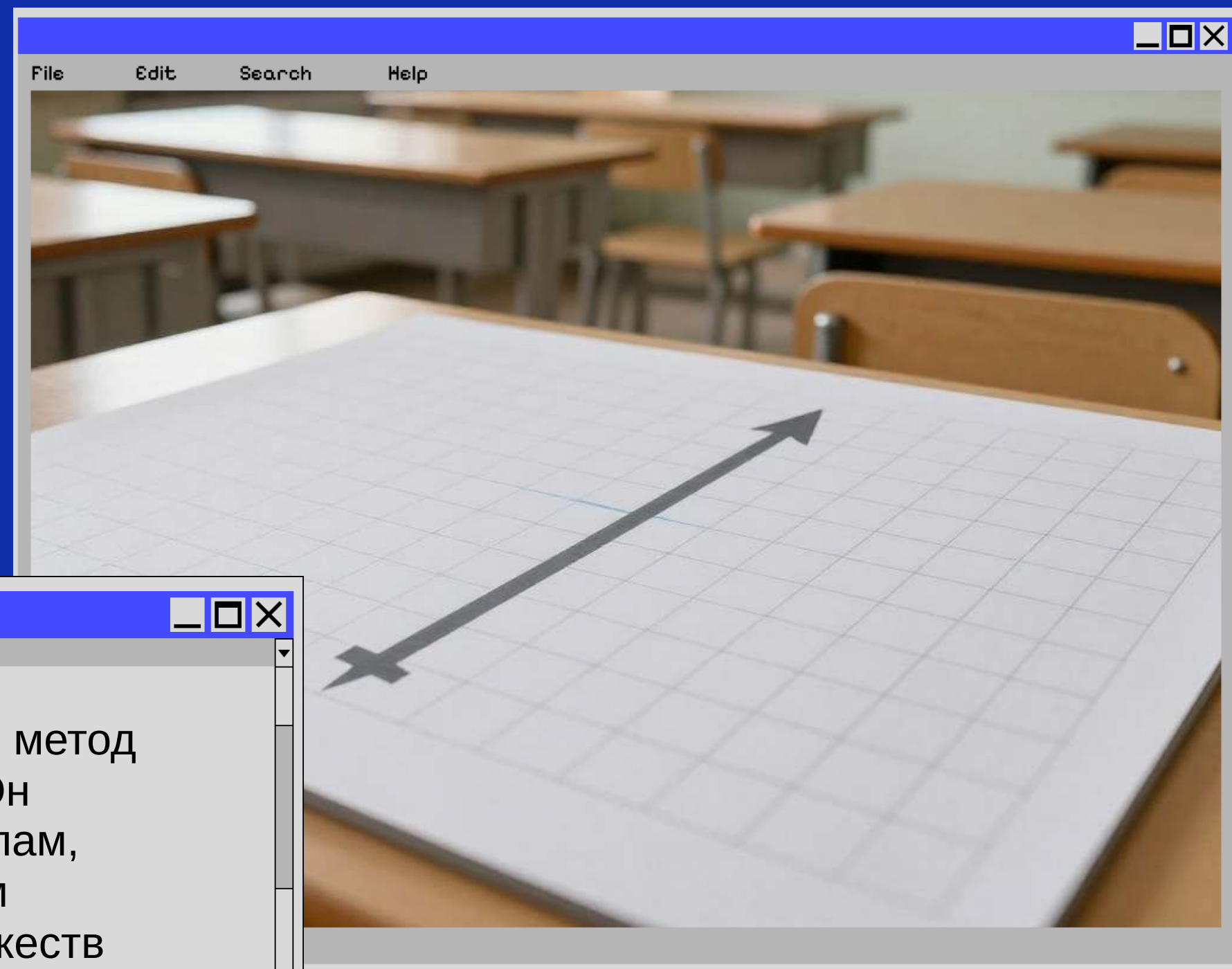
Координатный метод превращает геометрию в алгебру:
граница, область и пересечения условий.

