



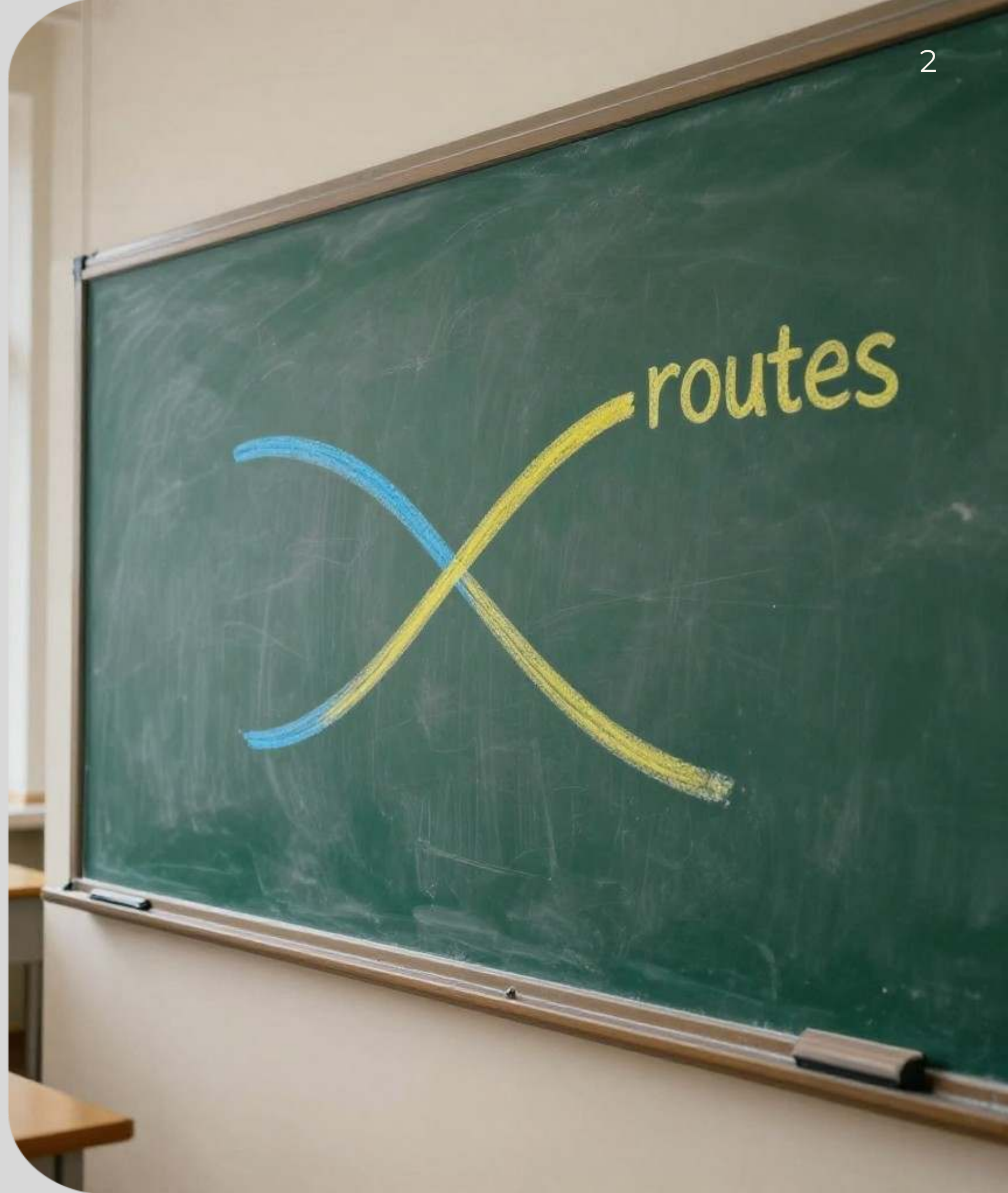
Решение задач с помощью систем уравнений

Научимся находить два неизвестных
по условиям задачи.



