

Неравенства первой степени с одним неизвестным

Научимся решать линейные неравенства и записывать множество решений.

Почему неравенства важны в жизни



Неравенство помогает описывать не одно число, а целый набор подходящих значений. Так удобно задавать ограничения в задачах о покупках, времени, расстоянии и возрасте, переходя от сравнения к алгебре.



Что называется неравенством первой степени

Одна переменная

В таком неравенстве есть только одна неизвестная, обычно x , и она входит в выражение один раз, без квадратов, корней и дробей с x в знаменателе.

Линейная форма

Общий вид записи: $ax+b>c$, $ax+b<c$, $ax+b\geq c$ или $ax+b\leq c$. Здесь все преобразования сводятся к линейной зависимости, без усложняющих нелинейных выражений.

Коэффициент при x

Число a не должно быть равно нулю: иначе переменная исчезает, и неравенство перестаёт быть линейным. Именно коэффициент при x определяет дальнейшие преобразования решения.

Смысл задачи

Решением становится не одно число, а множество значений, которые делают неравенство верным. Поэтому важно уметь находить не только ответ, но и его границы.

Знаки неравенства и их смысл на числовой прямой

Строгие знаки

Знаки $>$ и $<$ обозначают строгие неравенства. Они не включают границу, поэтому на числовой прямой соответствующая точка отмечается пустым кружком.

Нестрогие знаки

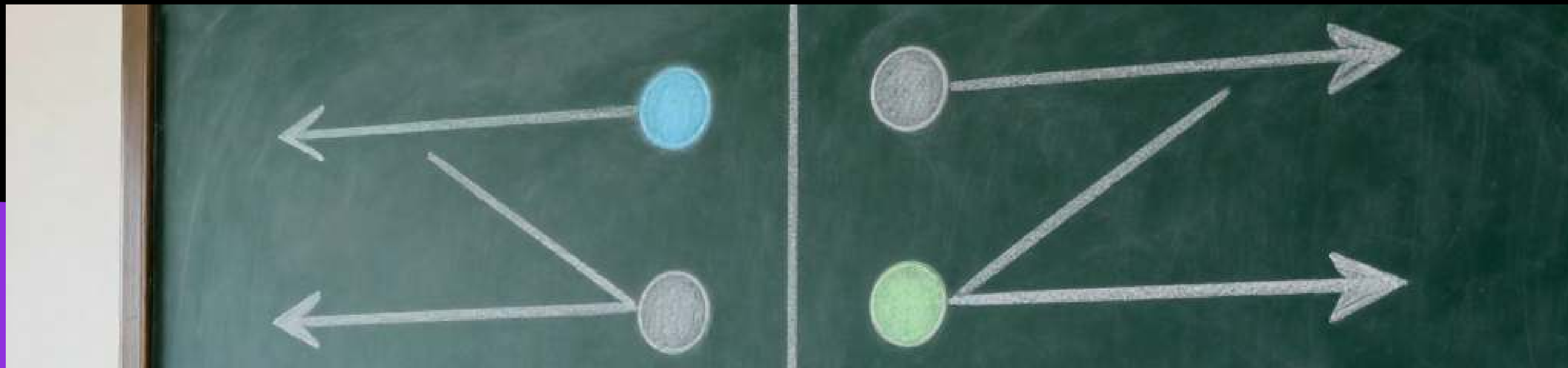
Знаки $\geq$ и $\leq$ показывают, что граница входит в ответ. На числовой прямой такая точка закрашивается, потому что само число тоже подходит.

Как читать запись

Запись $x > 2$ означает все числа, большие 2, а $x < -1$ — все числа, меньшие -1 . Знак неравенства сразу показывает направление множества решений.

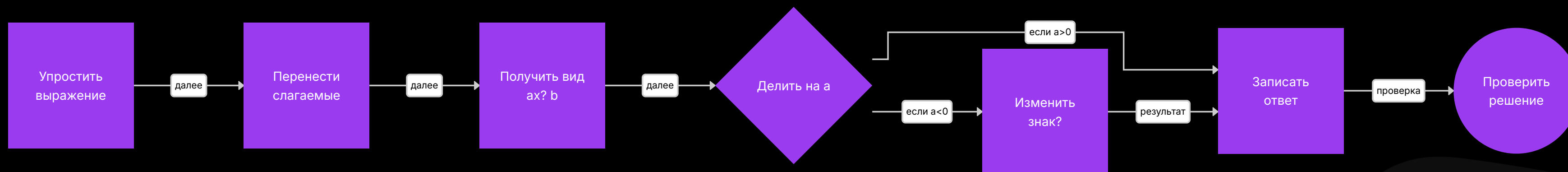
Связь с графикой

На прямой удобно сравнивать четыре случая: $x > 2$, $x < -1$, $x \geq 3$ и $x \leq 0$. По виду точки и луча видно, включена ли граница в ответ.



