

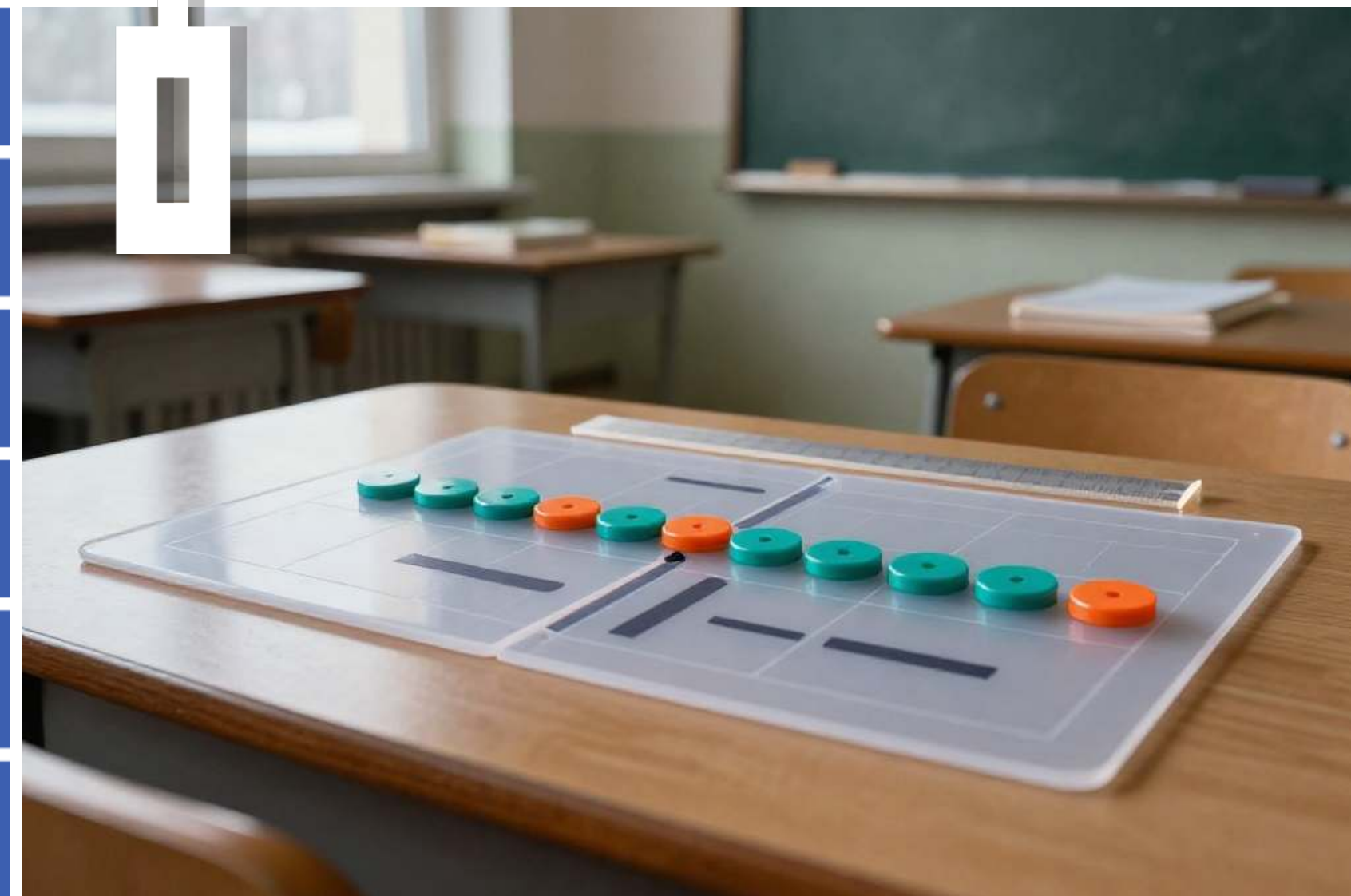
Решение систем линейных уравнений методом подстановки

Научимся находить обе неизвестные
через одно простое уравнение.



Система уравнений: что это значит

Система связывает два уравнения с одними и теми же неизвестными. Нужно найти такую пару чисел, которая подходит каждому уравнению сразу. На плоскости это одна общая точка двух прямых.



Когда метод подстановки удобен

1

Уже есть выражение

Если одна переменная уже выражена через другую, подстановка становится почти готовым решением. Нужно лишь заменить неизвестную найденным выражением и получить уравнение с одной переменной.

2

Коэффициент равен 1

Когда перед переменной стоит 1 или -1 , её легко выделить из уравнения без громоздких преобразований. Тогда запись получается короткой, а вероятность ошибки заметно снижается.

3

Меньше лишних действий

Метод особенно полезен там, где не нужно сразу преобразовывать оба уравнения. Он экономит время и помогает сосредоточиться на точности записи, а не на сложных вычислениях.

Смысл метода на простом примере



Есть исходные данные

В системе $x+y=8$ уже известно, что $x=3$. Это значит, что одно значение можно сразу подставить вместо неизвестной, не решая второе уравнение отдельно.

Подставляем значение

После замены получаем $3+y=8$. Теперь в уравнении осталась только одна неизвестная, поэтому его можно решить обычным способом, как отдельное линейное уравнение.