Где в 7 классе встречаются системы уравнений

Системы уравнений переводят текст задачи на язык алгебры. Их применяют, когда нужно одновременно найти количество и цену, два числа, возраст или скорость и время по двум связанным условиям.



Для двух переменных важно найти пару значений, которая подходит обоим уравнениям одновременно.

2

неизвестных обычно достаточно, чтобы задача стала системой.

Определение из школьного курса алгебры

Когда задача приводит к системе

1

Сумма и разность

Если по условию известно, что два числа в сумме дают одно значение, а в разности — другое, удобно ввести две переменные и составить два уравнения.

2

Покупки и стоимость

Когда известны общая стоимость нескольких предметов и разница в цене, можно обозначить количество или цену буквами и получить систему из двух равенств.

3

Возраст людей

Если сказано, сколько лет двум людям вместе и каков возрастной разрыв между ними, задача естественно сводится к системе уравнений с двумя неизвестными.

4

Движение и время

В задачах на движение система возникает, если нужно связать расстояние, скорость и время для двух объектов, используя два отдельных условия из текста.

Основные способы решения системы

Три школьных способа решения отличаются тем, как именно устраняется или визуализируется неизвестное.

Подстановка и сложение чаще дают точный ответ, а графический способ помогает понять смысл решения.

Способ	Суть	Когда удобен
Подстановка	Выражают одну переменную	Если она уже выделена
Сложение	Убирают переменную	При равных коэффициентах
Графический	Ищут пересечение прямых	Для наглядности

Алгоритм решения текстовой задачи

01 **Выбрать неизвестные**

Сначала определяют, какие величины нужно найти, и обозначают их буквами. Важно сразу договориться, что именно означает каждая переменная.

02 **Составить первое уравнение**

По одному условию записывают математическую связь между выбранными величинами. Уравнение должно точно отражать смысл текста, без лишних предположений.

03 **Составить второе уравнение**

По второму условию строят ещё одно равенство с теми же неизвестными. Вместе два уравнения образуют систему, которую можно решать.

04 **Найти значения переменных**

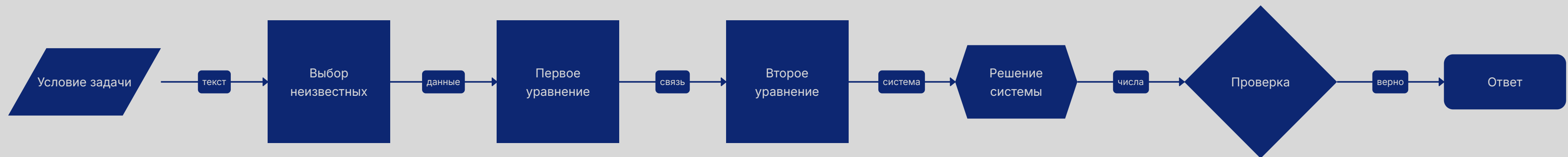
После решения системы получают числа, которые удовлетворяют обоим уравнениям. Это и есть искомые значения неизвестных.

05 **Проверить и записать ответ**

Найденные числа подставляют в исходные условия и убеждаются, что всё верно. Затем ответ записывают словами и обязательно с единицами измерения.

Путь от условия задачи к ответу

Последовательность действий показывает переход от текста задачи к математической записи и обратно.



Как правильно обозначать неизвестные



Смысл важнее буквы

Переменные нужно выбирать так, чтобы они сразу отражали величины из задачи. Тогда легче не перепутать количество, цену, возраст или скорость при составлении уравнений.

Одна буква — одна величина

Если x обозначает количество тетрадей, то везде в решении оно должно означать только это. Смешивать разные величины под одной буквой нельзя.

Пример с жизненными задачами

Удобно писать: x — количество, y — цена; x — младший возраст, y — старший возраст; x — скорость первого, y — скорость второго. Такие обозначения делают решение понятным.

Метод подстановки

1

Выразить переменную

Сначала из одного уравнения выражают одну переменную через другую. Часто это получается быстро, если коэффициент у переменной равен 1 или уже почти так.

2

Подставить во второе уравнение

Полученное выражение заменяют во втором уравнении. Тогда система превращается в одно уравнение с одной неизвестной, которое легче решить.