Алгоритм решения линейного неравенства

Последовательность действий при решении неравенств первой степени



Главное правило при умножении и делении неравенства

01 Положительное число

Если обе части неравенства умножить или разделить на положительное число, знак не меняется. Это похоже на действия с уравнениями и не вызывает изменения направления.

02 Отрицательное число

При умножении или делении на отрицательное число знак нужно поменять на противоположный. Именно этот шаг чаще всего становится причиной ошибок в решениях.



Как знак коэффициента влияет на ответ

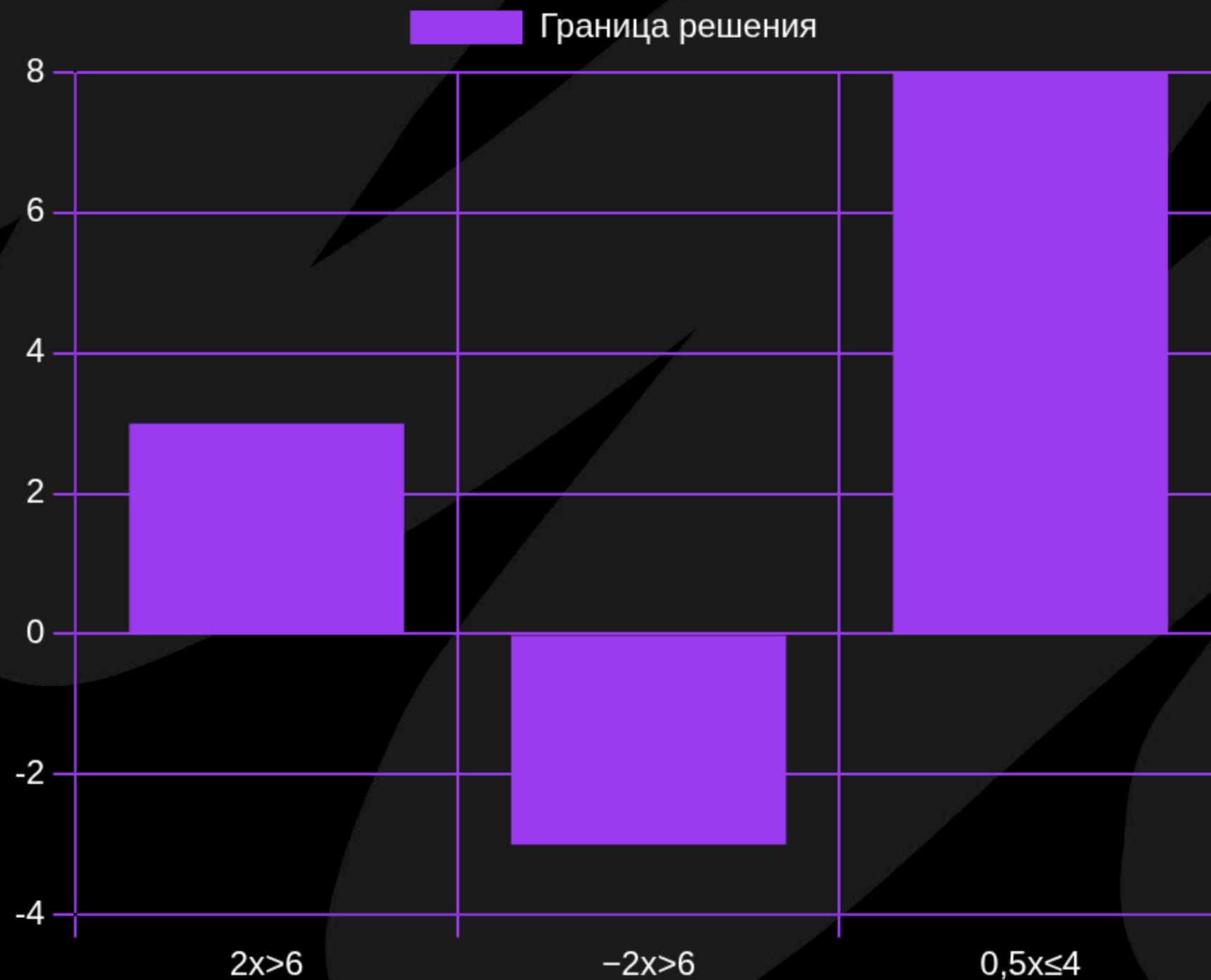


График показывает только границу решения, чтобы легче увидеть связь между коэффициентом при x и направлением ответа.

Положительный коэффициент даёт обычное направление, а отрицательный требует смены знака неравенства после деления.