Находим ответ

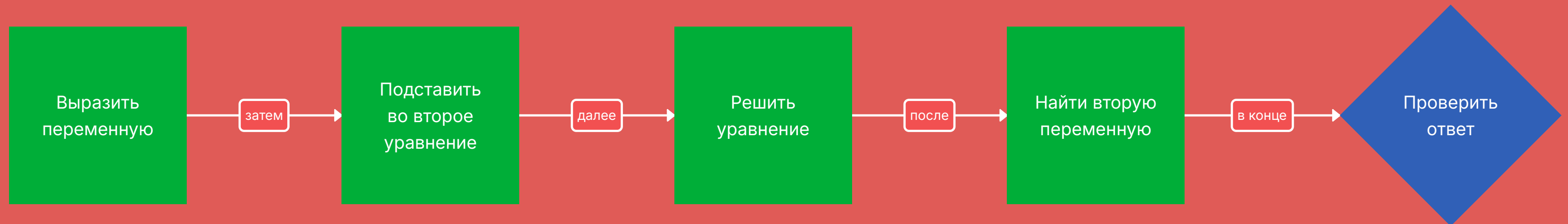
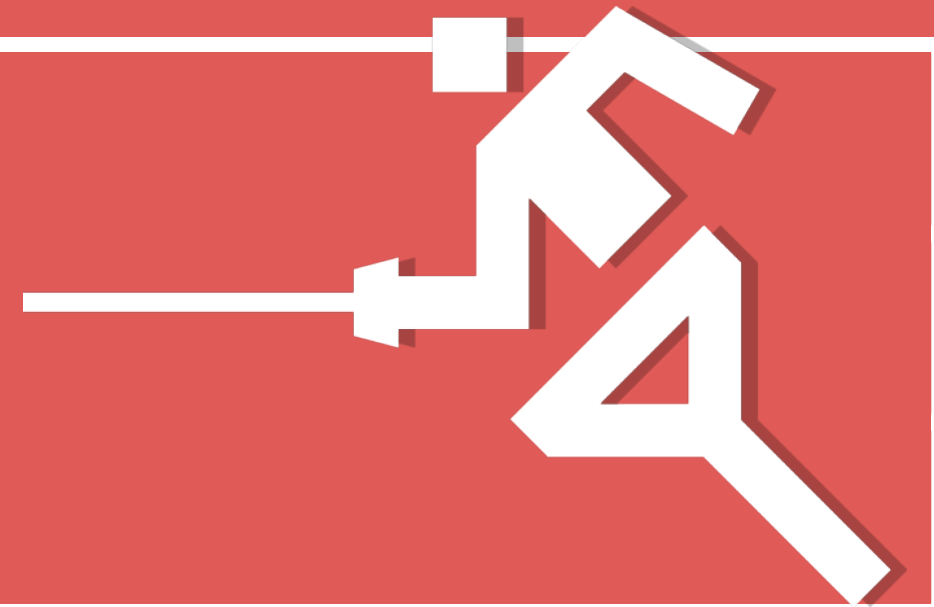
Из равенства $3+y=8$ получаем $y=5$. Значит, решение системы записывается парой чисел $(3; 5)$, которая удовлетворяет обоим условиям одновременно.

Понимаем идею

Метод подстановки работает как замена неизвестного уже известным числом или выражением. Именно поэтому система превращается в более простую задачу с одним неизвестным.

Алгоритм решения системы методом подстановки

Последовательность действий при решении системы через подстановку.



Как выбрать переменную для выражения



Выбирайте простое

Сначала ищут ту переменную, которую легче всего выделить из уравнения. Чем короче выражение, тем проще дальнейшие вычисления и тем меньше риск ошибиться в знаках.