3

Найти вторую переменную

После вычислений получают значение одной переменной. Затем его подставляют в формулу, найденную раньше, и находят вторую переменную.

4

Проверить результат

Обе найденные величины подставляют в исходные уравнения и убеждаются, что равенства выполняются. Это помогает избежать ошибки в вычислениях.

Метод сложения

01

Сделать коэффициенты удобными

Сначала смотрят, можно ли сразу сложить или вычесть уравнения так, чтобы одна переменная исчезла. Если нет, уравнения умножают на подходящие числа.

02

Сложить или вычесть

После преобразования у одной переменной появляются одинаковые или противоположные коэффициенты. Тогда её можно убрать, выполнив сложение или вычитание уравнений.

03

Решить полученное уравнение

Когда остаётся одно уравнение с одной переменной, его решают обычным способом. Затем находят вторую переменную, подставив найденное значение обратно.

04

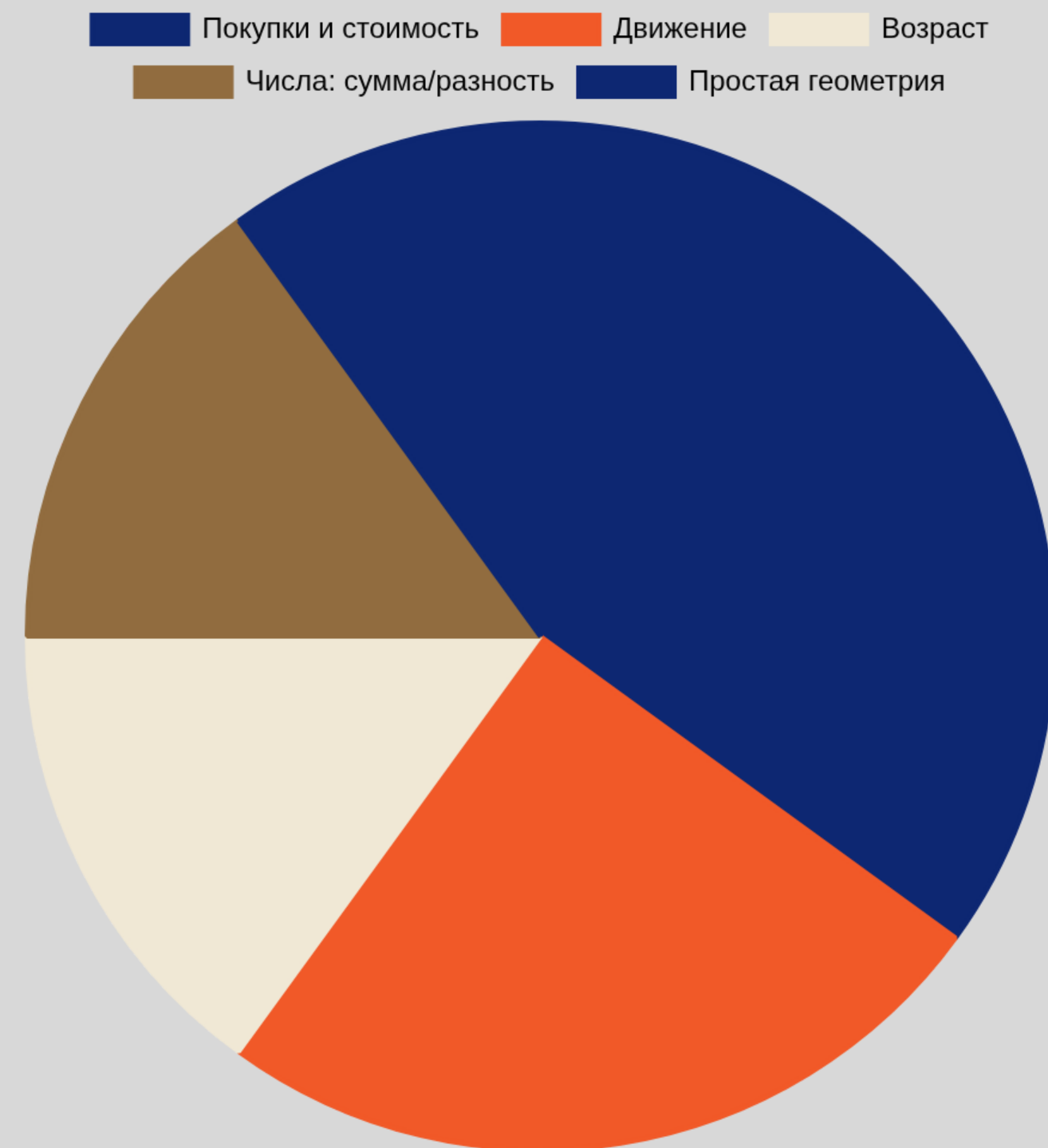
Убедиться в правильности

Нужно проверить, что оба исходных уравнения выполняются одновременно. Это особенно важно, если при преобразованиях были умножения и вычитания.

Какие задачи чаще всего решают с помощью систем

Чаще всего системы помогают в задачах, где нужно связать два показателя: количество и цену, путь и время, возраст и разницу лет.

Преобладают задачи на покупки и движение: в них удобно задать два неизвестных и получить систему из двух условий.



Иллюстративное распределение по типовым задачам 7 класса, составлено по материалам урока.

Проверка решения

Сверить оба уравнения