Составлено по примерам из темы урока

Типовые примеры решения неравенств

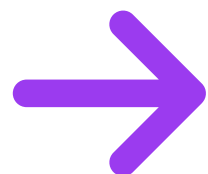


Пример	Преобразования	Ответ
$3x-5>7$	$3x>12$	$x>4$
$-x+2\leq 8$	$-x\leq 6$	$x\geq -6$
$2(x-3)<4$	$2x-6<4; 2x<10$	$x<5$

В таблице показано, как решение строится шаг за шагом: упрощение, перенос слагаемых и деление.

Сначала раскрывают скобки и упрощают выражение, затем переносят части неравенства и только после этого находят ответ.

Числовая прямая как запись ответа



Луч вправо

Для неравенства $x \geq 2$ на числовой прямой ставят закрашенную точку в числе 2 и проводят луч вправо, потому что подходят все большие или равные значения.



Луч влево

Для неравенства $x < 5$ отмечают пустую точку в числе 5 и проводят луч влево. Так сразу видно, что само число 5 в ответ не входит.

Промежутки и их обозначение

Круглые скобки

01

Если граница не входит в ответ, используют круглые скобки. Запись $(-3; 4)$ означает все числа между -3 и 4 , кроме самих границ.

Квадратные скобки

02

Когда граница входит в множество решений, ставят квадратные скобки. Запись $[-1; 7]$ показывает, что числа -1 и 7 тоже подходят.

Бесконечность

03

С бесконечностью всегда используют круглую скобку: $(2; +\infty)$, $(-\infty; 5]$. Это нужно потому, что бесконечность не является числом и не может быть включена.

Короткая запись ответа

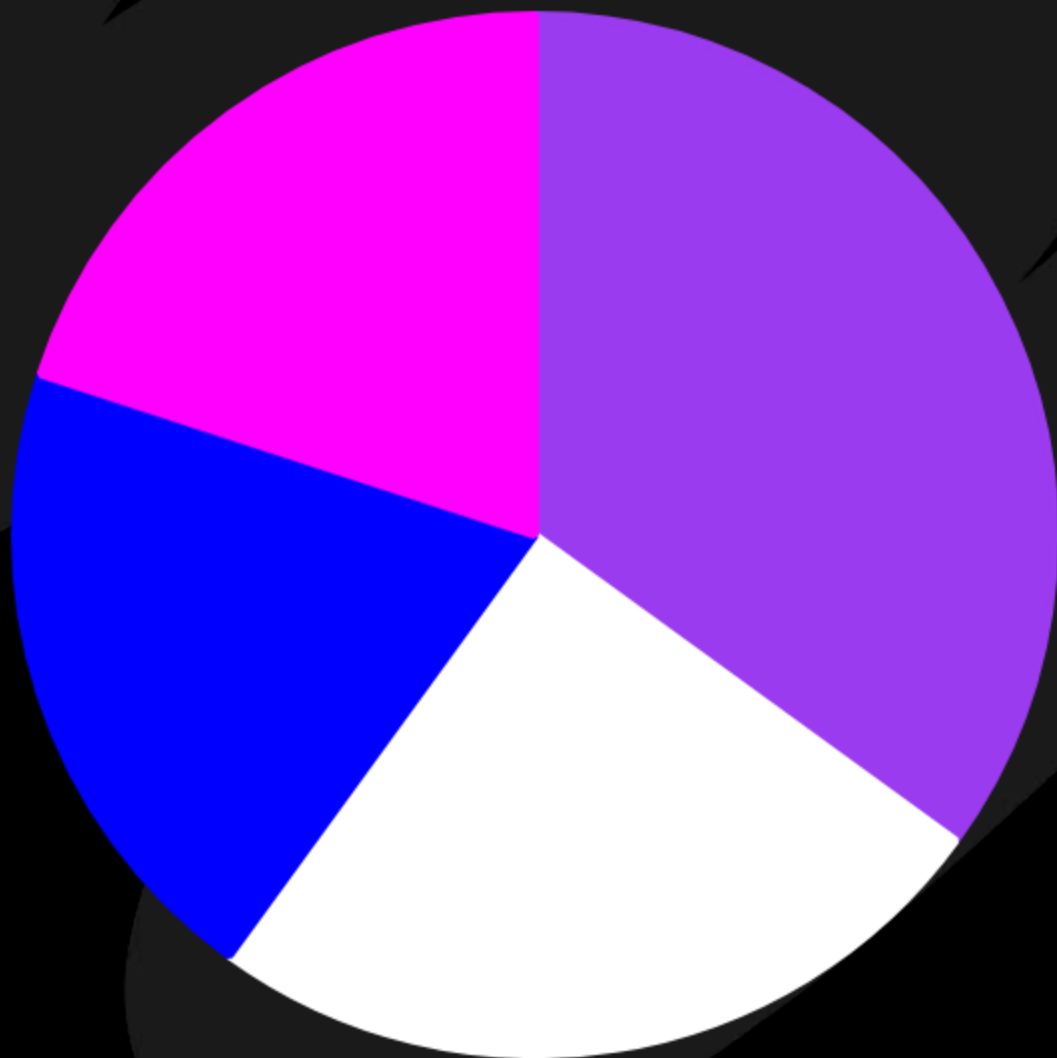
04

Промежуток позволяет записать множество решений компактно и без лишних слов. Он удобен, когда ответ содержит много значений и одну или две границы.