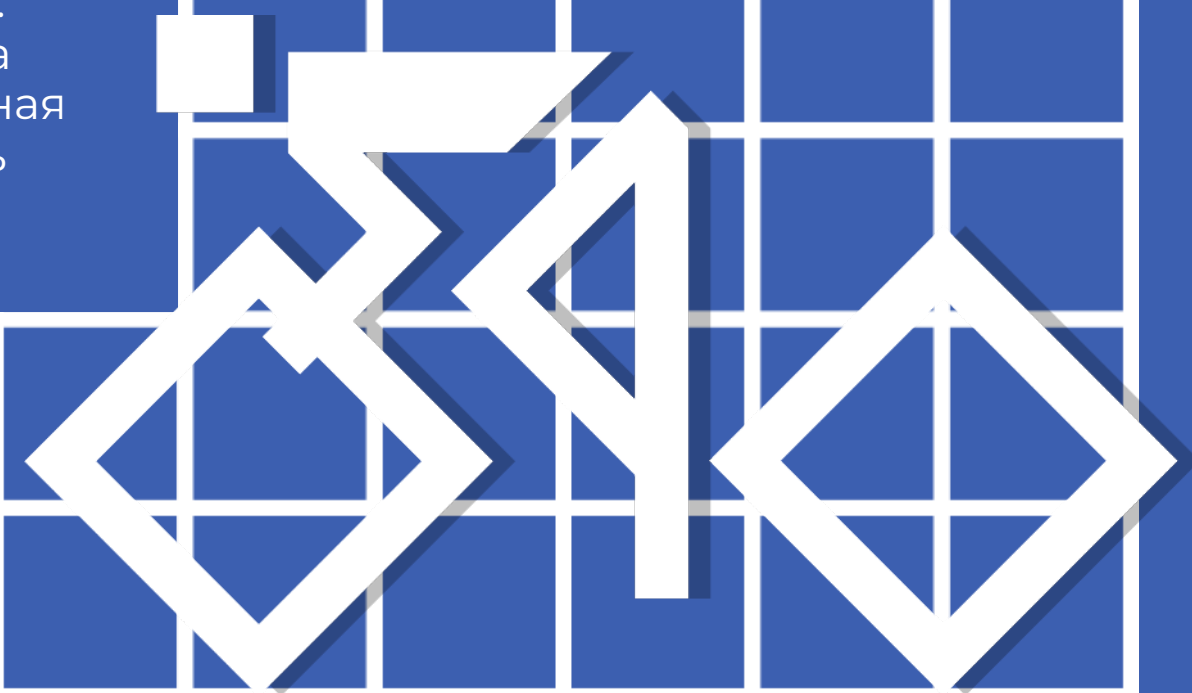
Ищите коэффициент 1

Удобнее всего работать, если перед переменной стоит 1 или -1. Тогда её можно выразить без дробей и длинных преобразований, например сразу получить короткую запись.



Думайте о точности

Аккуратное выражение помогает сохранить порядок действий и не запутаться на следующих шагах. В подстановке важна не скорость, а понятная и правильная запись каждого действия.



Шаги метода и частые ошибки



Таблица показывает, как связаны действие и типичная ошибка на каждом этапе.

Самые опасные ошибки связаны со знаками и скобками; проверка помогает их обнаружить.

Шаг	Действие	Ошибка
1	Выразить переменную	Неверный знак
2	Сделать подстановку	Нет скобок
3	Решить уравнение	Ошибка вычислений
4	Проверить ответ	Проверка не везде

Обобщение типичных шагов решения систем методом подстановки

Подстановка выражения во второе уравнение



Заменяем переменную

Полученное выражение вместо выбранной переменной подставляют во второе уравнение системы. Так из двух уравнений получается одно, в котором остаётся только одна неизвестная.

Сохраняем скобки

Если выражение длинное или перед ним стоит минус, обязательно пишут скобки. Они сохраняют порядок действий и не дают изменить смысл записи при вычислениях.

Избегаем ошибок

Без скобок легко потерять часть выражения или неверно распределить знак. Именно поэтому аккуратная подстановка важнее, чем быстрое переписывание уравнения.

Решение уравнения с одной переменной

1

Упростить запись

После подстановки обычно получается обычное линейное уравнение. Сначала его упрощают: раскрывают скобки, приводят подобные слагаемые и оставляют выражение в удобном виде.

2

Перенести слагаемые

Затем неизвестное оставляют в одной части уравнения, а числа переносят в другую. При переносе особенно важно не перепутать знаки, чтобы не изменить результат.