Ok

Зачем в геометрии используют координатный метод

Ok

В курсе геометрии 11 класса координатный метод помогает описывать фигуры формулами. Он применим к прямым, окружностям, параболам, полуплоскостям и областям, ограниченным несколькими линиями, упрощая поиск множеств решений.



Уравнение как геометрическая граница

- 1 Уравнение на плоскости задаёт множество точек, координаты которых удовлетворяют равенству. Там, где равенство выполняется строго, появляется геометрическая линия или кривая.
- 2 Например, $x + y = 5$ — это прямая, а $x^2 + y^2 = 9$ описывает окружность с центром в начале координат и радиусом 3. В каждой точке этой фигуры равенство истинно.
- 3 Если задать $y = x^2$, получим параболу: её точки находятся на одинаковом “соответствии” между x и y . Геометрический образ не терпит отклонений — иначе точка не принадлежит.

Неравенство как область точек на плоскости

Ok

■ Неравенство задаёт не линию, а целую область точек. Например, $x + y \leq 5$ показывает все пары (x, y) , которые дают значение выражения не больше 5.

■ К границе относятся по-разному: при $y > x^2$ кривая служит ориентиром, но сама она не включается. Для наглядности обычно рисуют линию-границу и закрашивают подходящую сторону плоскости.



Основные способы задания фигур

С увеличением числа условий фигура уточняется: от “линии” к “области”, а затем к пересечению нескольких ограничений.

По диаграмме видно, что именно системы неравенств чаще всего формируют области на плоскости, а не просто границы.



Проверка принадлежности точки фигуре



Подстановка координат

Чтобы проверить принадлежность, нужно подставить координаты точки в уравнение или неравенство. Полученное значение сравнивают с условием, фиксируя, выполняется ли требование точно или допускается отклонение.

Ok



Сравнение с числом

Для точки $A(2;3)$ процедура сводится к вычислению: какое значение принимает выражение при $x=2$ и $y=3$. Далее проверяют, соответствует ли оно знаку неравенства.

Ok



Интерпретация результата

Если равенство выполняется, точка лежит на границе — на линии или кривой. Если верно неравенство, точка принадлежит области решений, включая или исключая границу по знаку.

Ok



Контроль ответа

Этот приём используют не только для проверки готового рисунка, но и для контроля результата в задачах. Он помогает быстро обнаружить ошибку в записи условий или в выборе нужной стороны плоскости.

Ok

Примеры уравнений и соответствующих фигур

Таблица связывает алгебраическую запись с геометрическим смыслом: что именно получится на координатной плоскости и где проходит граница.

Уравнение формирует границу (линию/кривую), а неравенство определяет, какая часть плоскости входит в решение.

Типовые примеры из школьного курса математики (без внешней статистики).

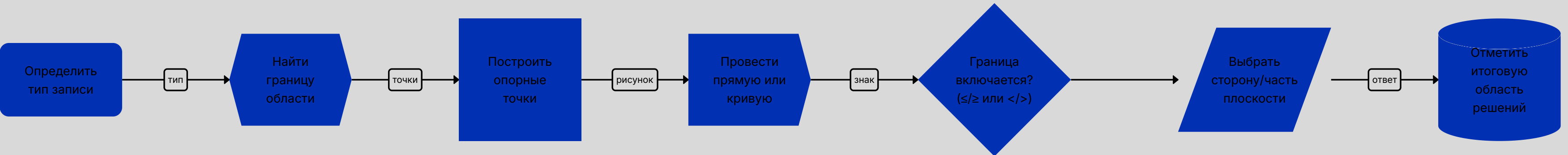
File Edit Search Help

Запись	Фигура
$x = 2$	вертикальная прямая
$y = -1$	горизонтальная прямая
$x^2 + y^2 = 25$	окружность $r=5$
$x^2 + y^2 \leq 25$	круг
$y \geq 2x + 1$	полуплоскость выше прямой

Алгоритм построения фигуры по формуле

Схема отражает общий порядок действий при построении по уравнениям и неравенствам, включая линейные, квадратные и круговые случаи.