Частые ошибки при решении неравенств



- Забывают менять знак при делении на отрицательное число
- Неверно переносят слагаемые
- Путают строгие и нестрогие знаки
- Ошибочно отмечают границу на прямой

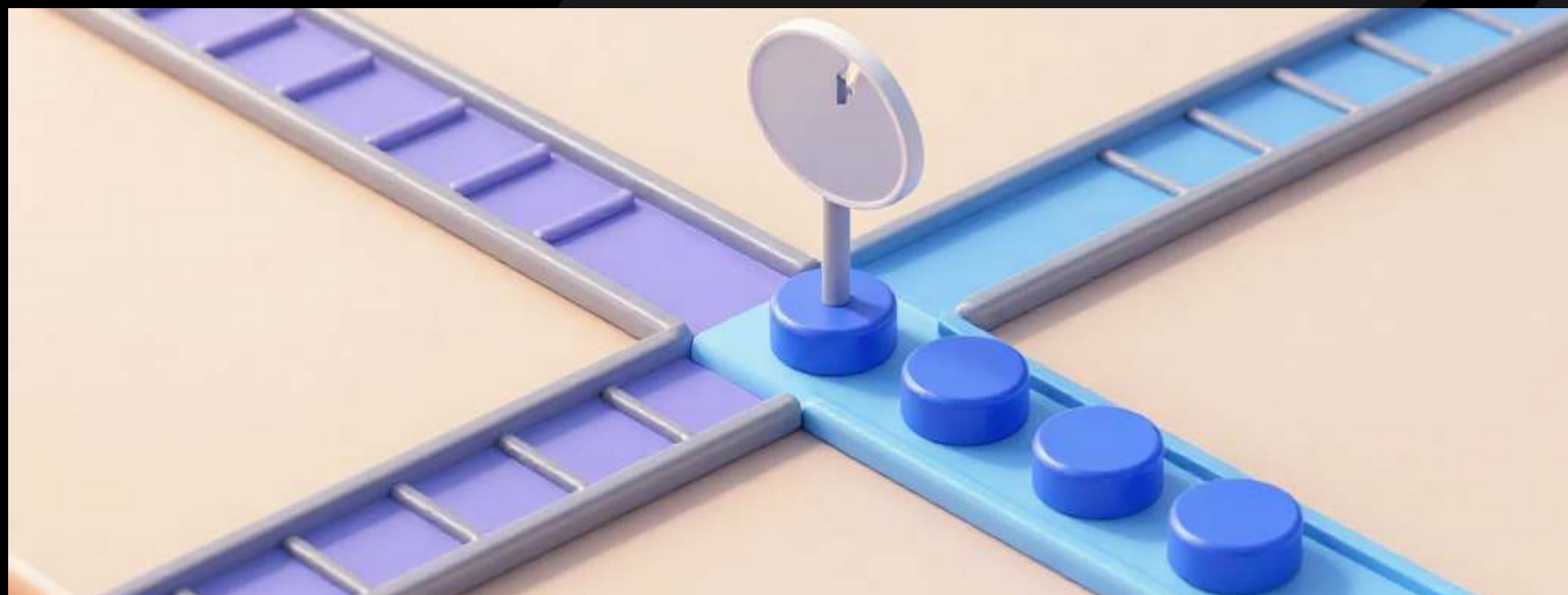


Такие ошибки появляются даже у сильных учеников, если не проговаривать каждый шаг. Особенно важно отдельно проверять знак числа при делении и отметку границы на прямой.

Чаще всего затруднения связаны не с вычислениями, а с внимательностью к знакам и записи ответа.

Учебная иллюстрация по теме линейных неравенств, 2025

Проверка решения подстановкой числа



01 Подходит ли число 4

Если найдено неравенство $x > 3$, удобно проверить его на конкретных числах. Число 4 подходит, потому что оно больше 3. На числовой прямой такие значения выделяют одним цветом, чтобы сразу увидеть верные решения.