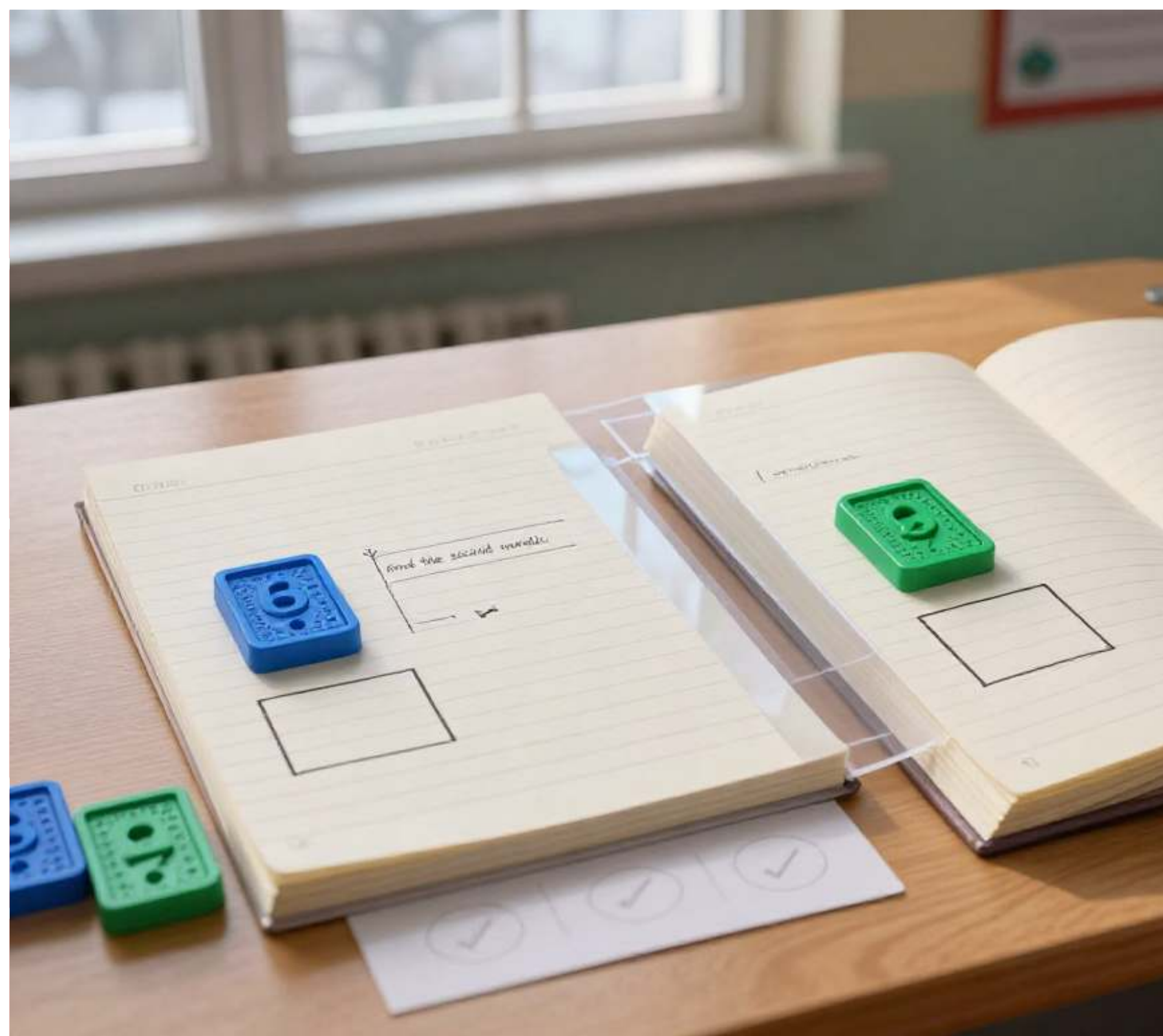
3

Найти значение

После упрощения остается деление на коэффициент при переменной. Например, из $x+10=14$ получаем $x=4$. Этот шаг напоминает обычные упражнения по линейным уравнениям.



Нахождение второй переменной и проверка ответа



Подставляем найденное

Когда первая переменная уже найдена, её подставляют в выражение для второй. Так быстро получают второе значение, не решая систему заново.

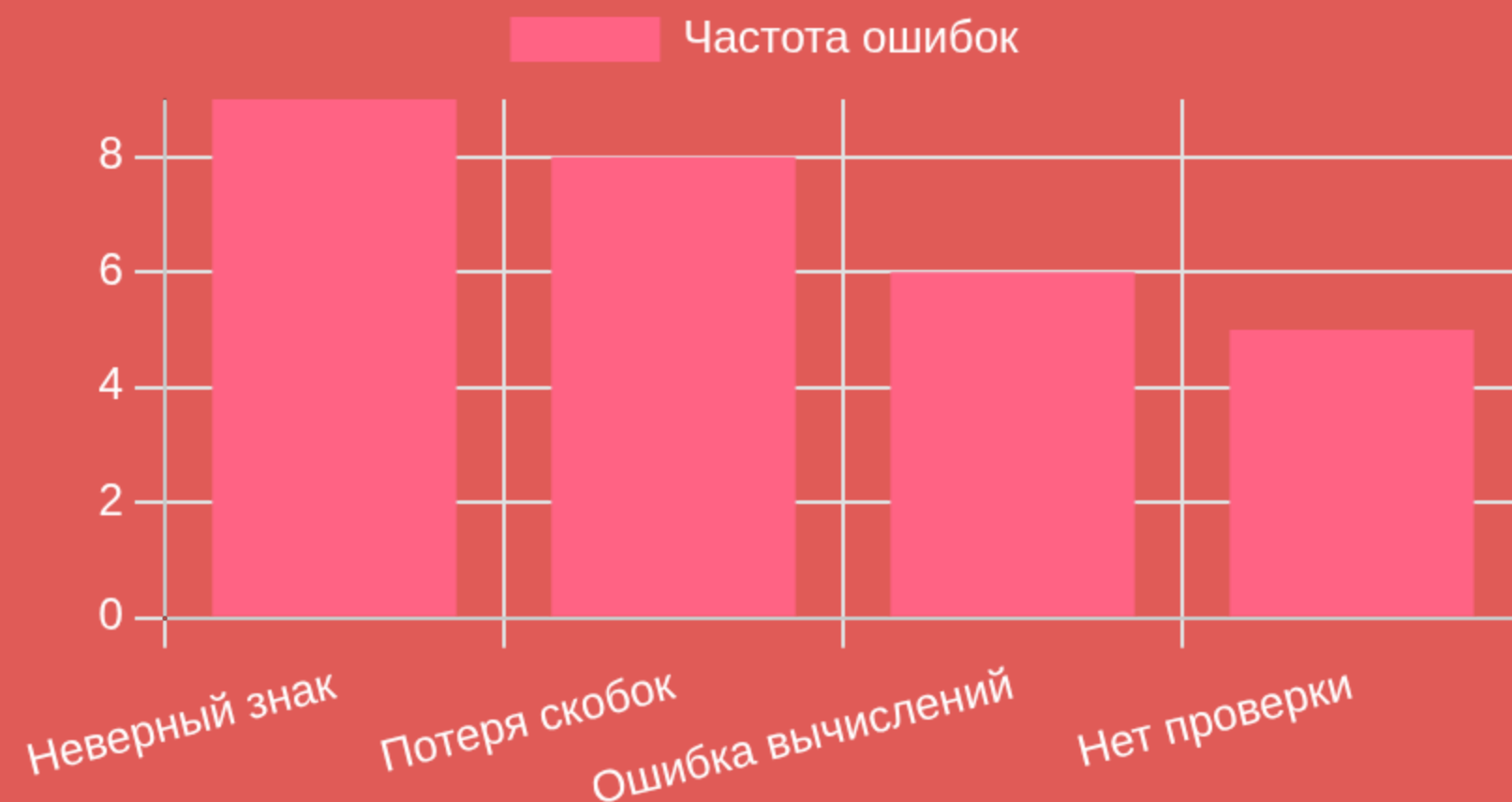
Проверяем оба уравнения

Найденную пару чисел обязательно подставляют в оба исходных уравнения. Если равенства верны, значит ответ подходит всей системе и решение выполнено правильно.