Ok



Система неравенств и пересечение областей

Ok

- 1 Система неравенств задаёт общую часть нескольких областей: точка должна одновременно удовлетворять каждому условию. Иными словами, проверка ведётся сразу по всем ограничениям, без “послаблений” по отдельности.
- 2 Например, при $x \geq 0$, $y \geq 0$ и $x + y \leq 6$ выполняются условия в первой четверти и дополнительно ограничивается сумма координат. Итоговая область получается треугольной по форме.

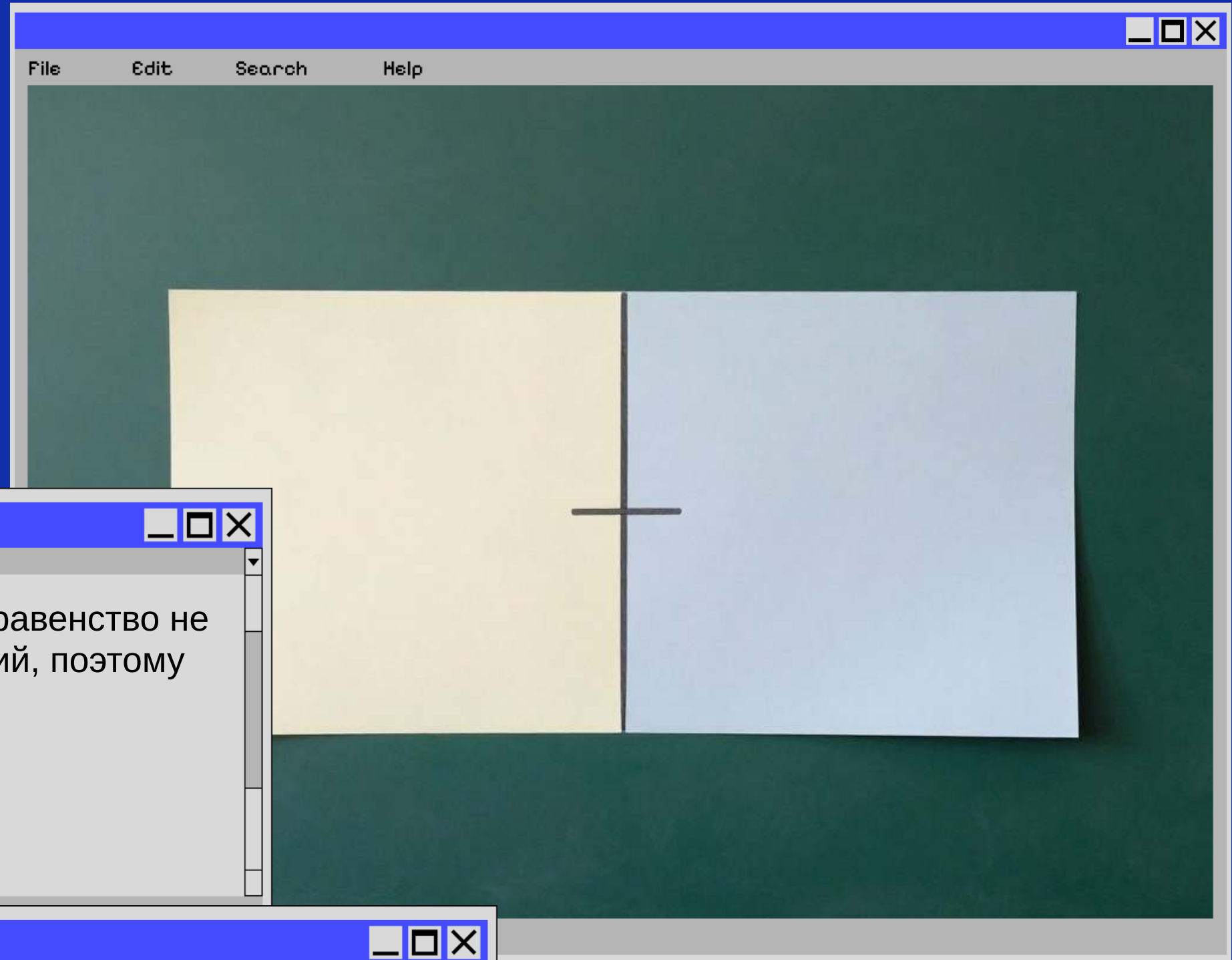
- 3 На рисунке каждое неравенство обычно даёт свою закрашенную сторону плоскости. Фигура системы — это пересечение этих закрасок: остаётся только то, что соответствует всем условиям сразу.
- 4 Этот принцип помогает решать типовые задачи на координатной плоскости: построить несколько “полос” или областей и затем выделить общую часть. Так геометрический смысл становится управляемым и проверяемым.