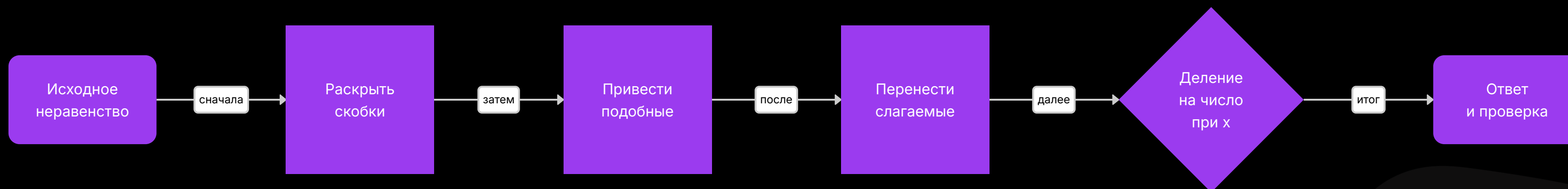


02 Когда ответ не подходит

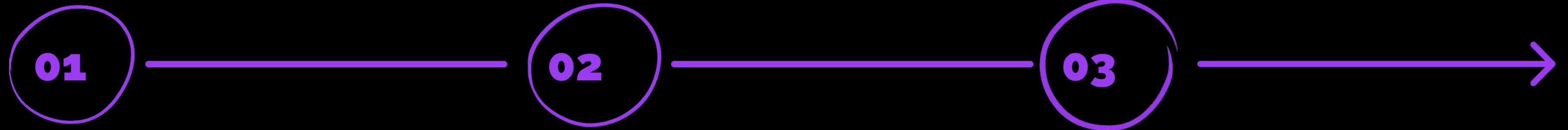
Для того же неравенства число 3 не подходит, потому что условие требует строго большего значения. При проверке $2x - 1 \leq 7$ можно подставить $x = 3$: получится 5, а это действительно не больше 7. Так ответ подтверждается вычислением.

Решение неравенств с скобками

Схема показывает последовательность преобразований на примере $3(x-2)+5 \geq 11$.



Неравенства в задачах на покупки, время и движение



Покупка в магазине

Если на товар не хватает денег, записывают ограничение: сумма покупки не должна быть больше имеющихся средств. Так появляется неравенство с границей, которую нельзя перейти.

Контрольная работа

Когда на выполнение задания дано не больше 40 минут, условие сразу переводят в запись $t \leq 40$. Неравенство точно показывает допустимое время и помогает не выйти за предел.

Движение и расстояние

В задачах на движение неравенство связывает скорость, время и путь. Оно используется, когда нужно сравнить величины и указать, что результат должен быть не меньше или не больше заданного значения.

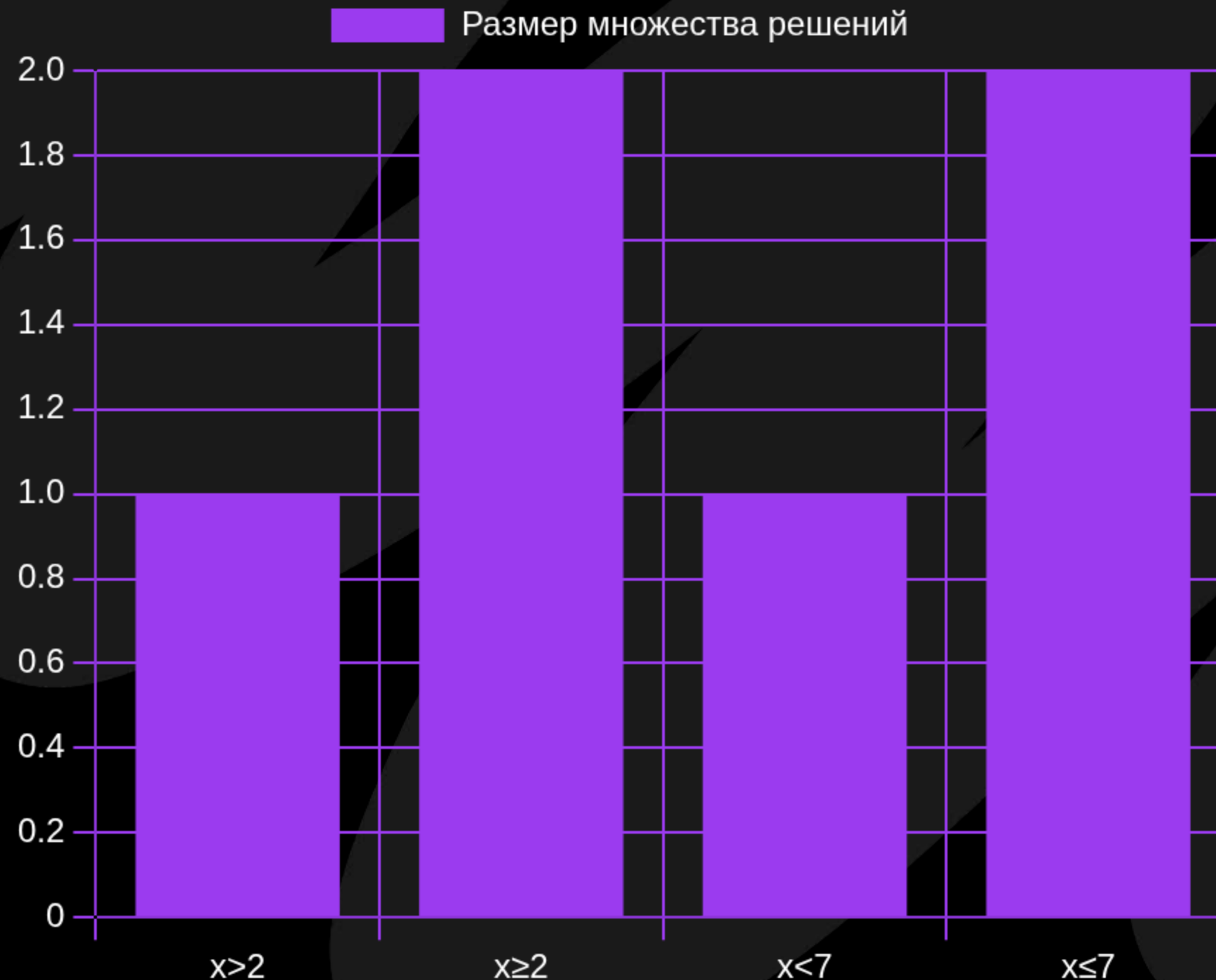
Модели неравенств по жизненным ситуациям

