

File Edit Search Help

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов

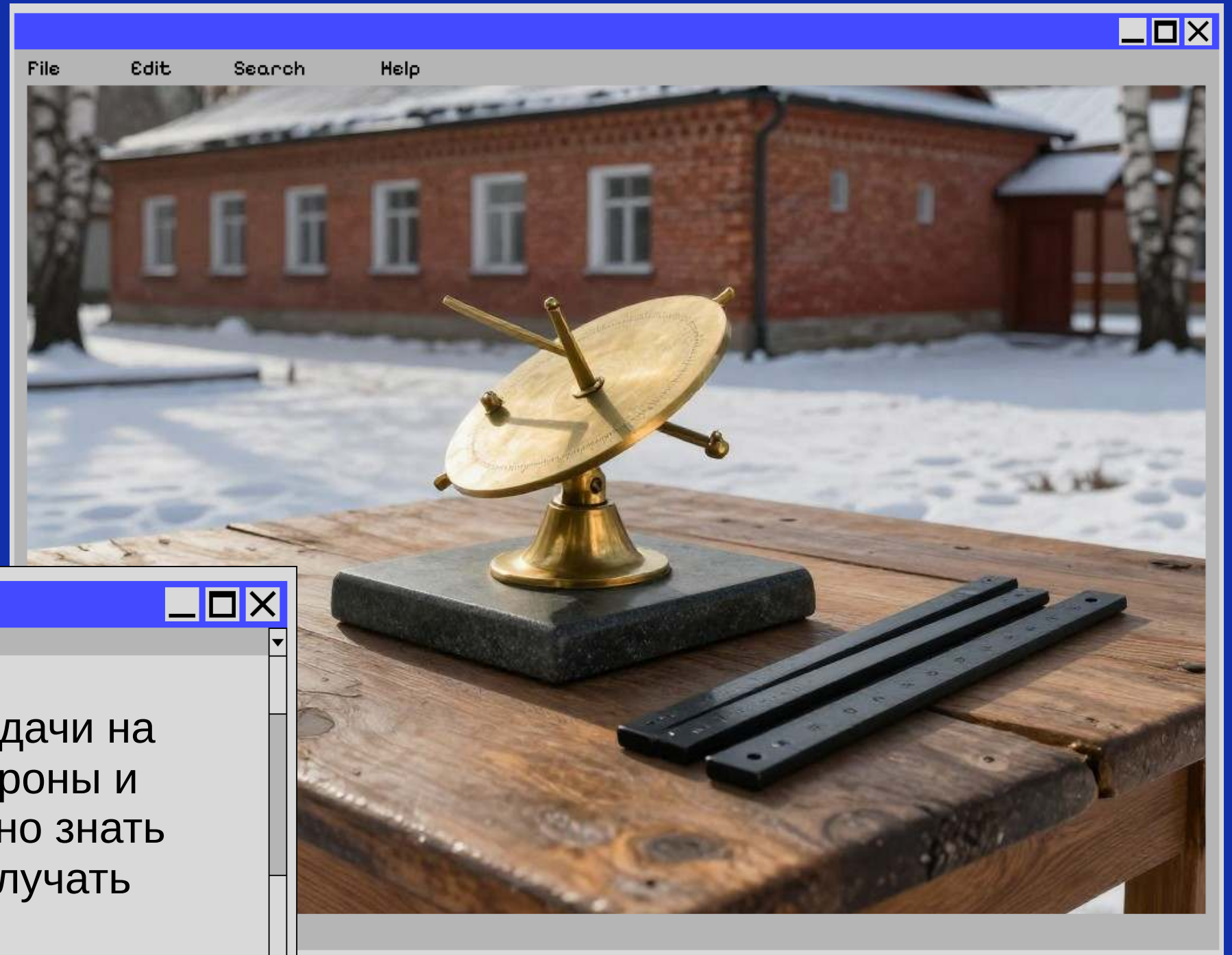
Разберём значения для 0° , 30° , 45° , 60° и 90° через треугольник и единичную окружность.