Подставьте найденные значения в каждое уравнение системы. Если хотя бы одно равенство не выполняется, решение нужно пересмотреть, потому что пара чисел не подходит обоим условиям одновременно.

Проверить смысл задачи

Даже верные вычисления могут дать ответ, который не соответствует ситуации. Например, количество предметов, возраст или время не могут быть отрицательными, а цена должна быть реалистичной.

Сохранить единицы

В ответе важно указывать рубли, штуки, километры, минуты или годы. Без единиц измерения число теряет смысл, и непонятно, какую величину на самом деле нашли.

Оценить правдоподобие

Полезно мысленно сравнить результат с условием: не слишком ли он велик, не нарушает ли сказанные в задаче ограничения. Такая быстрая оценка помогает заметить ошибку ещё до записи ответа.

Пример задачи: тетради и ручки

Величина	Тетради	Ручки	Условие
Количество	x	y	задано
Цена	a	b	различна
Стоимость	$x \cdot a$	$y \cdot b$	$x \cdot a + y \cdot b = S$

По двум условиям можно составить систему и найти, сколько купили каждого товара.

Количество и цена обозначаются разными буквами, а стоимость выражается через их произведение. Из двух условий получается система, по которой находят обе покупки.

Типичные ошибки при решении

● Путают величины

Частая ошибка — обозначить одной буквой разные по смыслу данные или смешать количество со стоимостью. Тогда уравнения становятся неверными уже на этапе записи условия.

● Теряют знак

При переносе слагаемых ученик может забыть о минусе или неправильно изменить знак. Из-за этого даже правильно составленное уравнение превращается в ошибочное.