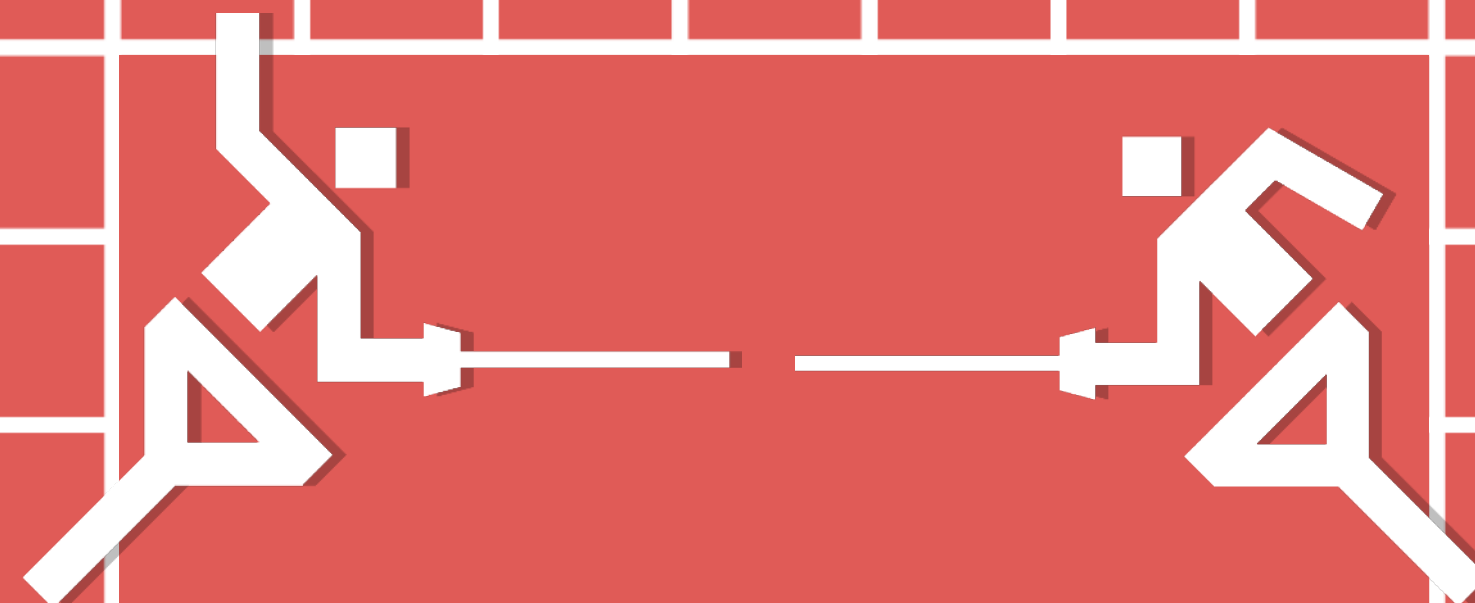
Убеждаемся в точности

Проверка особенно полезна, когда в решении есть дроби, отрицательные числа или длинные выражения. Она помогает заметить случайную ошибку и подтвердить правильный ответ.

Где чаще всего возникают ошибки



Схематическая оценка по типичным учебным ошибкам при решении систем методом подстановки, 2025



Ошибки чаще появляются там, где нужно аккуратно переносить слагаемые и сохранять порядок действий при подстановке.

Наиболее уязвимы этапы со знаками и скобками; именно они чаще всего искажают весь дальнейший ход решения.

Пример с отрицательными числами

1

Записываем
подстановку

Во втором уравнении
заменяем y выражением $-2x+1$
и получаем $3x+(-2x+1)=10$.
Скобки помогают не потерять
знак перед выражением
и сохранить правильный
порядок действий.

2

Находим x

После раскрытия скобок
остаётся $x+1=10$. Решаем
уравнение как обычное
линейное: переносим число 1
вправо и получаем $x=9$,
не меняя общий алгоритм.

3

Вычисляем y

Подставляем $x=9$ в первое
уравнение $y=-2x+1$. Получаем
 $y=-2\cdot 9+1=-17$. Отрицательное
число в ответе здесь
совершенно нормально
и не означает ошибку.

4

Проверяем пару

Пара $(9; -17)$ должна подходить
обоим уравнениям системы.
Проверка показывает, что
подстановка выполнена верно,
а отрицательные числа были
записаны аккуратно
и без потери знаков.



Проверка как обязательный этап

1. Получаем ответ

Сначала находят пару чисел, которая должна удовлетворять обоим уравнениям системы. Без этого результата проверять нечего, поэтому решение всегда заканчивается именно получением ответа.

2. Подставляем в уравнения

Затем найденные значения x и y по очереди подставляют в оба исходных уравнения. Если вычисления выполнены верно, каждое уравнение должно дать правильное равенство.

3. Сверяем результат

Если хотя бы одно равенство не выполняется, ответ нужно пересмотреть. Проверка особенно важна при дробях, отрицательных числах и длинных выражениях, где легко ошибиться.

Связь с графическим способом



Прямая для каждого уравнения

Каждое линейное уравнение с двумя переменными можно изобразить как прямую на координатной плоскости. Поэтому система состоит из двух прямых, которые нужно рассматривать вместе.

Общая точка пересечения

Решение системы — это точка, где прямые пересекаются. Её координаты удовлетворяют сразу обоим уравнениям, поэтому метод подстановки помогает найти эту точку без построения графика.

