

File Edit Search Help

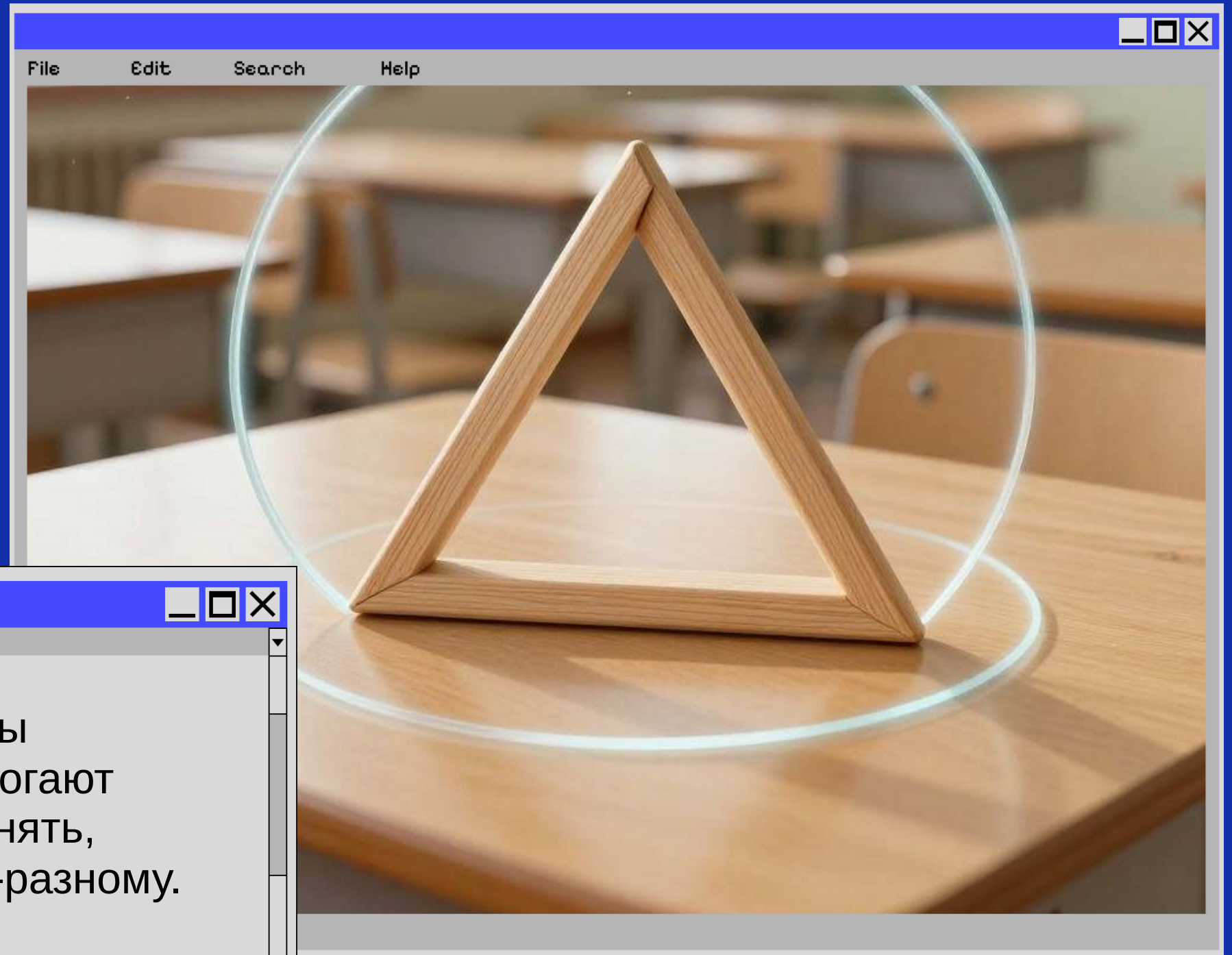
# Описанная и вписанная окружности треугольника

Две окружности — два ключа к свойствам треугольника.

Ok

# Как окружности помогают понять треугольник

Ok



Описанная и вписанная окружности связаны с особыми линиями треугольника. Они помогают находить центры, строить чертежи и объяснять, почему точки внутри фигуры ведут себя по-разному.

# Описанная окружность: определение

1

## Через вершины

Описанная окружность проходит через все три вершины треугольника. Поэтому она позволяет связать окружность не с одной стороной, а сразу со всей фигурой и её вершинами.

2

## Центр окружности

Точка, равноудалённая от всех вершин, называется центром описанной окружности. От неё до каждой вершины можно провести одинаковый радиус, что удобно для построений и проверок.