● Неверно составляют второе уравнение

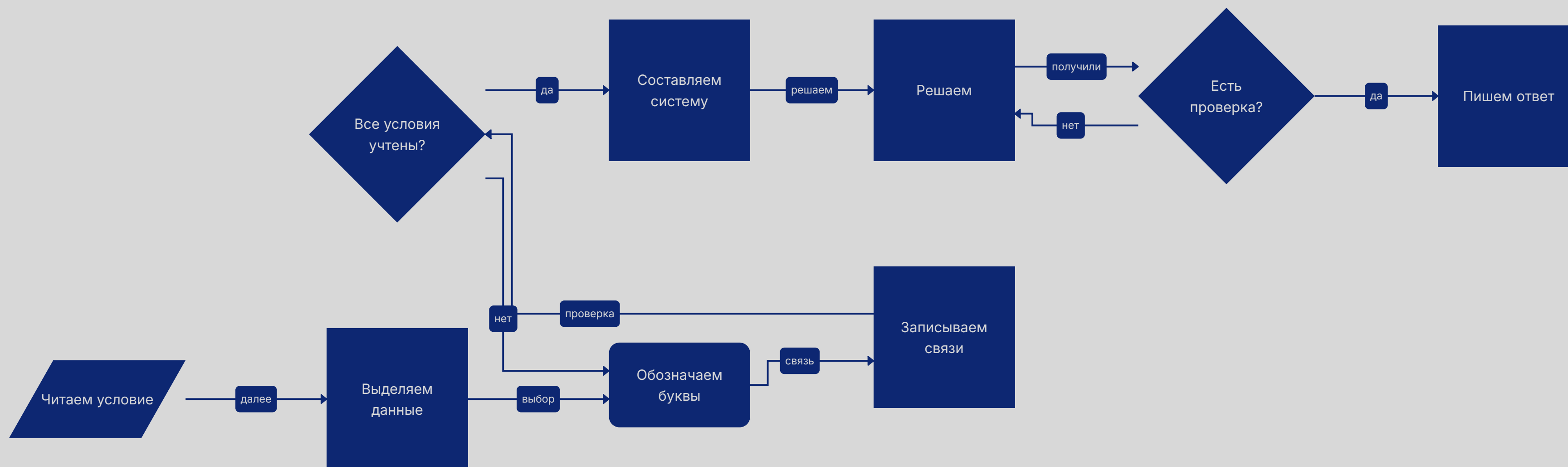
Иногда одно условие переводят на язык алгебры правильно, а второе записывают неточно. В результате система не описывает задачу полностью и даёт неправильный ответ.

● Не делают проверку

Без проверки легко не заметить лишнюю или неподходящую пару чисел. Проверка нужна, чтобы убедиться: ответ подходит и по вычислениям, и по смыслу задачи.

Пошаговая схема без ошибок

Последовательность помогает перевести текст задачи в систему уравнений и проверить ответ по смыслу.



Математика вокруг нас



Покупка в магазине

В магазине система уравнений помогает узнать, сколько купили тетрадей и ручек, если известны общая стоимость и разница в цене. Такой способ удобен, когда нужно быстро связать количество и цену в одной задаче.



Путь и время

На дороге системы встречаются в задачах о движении: один автобус едет быстрее другого, но оба прибывают по расписанию. Тогда по двум условиям находят скорость и время, не делая лишних предположений.