Ok

Зачем нужны специальные значения тригонометрических функций

Ok

В 9 классе они помогают быстро решать задачи на прямоугольные треугольники: находить стороны и углы. Значения для 30° , 45° , 60° и 90° удобно знать наперёд, без калькулятора, чтобы сразу получать точные ответы и проверять себя.



Что такое синус и косинус в прямоугольном треугольнике

- 1 Для острого угла α в прямоугольном треугольнике синус — это отношение противолежащего катета к гипотенузе. Он показывает, какая часть гипотенузы «принадлежит» этому направлению.
- 2 Косинус того же угла равен отношению прилежащего катета к гипотенузе. Поэтому для острых углов $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$ всегда находятся между 0 и 1, без отрицательных значений.
- 3 Если рассматривать единичную окружность, то $\cos \alpha$ соответствует абсциссе точки, а $\sin \alpha$ — её ординате. Так геометрический смысл функций становится наглядным и удобным для запоминания.

Тангенс и котангенс как отношения катетов

1

Тангенс угла α в прямоугольном треугольнике — это отношение противолежащего катета к прилежащему: $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$. По нему судят о «крутизне» наклона относительно катетов.

2

Котангенс наоборот выражает отношение прилежащего катета к противолежащему: $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$. Его удобно использовать, когда в задаче задано соотношение сторон, связанное с этими катетами.

3

Важно помнить область определения: $\operatorname{tg} \alpha$ не существует при $\cos \alpha = 0$, а $\operatorname{ctg} \alpha$ не существует при $\sin \alpha = 0$. Для острых углов $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ все четыре функции определены.

Таблица значений для 0° , 30° , 45° , 60° и 90°

Запомните точные значения $\sin$, $\cos$, tg и ctg для пяти «частых» углов: они встречаются в большинстве школьных задач.

Точные значения часто содержат дроби и корни; отмечены случаи, когда tg или ctg не определены из-за деления на 0.

Учебные свойства прямоугольного треугольника и единичной окружности				
File Edit Search Help				
Угол	$\sin$	$\cos$	tg	ctg
0°	0	1	0	не определён
30°	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1	1
60°	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
90°	1	0	не определён	0