Сравнение метода подстановки и метода сложения



Признак	Подстановка	Сложение
Когда удобен	Одна переменная выражена	Коеф. равны по модулю
Первый шаг	Выразить переменную	Сложить уравнения
Запись	Скобки и выражения	Приведение к виду

Оба способа приводят к решению системы, но выбираются по-разному в зависимости от записи уравнений.

Подстановка удобнее при коротком выражении переменной, а сложение — когда можно быстро уничтожить одну неизвестную. Выбор зависит от вида системы.

Сравнение составлено по школьным правилам решения систем линейных уравнений

Где применяются такие системы



Покупки

В задачах про покупки система помогает связать цену, количество и общую стоимость. Так можно найти цену одного предмета или понять, сколько купили каждого товара.



Движение

В задачах на движение уравнения описывают скорость, время и расстояние. Метод подстановки удобен, когда одну величину легко выразить через другую из условия задачи.



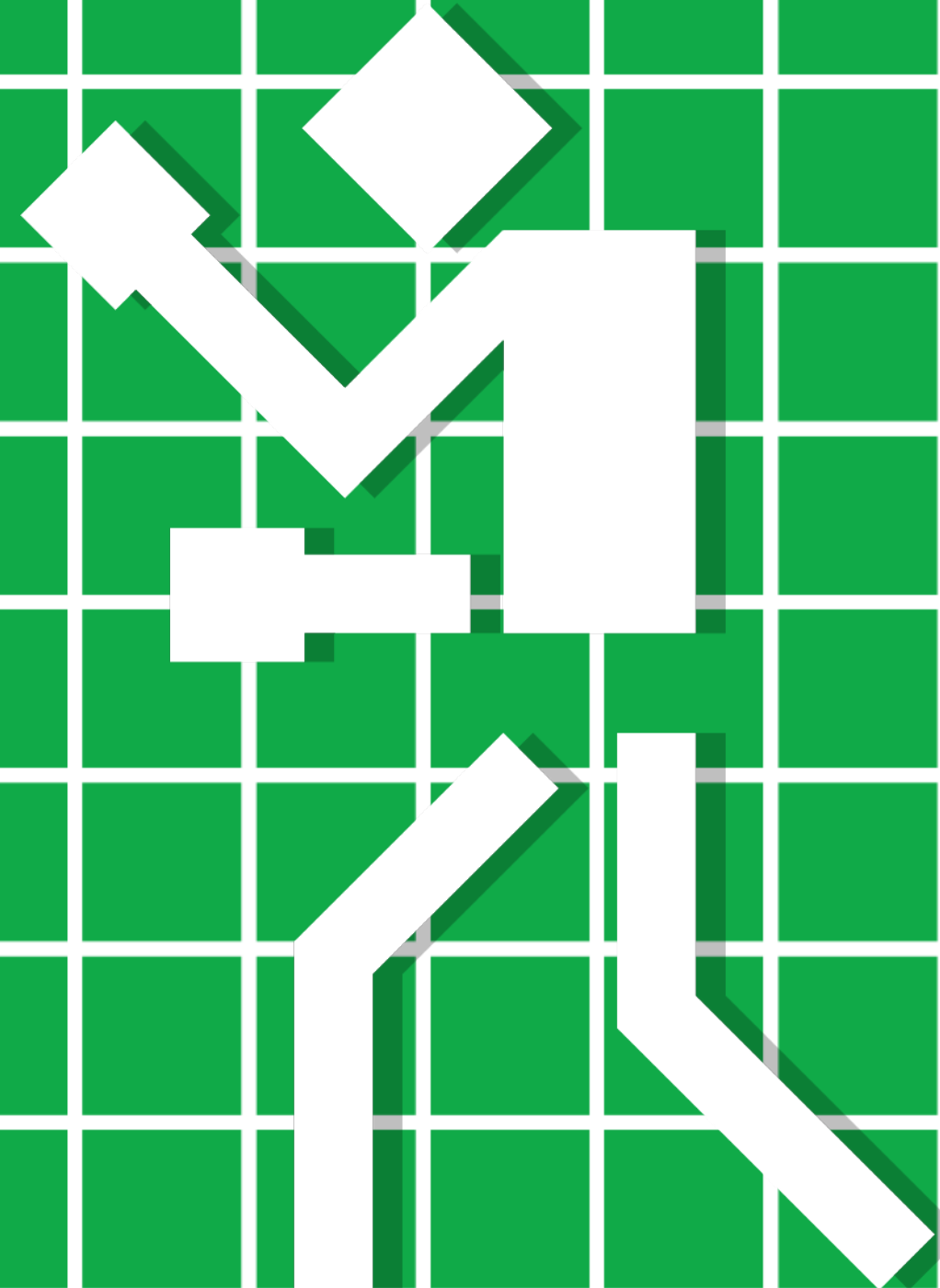
Возраст

В задачах про возраст одна величина зависит от другой через несколько лет. Система позволяет составить два условия и найти возраст каждого человека одновременно.