Ситуация	Неравенство	Смысл
Не меньше 200	$x \geq 200$	минимум
Не больше 40	$t \leq 40$	предел
Меньше 90	$p < 90$	строго

Таблица показывает, как реальное условие переводится на язык алгебры.

Неравенство помогает быстро выделить границу значения и точно записать условие задачи без лишних слов.

Строгие и нестрогие неравенства



На диаграмме видно, что нестрогие неравенства дают больше решений, потому что включают граничное значение. Это особенно важно в задачах с минимально допустимым результатом.

Разница между строгими и нестрогими знаками напрямую меняет ответ и должна учитываться при чтении условия.

Учебная иллюстрация по теме неравенств, 2025

Как записывать ответ полностью

Словесная запись

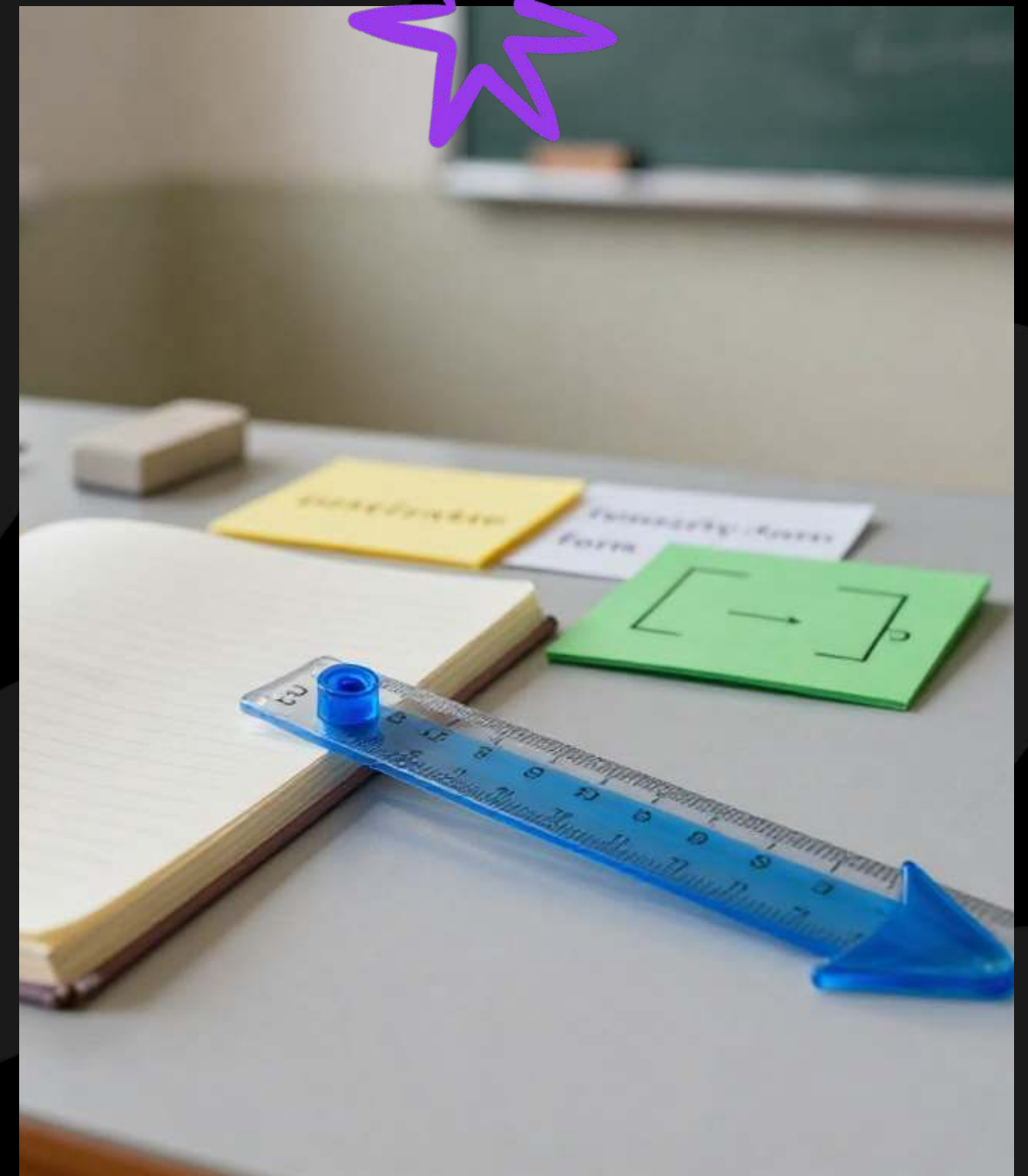
Сначала полезно проговорить ответ обычными словами: « x больше 3». Такая формулировка помогает понять смысл решения, но в тетради её обычно дополняют математической записью.