Когда граница входит в решение

Ok

1 Строгие неравенства $<$ и $>$ исключают граничные точки, потому что равенство не допускается. Нестрогие $\leq$ и $\geq$ включают границу в множество решений, поэтому закрашивание должно учитывать знак.

2 На чертеже обычно используют разные линии: сплошной — для границы, входящей в решение, и пунктирной — для исключённой. Разница влияет на точный вид области и может менять ответ в задачах, где требуется указать все точки.



Влияние знака неравенства на область решений

В одной и той же задаче замена $<$ на $\leq$ меняет только статус границы: кривая или прямая перестаёт быть «внешней» и становится частью решения.

Чем «мягче» условие и чем больше неравенств с включением границы, тем плотнее и устойчивее получается область на плоскости.



$$x^2 + y^2 = r^2$$

Запись с квадратами переменных сохраняется при отражениях относительно осей.

Круг и окружность задаются формулой $x^2 + y^2 = r^2$, поэтому при замене x на $-x$ и y на $-y$ значение не меняется.

Ok

Квадратичные неравенства: как рождается область

Парабола и включённая граница

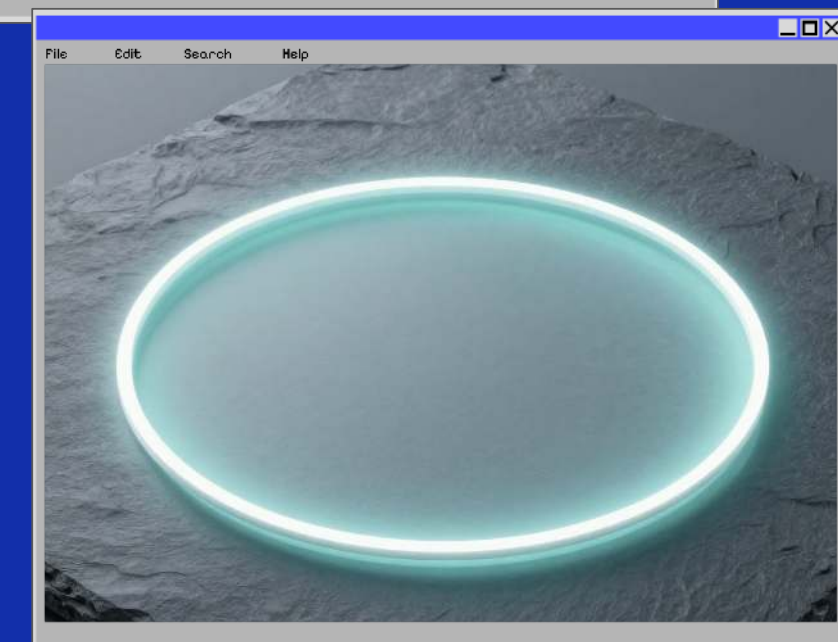
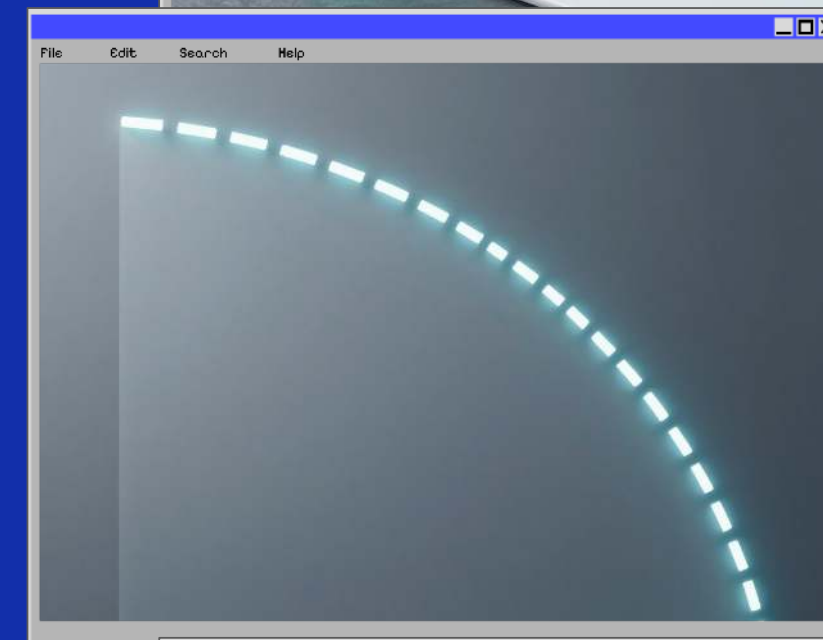
Рассмотрим $y \geq x^2$. Граница — сама парабола $y = x^2$ — входит в решение, поэтому её линия должна быть изображена сплошной. Закрашенная область располагается выше кривой, что удобно проверять по точкам с координатами изнутри.