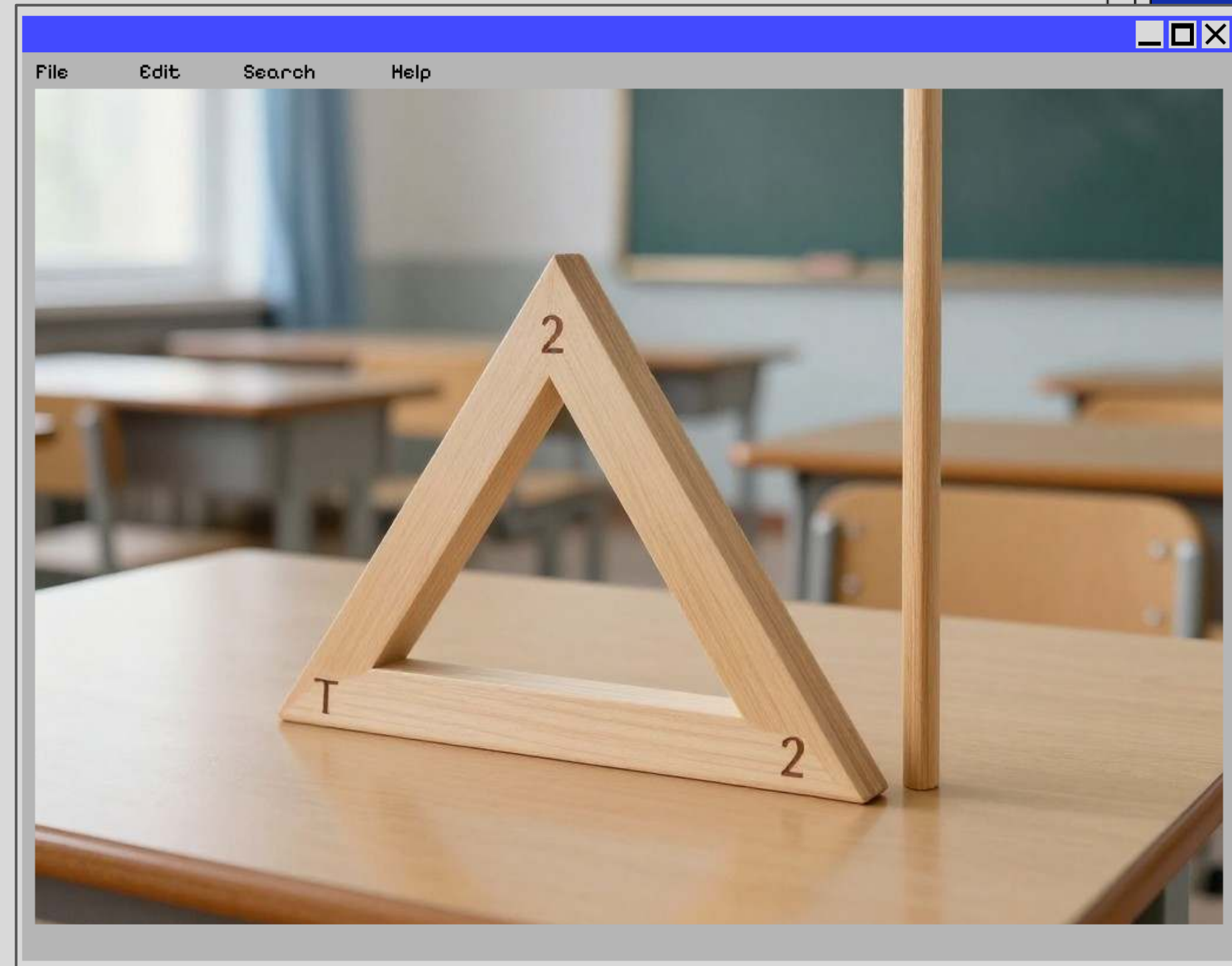
Треугольник 30°–60°–90°

Откуда берутся углы 30°, 60° и 90°

Если в равностороннем треугольнике провести высоту, он делится на два прямоугольных треугольника. У одного треугольника получаются углы 30°, 60° и 90°, а один катет становится вдвое больше другого.