Запись неравенством

Затем ответ записывают точно и кратко: $x > 3$. Важно не забывать знак равенства, если граница входит в множество решений, и не смешивать разные записи в одном ответе.

Промежуток

Третья форма — $(3; +\infty)$. Она удобна для короткой записи множества решений и особенно полезна при работе с числовой прямой, где сразу видны границы и направление луча.



Связь с повседневной жизнью и информатикой

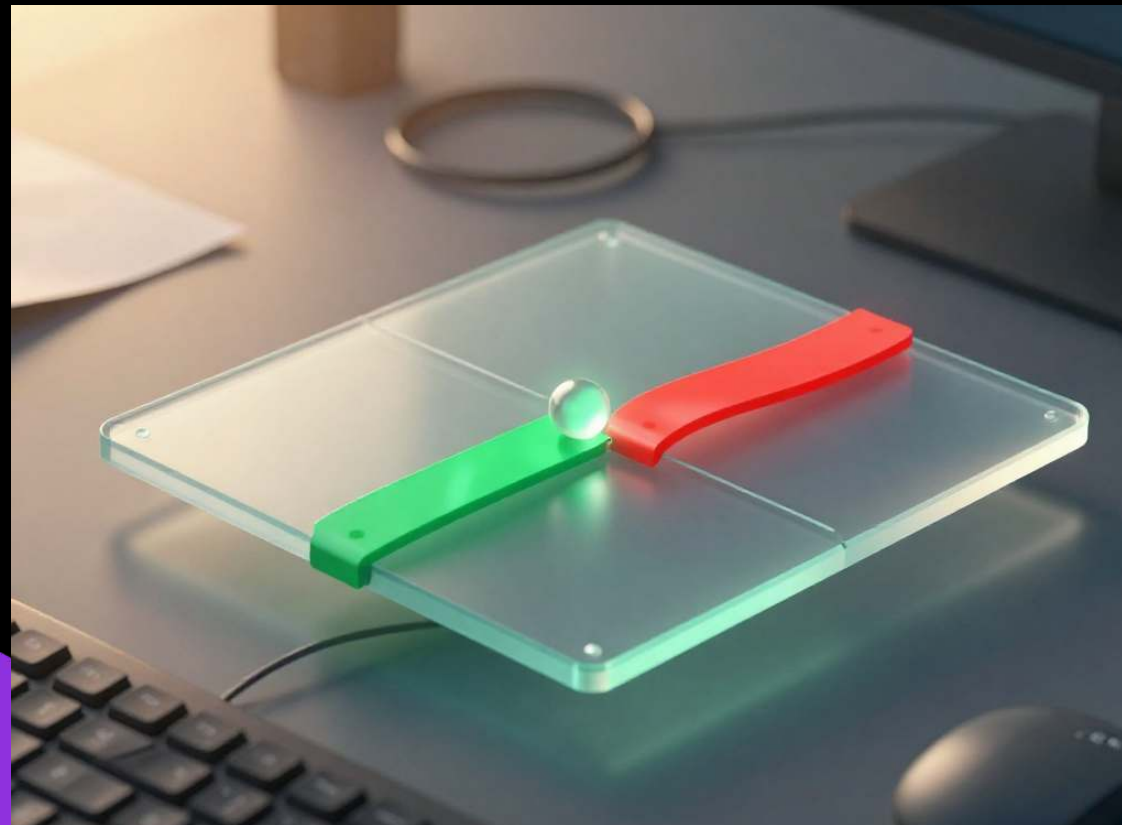
Бюджет и расписание

Неравенства помогают планировать деньги и время без лишних вычислений. Если расход не должен превысить сумму в бюджете, или урок должен уложиться в заданный интервал, условие удобно записать одним знаком.