Тот же рисунок, но граница «выключена»

Теперь $y < x^2 + 4$. Граница $y = x^2 + 4$ не принадлежит множеству решений, значит на чертеже нужна пунктирная линия. Область лежит ниже параболы, а точки на самой кривой не проходят проверку строгого неравенства.

Внешняя часть окружности по знаку « $\geq$ »

Условие $x^2 + y^2 \geq 16$ задаёт внешнюю область круга радиуса 4. Граница окружности ($x^2 + y^2 = 16$) включается, поэтому её проводят как сплошную линию. Внутренние точки с $x^2 + y^2 < 16$ автоматически исключаются.



Уравнения и неравенства: что именно они задают

Школьный курс математики, раздел «Координатный метод» (без статистики), 12.05.2026

File Edit Search Help

Запись	Что задаёт
Уравнение	Линию или кривую (точки, где равенство верно)
Неравенство	Область точек (часть плоскости с условием)
Система уравнений	Общие точки нескольких кривых
Система неравенств	Пересечение областей, удовлетворяющих всем условиям
Смешанная запись	Сочетание границы и области в одной задаче

По одной и той же формуле можно получить разные геометрические объекты — достаточно сменить знак и тип записи.

Уравнение фиксирует точное множество, а неравенство расширяет его до области; системы дополнительно сужают результат за счёт совместного выполнения условий.