Какие значения получаются автоматически

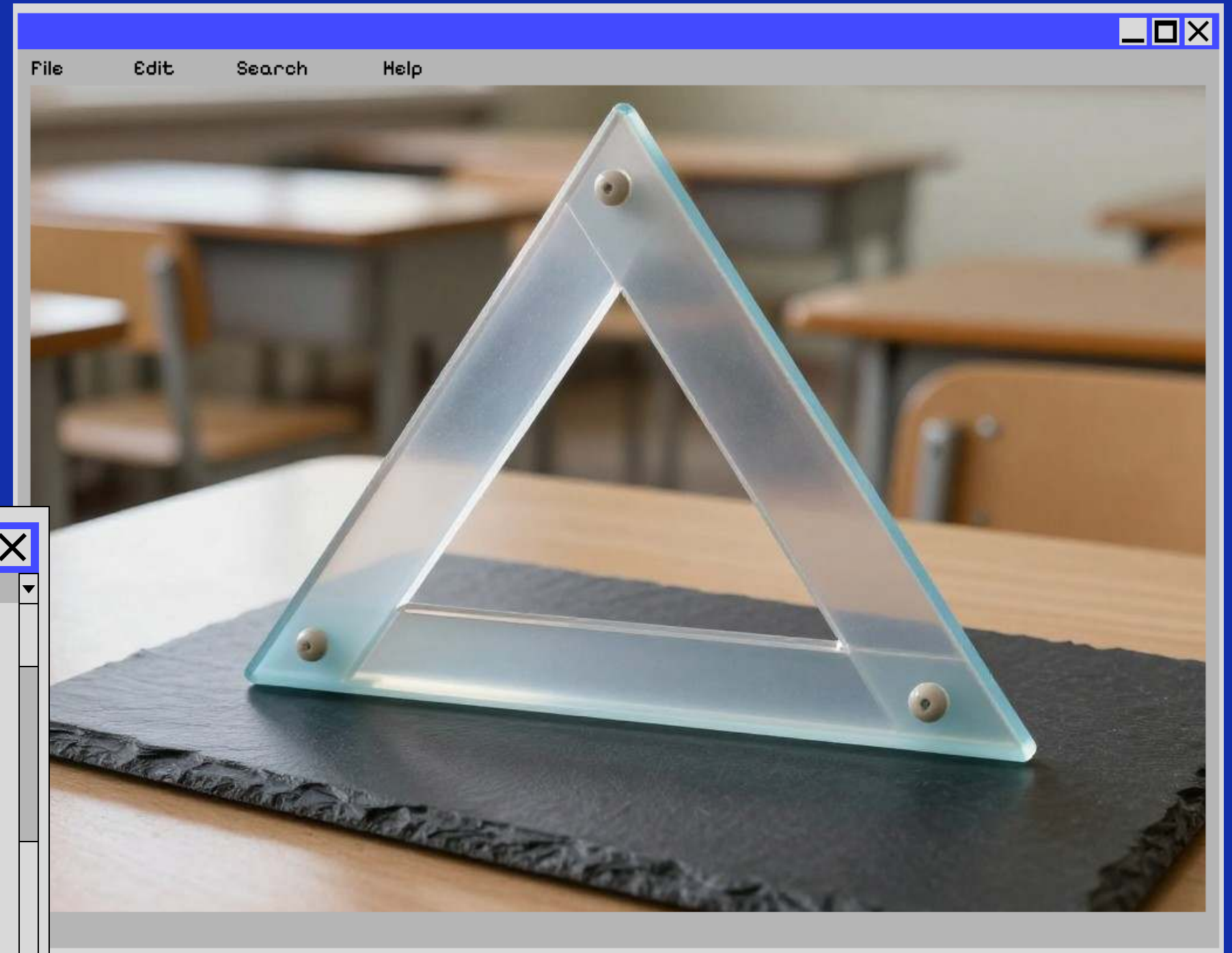
Отношение сторон для такого треугольника равно $1 : \sqrt{3} : 2$.
Поэтому сразу следует: $\sin 30^\circ = 1/2$, $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$.



Треугольник $45^\circ-45^\circ-90^\circ$

Ok

- В равнобедренном прямоугольном треугольнике оба катета равны. Если считать один катет равным 1, то по теореме Пифагора гипотенуза будет равна $\sqrt{2}$.
- Тогда $\sin 45^\circ = \sqrt{2}/2$ и $\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$. Отношения катетов дают $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ и $\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$, поэтому значения особенно удобны для задач.



Сравнение значений тригонометрических функций для специальных углов

На диаграмме видно, как $\sin$ растёт, а $\cos$ убывает; для углов 90° и близких к нему $\tan$ становится очень большим по модулю.

Закономерность простая: при увеличении угла синус увеличивается, а косинус уменьшается. Поэтому значения удобно использовать как ориентиры при проверке ответа.

Расчёт по таблице специальных углов (точные значения $\sin$ и $\cos$; $\tan$ и $\cotg$ логически следуют из отношений).

File Edit Search Help

Основные закономерности в значениях

Ok

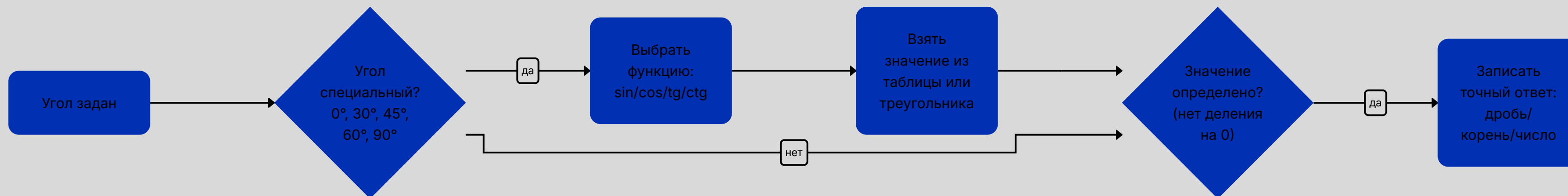
- 1 При росте угла от 0° до 90° синус увеличивается: от 0 он постепенно доходит до 1. Косинус при этом убывает — от 1 до 0, потому что роли катетов «меняются местами».
- 2 Для специальных углов есть полезные парные равенства: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$. Они отражают соответствие углов в прямоугольных треугольниках.