Условие в программе

В информатике неравенство часто становится частью команды выбора. Запись $\text{if } x \leq 10$ помогает программе решить, какое действие выполнить: одно — при подходящем значении, другое — при превышении границы.

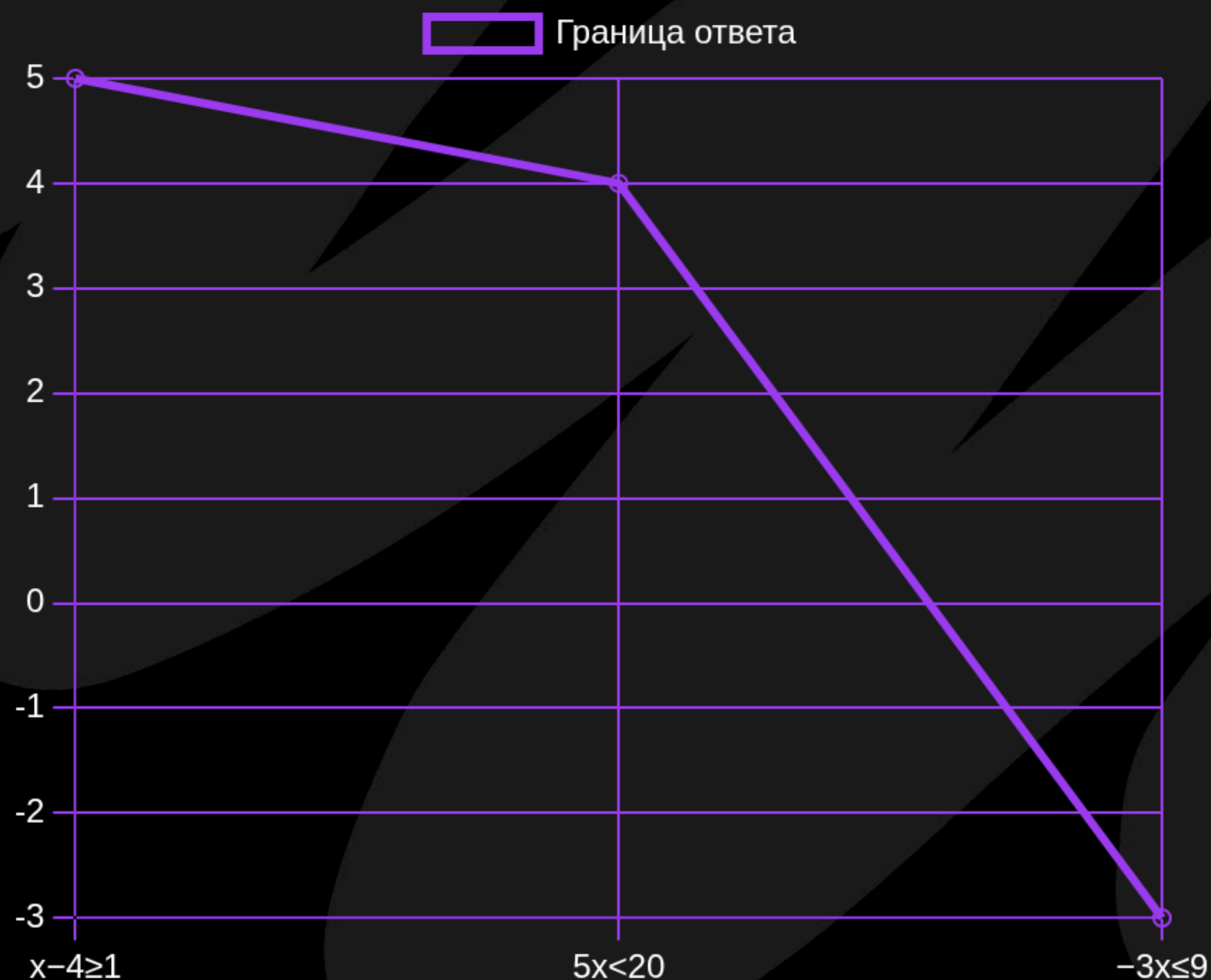


Цифровая среда и математика

Такое правило встречается в играх, фильтрах и настройках приложений. Поэтому умение читать неравенства важно не только на уроке алгебры, но и при работе с простыми алгоритмами в компьютере.



Итоговые примеры с разными ответами



У разных неравенств граница ответа находится в разных точках числовой прямой. После деления на отрицательное число направление решения меняется, и это нужно замечать сразу.

Знак при x определяет не только число-границу, но и сторону, в которую направлен луч решения.

Учебные примеры по теме линейных неравенств, 2025

Что нужно запомнить о неравенствах первой степени

Неравенство первой степени описывает множество подходящих значений. Чтобы решить его верно, нужно упростить выражение, учитывать знак при делении и аккуратно записывать ответ на прямой или в промежутке.