Типичные ошибки при работе с фигурой и формулой

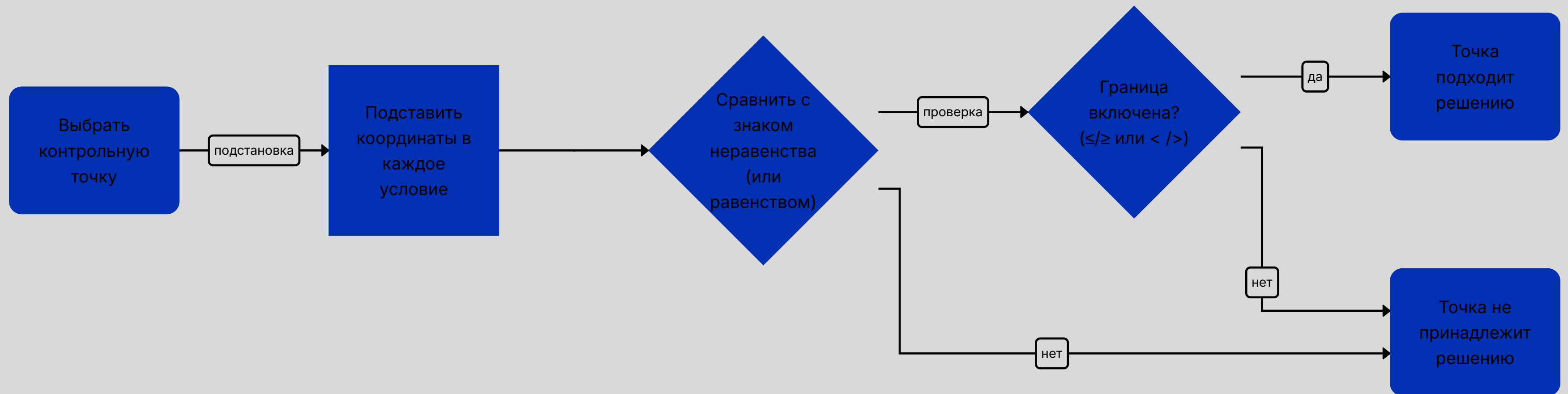
Ok

- 1 Путают строгий и нестрогий знаки: ставят штриховку и тип линии так, будто граница входит в решение, хотя по $<$ или $>$ она должна быть исключена из области.
- 2 Смешивают понятия границы и области: изображают закрашенной саму кривую вместо того, чтобы показывать «внутренность» по неравенству, а линию — отдельно по её статусу.
- 3 Пропускают проверку точки: выбирают координаты «на глаз», не подставляя в каждое условие системы. В результате ошибка остаётся незамеченной, даже если построение выглядит правдоподобно.
- 4 Неверно выбирают сторону при построении относительно параболы или прямой: например, при переносе членов забывают, как меняется направление неравенства, и область оказывается с другой стороны границы.

Проверка принадлежности точек решению

Пошаговый алгоритм для системы уравнений/неравенств на координатной плоскости.

Ok



Практические применения координатных областей

Допуски и зоны на планах

На чертежах и в проектировании координатные области помогают задавать допустимые зоны: где деталь может размещаться, а где пересечения недопустимы. Неравенства удобно читать как «разрешено/запрещено» относительно границы.