- 3 Тангенс растёт быстрее синуса, потому что $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$: в дроби числитель растёт, а знаменатель уменьшается. Из-за этого значения tg становятся всё заметнее ближе к 90° .
- 4 Котангенс ведёт себя «обратно» тангенсу: $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$, значит при увеличении угла его числитель уменьшается, а знаменатель растёт. Поэтому ctg убывает от большого значения к 0.

Алгоритм нахождения значения тригонометрической функции

Логика работы строится на таблице специальных углов и определениях $\sin$, $\cos$, tg , ctg .

Ok



Где функции не определены

Функция	Когда не определена	Пример углов
$\operatorname{tg} \alpha$	$\cos \alpha = 0$	90°
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sin \alpha = 0$	0°
$\cos \alpha$	—	90° ($\cos=0$)
$\sin \alpha$	—	90° ($\sin=1$)

Столбцы таблицы: функция, условие несуществования, пример углов. $\sin$ и $\cos$ считаются для всех углов, но tg и ctg имеют ограничения из-за деления на $\cos$ или $\sin$.

Неопределённость возникает только у tg и ctg : tg требует $\cos \alpha \neq 0$, а ctg — $\sin \alpha \neq 0$. Для $\sin$ и $\cos$ значение существует всегда, даже если оно равно 0.

Связь между значениями через формулы

- 1 Основное тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ связывает синус и косинус одного и того же угла. Если известно одно значение, второе можно проверить по формуле и найти недостающее при решении задач.
- 2 Тангенс выражается так: $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$. Поэтому удобно находить tg , когда есть $\sin$ и $\cos$, и сразу замечать запрет: делить нельзя на $\cos \alpha = 0$.
- 3 Котангенс находится по формуле $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$. Он позволяет переходить между cotg и другими величинами и служит проверкой вычислений: значение должно получаться согласованным с $\sin$.