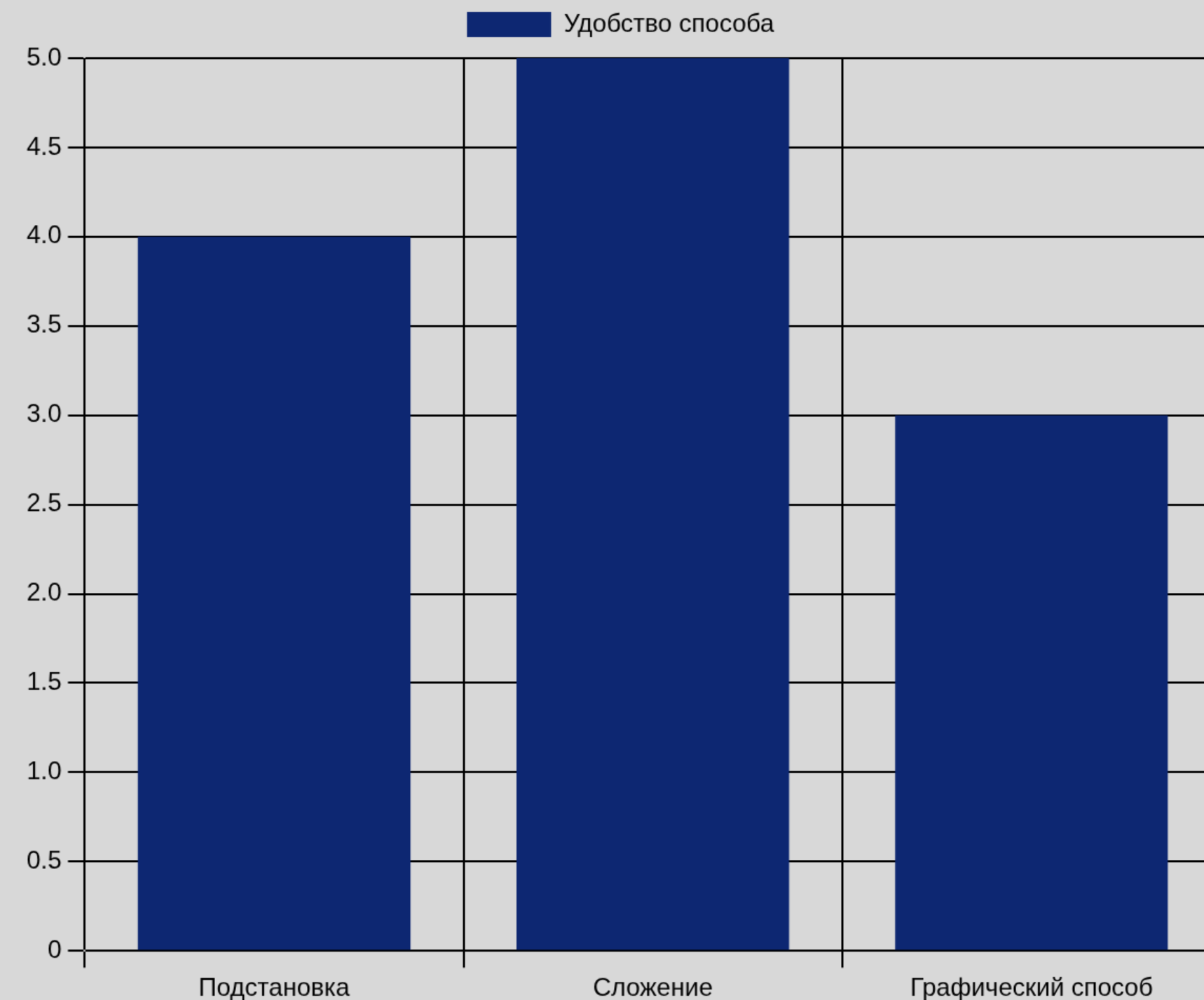
Часы и планирование

При составлении расписания тоже полезно уметь решать системы: например, если нужно распределить время между двумя делами. Здесь математика помогает сравнить длительности, увидеть ограничения и найти удобный порядок действий.

Сравнение способов решения по удобству

Оценка условная: она отражает, как часто способ бывает удобен на уроке, а не его математическую «силу».

Сложение чаще оказывается самым удобным в школьных задачах, но выбор всё равно зависит от вида уравнений и записи условия.



Иллюстративная оценка по материалам темы «Системы уравнений», 7 класс.

Как выбрать способ решения



Подстановка

Выбирайте её, если одну переменную легко выразить через другую. Тогда система быстро превращается в одно уравнение, и вычисления становятся короче и понятнее.



Сложение

Этот способ удобен, когда коэффициенты при одной переменной совпадают или легко приводятся к одинаковым по модулю. Тогда одну переменную можно убрать сразу.



Графический способ

Он полезен, если важно увидеть точку пересечения двух прямых. Способ помогает понять смысл решения, но не всегда даёт точные целые значения.

Правила записи решения

1

Связать с условием

Каждое уравнение должно отражать отдельное условие задачи. Если одно условие связано с суммой, а другое — с разностью, в записи это должно быть видно сразу.

2

Одна буква — одна величина

Одна и та же буква не должна обозначать разные объекты. Если x — количество, то оно остаётся количеством до конца решения, а не меняется на цену или возраст.

3

Писать ответ полностью

Ответ записывают словами и уточняют, что именно найдено: количество, цену, возраст, расстояние или время. Так решение становится понятным без дополнительного объяснения.

4

Сохранять единицы

Рядом с числами всегда указывают единицы измерения. Это помогает не перепутать рубли с штуками, километры с минутами и делает ответ аккуратным и точным.

Системы уравнений: точный путь к ответу

Системы уравнений помогают превратить текст задачи в точное решение без догадок. Достаточно правильно выбрать неизвестные, составить два уравнения и обязательно проверить найденный ответ.