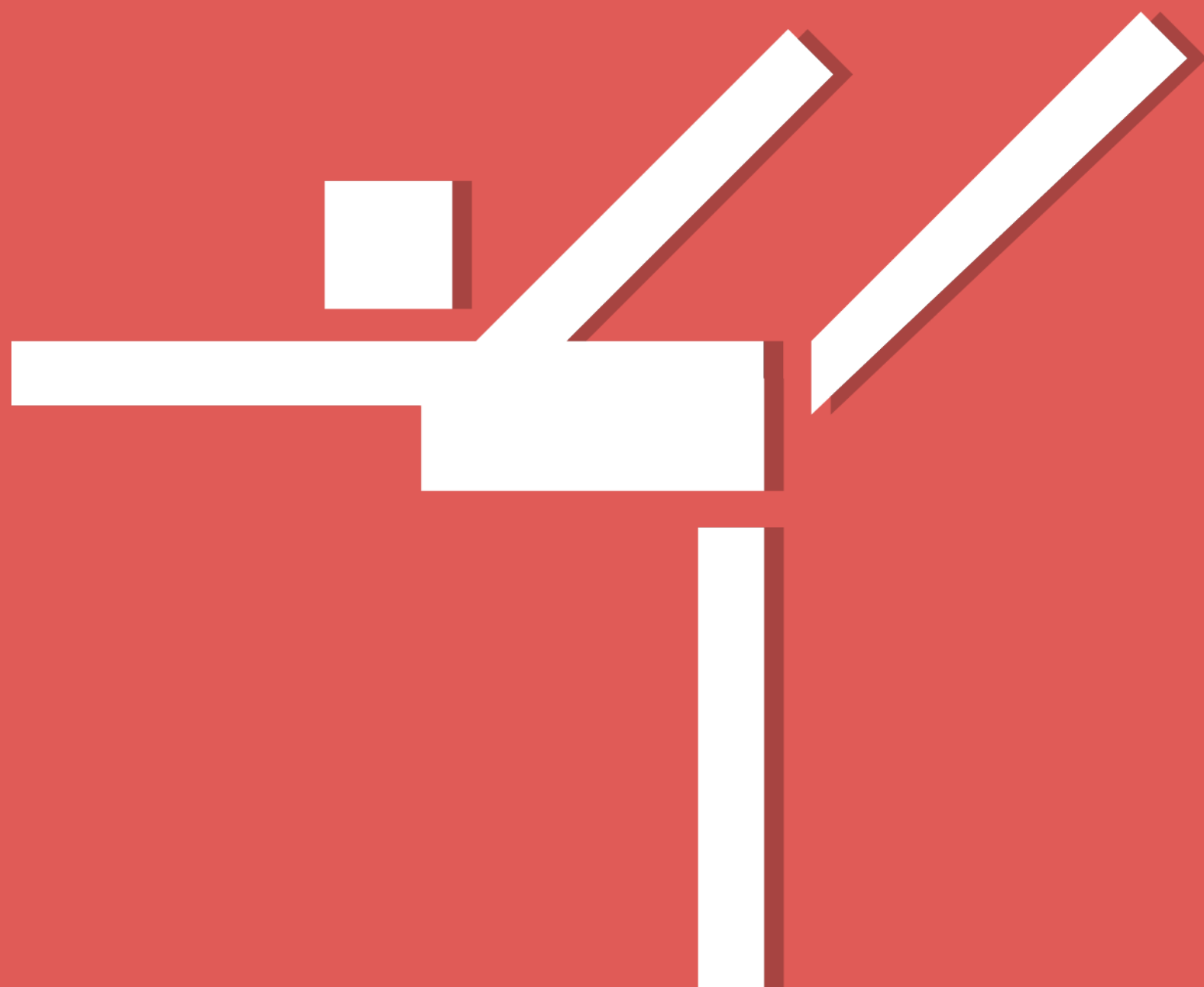


Учебные ситуации

Системы линейных уравнений встречаются и в простых школьных примерах с числами. Они учат переводить текст задачи в уравнения и работать с точными связями между величинами.



Системы с бесконечно многими решениями или без решений



Бесконечно много ответов

Если после подстановки получается верное равенство, например $0=0$, оба уравнения описывают одну и ту же зависимость. Тогда подходят все пары чисел, удовлетворяющие этой зависимости.

Решений нет

Если выходит неверное равенство, например $0=5$, система противоречива. Это значит, что одно и то же значение не может одновременно удовлетворять обоим уравнениям.

Не всегда один ответ

Такие случаи показывают, что система линейных уравнений не обязана иметь единственное решение. Перед окончательным ответом важно понять, какой именно результат получился после преобразований.