График изменения синуса и косинуса на отрезке от 0° до 90°

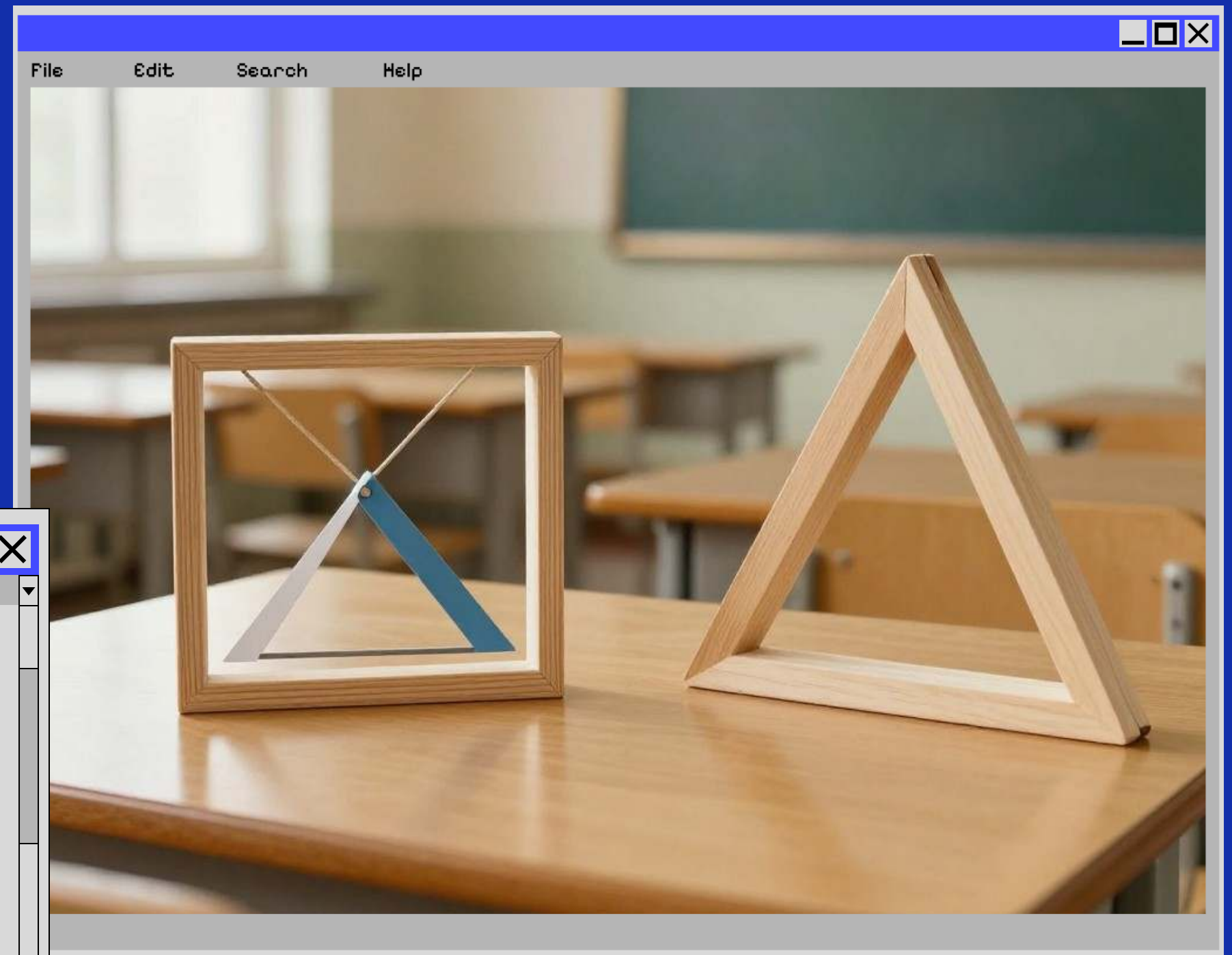
На этом же отрезке $\cos \alpha$ убывает: при 30° , 45° , 60° получаются $\sqrt{3}/2$, $\sqrt{2}/2$ и $1/2$ соответственно, поэтому обе функции «меняют направление» одновременно.

По точкам видно, что $\sin$ растёт, $\cos$ убывает. Точка 45° показывает равенство $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$, что помогает быстро проверить ответы без калькулятора.

Почему в ответах часто появляются корни

Ok

- Точные значения для 45° и 60° выражаются через $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$, потому что они получаются из геометрических построений в специальных треугольниках. При таких вычислениях сохраняется точность.
- Записывать корни удобнее, чем округлять. Например, $\sqrt{2}/2 \approx 0,707$; $\sqrt{3}/2 \approx 0,866$; $1/\sqrt{3} \approx 0,577$. Если в задаче требуется «точно», используют именно корни.



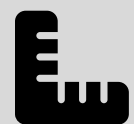
Точные значения и десятичные приближения

Столбцы таблицы: угол, sin, cos, tg. Показано, как одна и та же величина выглядит в точной записи и в округлённом виде для быстрой проверки.

Точные значения — это корни и дроби, а десятичные числа помогают оценить результат, но при решении «в точных значениях» нужно оставлять корни.

Определения тригонометрических функций и таблица специальных углов (0°, 30°, 45°, 60°, 90°)			
File Edit Search Help			
Угол	sin	cos	tg
30°	$1/2$	$\sqrt{3}/2 \approx 0,866$	$1/\sqrt{3} \approx 0,577$
45°	$\sqrt{2}/2 \approx 0,707$	$\sqrt{2}/2 \approx 0,707$	1
60°	$\sqrt{3}/2 \approx 0,866$	$1/2$	$\sqrt{3} \approx 1,732$

Типичные ошибки при работе со значениями



Путают sin и cos

Часто смешивают значения для 30° и 60° : $\sin 30^\circ$ равно $1/2$, а $\sin 60^\circ$ — $\sqrt{3}/2$. Аналогично $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$, $\cos 60^\circ = 1/2$.