Маршруты, траектории и ограничения

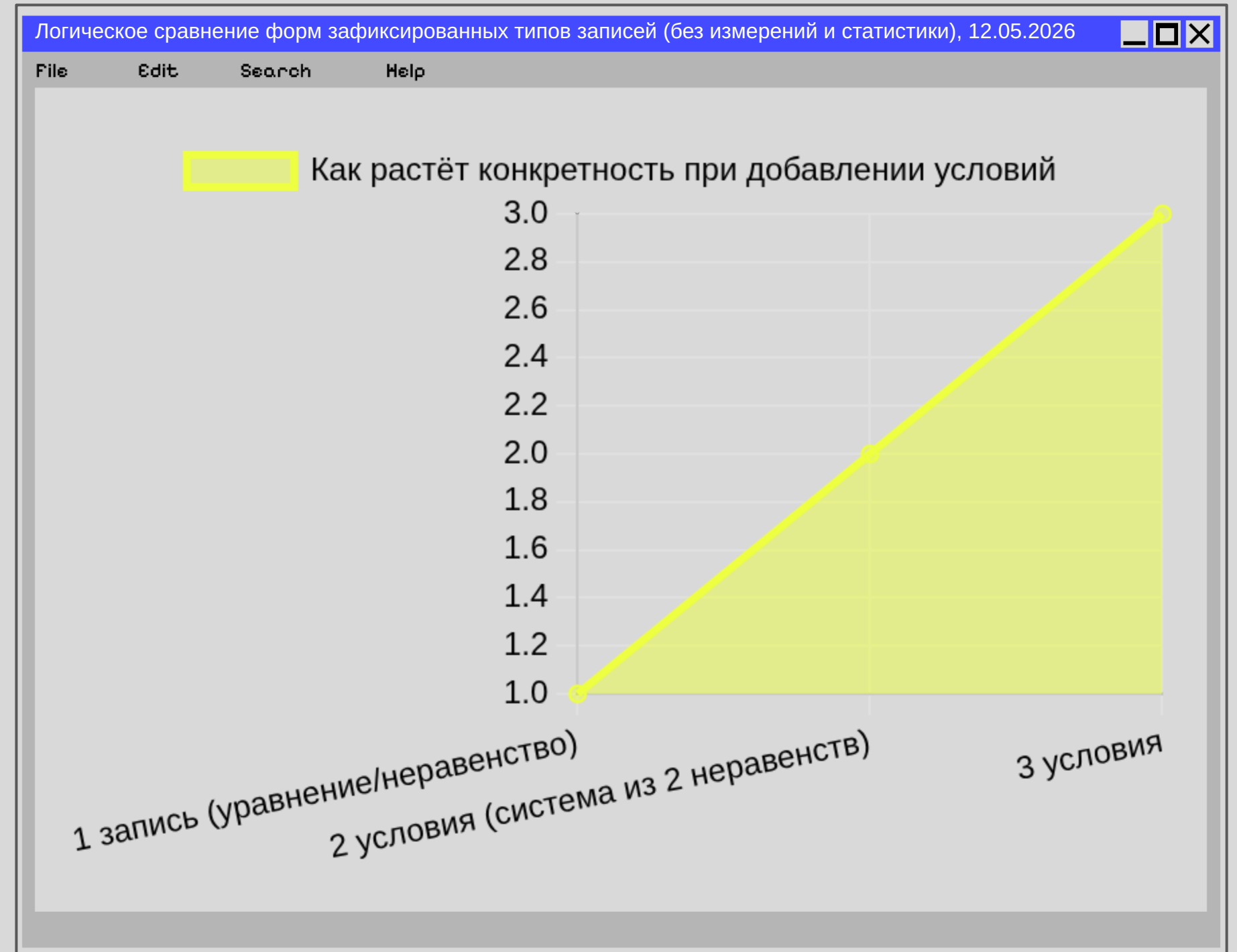
В навигации и моделировании неравенства задают траектории и ограничения движения: например, область видимости или допустимый коридор. Это делает расчёты наглядными и позволяет сравнивать варианты по одним и тем же правилам записи.



Сколько информации содержит одна запись

При увеличении числа ограничений область «сжимается»: остаются только те точки, которые одновременно удовлетворяют всем условиям.

Геометрический смысл записи становится точнее по мере добавления условий, поэтому сложные системы помогают получать более определённые результаты.



Связь темы с алгеброй и геометрией



График как язык геометрии

Фигуры на плоскости читаются по графикам: линия возникает из уравнения, а область — из неравенства. Это помогает видеть геометрию прямо в координатах.



Проверка решением через подстановку

Точка считается подходящей, когда её координаты удовлетворяют каждому условию системы. Алгебраическая подстановка превращается в геометрический контроль правильности.



Системы условий как пересечение смыслов

Две и более записи работают вместе: пересечение областей даёт итоговую фигуру. Так алгебра превращается в точную геометрическую «комбинацию» ограничений.



Граница и область — разные объекты

Уравнение задаёт строгое множество точек, а неравенство расширяет его до части плоскости. Понимание статуса границы автоматически улучшает построения.



Знаки « $<$, $>$, $\leq$, $\geq$ » как ключ к чертежу

Один знак определяет включение или исключение границы, а значит влияет на тип линии и на штриховку. Здесь алгебра напрямую управляет видом рисунка.

Точнее, чем кажется: фигура как алгебраическая запись

Ok

Уравнение задаёт границу фигуры, неравенство — область, а система условий определяет пересечение решений. Координатный метод связывает алгебру и геометрию, делая построения проверяемыми и наглядными.