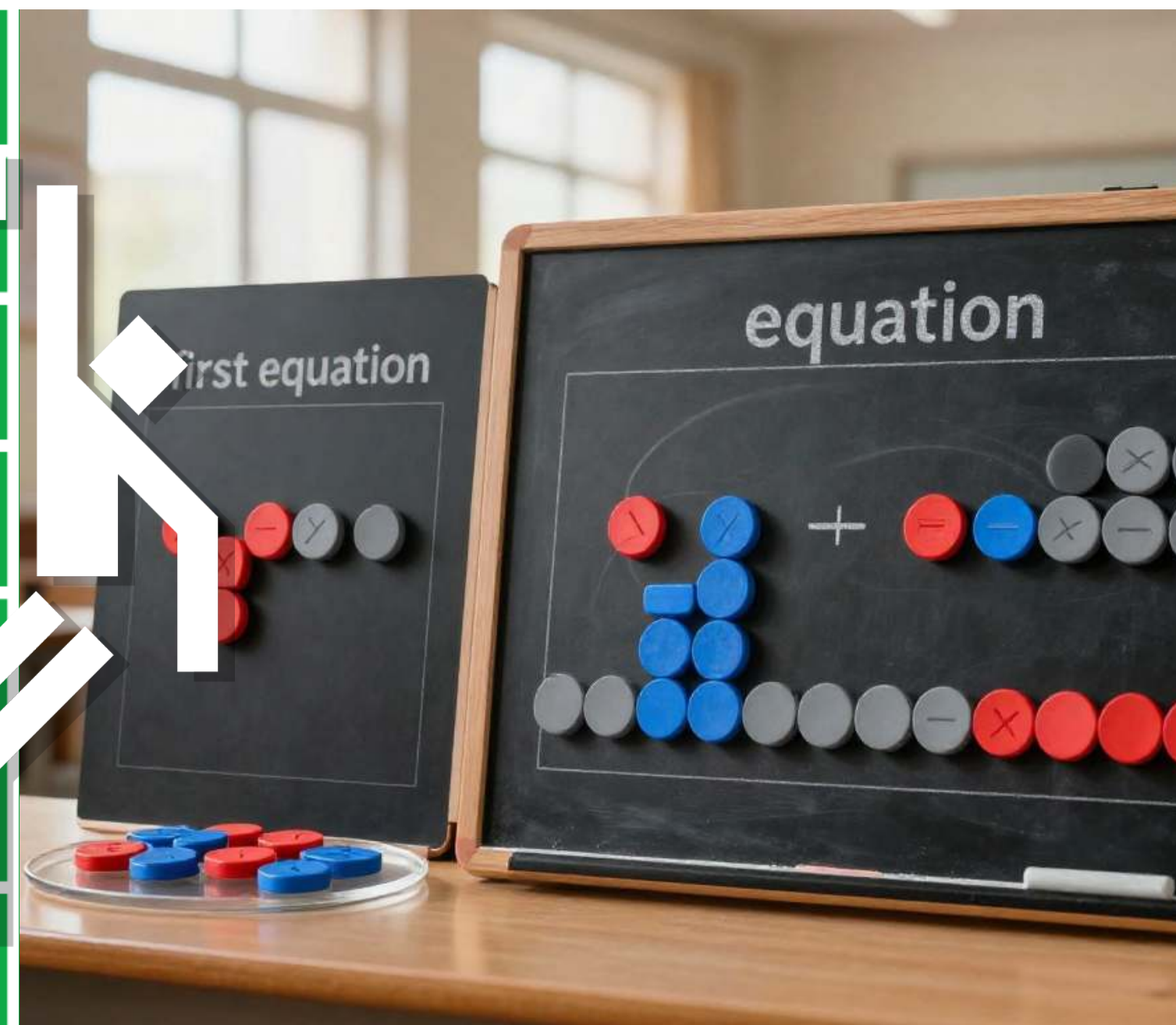
Полное решение в краткой записи

1 Подставляем y
Из первого уравнения выражаем $y=2x-1$ и подставляем это выражение во второе: $x+(2x-1)=11$. Так система сводится к одному уравнению с одной переменной.

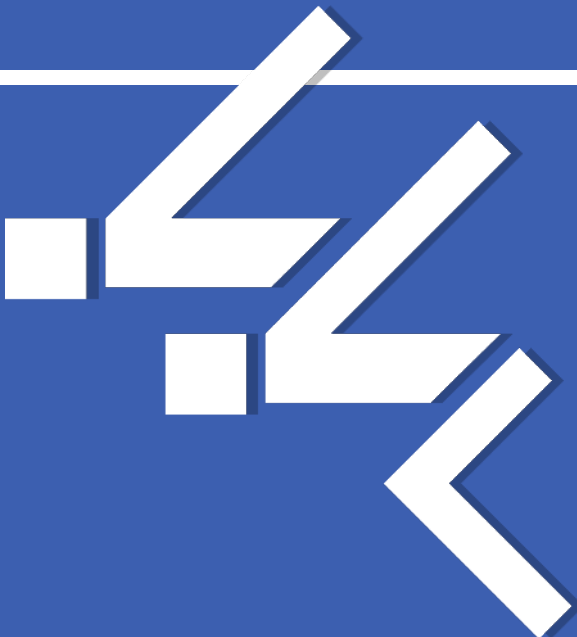
2 Находим x
Приводим подобные слагаемые: $3x-1=11$, затем $3x=12$. Делим обе части на 3 и получаем $x=4$. Этот шаг использует обычные правила решения линейных уравнений.

3 Находим y
Теперь подставляем $x=4$ в выражение $y=2x-1$. Получаем $y=7$. Важно не перепутать порядок действий и аккуратно записать оба значения до ответа.

4 Записываем ответ
Ответ оформляют парой чисел: $(4; 7)$. Такой вид записи показывает, что найдено именно совместное решение двух уравнений, а не отдельное значение одной переменной.



Самые частые ошибки при решении



Скобки и знаки
При подстановке часто забывают скобки или неверно переносят слагаемое через знак равенства. Из-за этого меняется смысл выражения, и всё решение становится неправильным.

Деление и вычисления
Ещё одна частая ошибка — неверно разделить уравнение на коэффициент или ошибиться в сложении и вычитании. Даже маленькая вычислительная неточность даёт неправильный ответ.

Слишком сложное выражение
Иногда выбирают неудобную переменную для выражения, хотя можно было записать более короткое и понятное выражение. Это увеличивает риск ошибки и замедляет решение.

Пропуск проверки
Если не подставить найденную пару в оба уравнения, можно не заметить ошибку. Проверка помогает убедиться, что решение действительно подходит всей системе.

Метод подстановки: короткий путь к решению системы

Метод подстановки помогает превратить две связанные записи в одно понятное уравнение и найти ответ шаг за шагом. Если быть внимательным к знакам и обязательно проверять результат, решение получится точным и понятным.