Ok



Считают $\operatorname{tg} 90^\circ$ существующим

Некоторые записывают $\operatorname{tg} 90^\circ$ как число. Но $\operatorname{tg} \alpha = \sin \alpha / \cos \alpha$, а при 90° $\cos 90^\circ = 0$, значит деление невозможно и tg не определён.

Ok



Неверно пишут $\operatorname{ctg} 0^\circ$

Иногда $\operatorname{ctg} 0^\circ$ записывают как 0. Однако $\operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha / \sin \alpha$, а при 0° $\sin 0^\circ = 0$, поэтому $\operatorname{ctg} 0^\circ$ не определён.

Ok



Путают корни

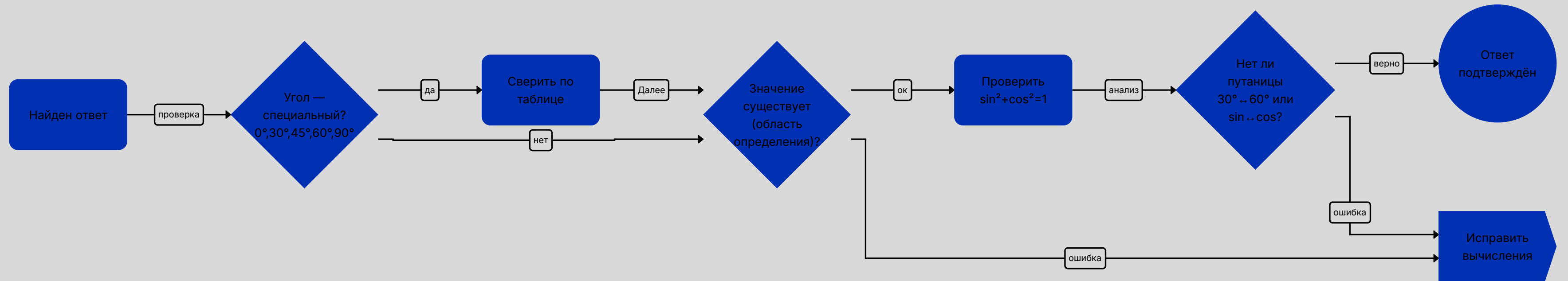
Корни $\sqrt{2}/2$, $\sqrt{3}/2$ и $1/\sqrt{3}$ встречаются в разных строках таблицы. При невнимательности их легко перепутать, из-за чего ответ получается «почти» верным, но неправильным.

Ok

Проверка ответа в тригонометрической задаче

Шаги проверки опираются на таблицу специальных углов и тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Ok



Где применяются значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса



Геометрические измерения

В геометрии и смежных задачах тригонометрия помогает находить высоту по расстоянию и углу, а также длину наклонного отрезка в прямоугольном треугольнике.



Уклоны и траектории

В физике и при решении практических вопросов с наклонами используют tg и ctg : по углу определяют уклон, соотношение скоростей или характеристики траектории.



Черчение и проектирование

В черчении значения $\sin$ и $\cos$ нужны, чтобы по заданному углу и размеру вычислять недостающие стороны, координаты и элементы построений.



Архитектура и дороги

При планировании дорог и крыш вычисляют уклоны и размеры элементов: tg помогает связать «подъём» с «протяжённостью» вдоль поверхности.



Компьютерная графика

В компьютерной графике тригонометрические функции используют для поворотов и перемещений объектов, чтобы точно вычислять новые координаты точек на плоскости.

Запоминание через пары значений и симметрию

Такие пары удобно держать «в голове»: если знаешь одно значение, по симметрии получаешь другое для дополняющего угла.

Диаграмма подтверждает равенства $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$ и $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ$. Это ускоряет подбор ответа в задачах и снижает риск ошибок.

Построение по таблице специальных углов (0°, 30°, 45°, 60°, 90°), 12.05.2026

File Edit Search Help

Главный вывод: таблица специальных углов — основа решений в 9 классе

Ok

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для 0° , 30° , 45° , 60° и 90° образуют базовую таблицу, нужную для школьной геометрии. Они опираются на специальные треугольники, тождество $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ и условия существования tg и ctg , помогая решать без калькулятора и проверять ответы.