3

## Где применяется

Такую окружность можно построить для любого треугольника. Она часто используется в задачах на построение, измерение и доказательство, особенно когда нужно найти равные расстояния.



# Как находят центр описанной окружности

Ok

## 1. Выбирают стороны

Сначала на чертеже выбирают две стороны треугольника, к которым будет удобно построить серединные перпендикуляры.



## 2. Строят перпендикуляры

Затем проводят серединные перпендикуляры к этим сторонам. Их пересечение указывает положение центра описанной окружности.

## 3. Проверяют расстояния

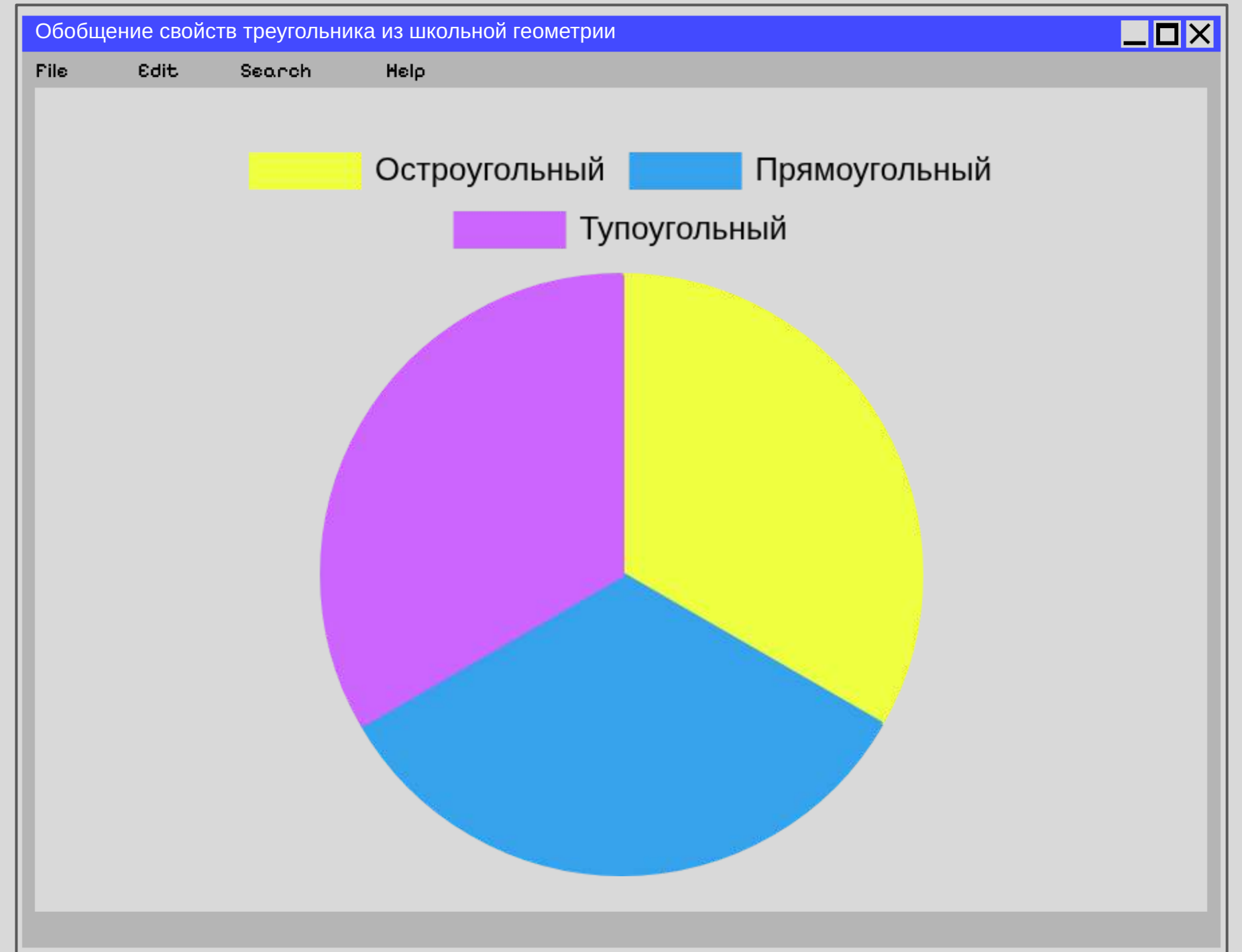
От найденной точки до всех вершин должны получаться одинаковые расстояния. После этого можно провести окружность через три вершины.



# Положение центра описанной окружности в разных треугольниках

Положение центра зависит от вида треугольника и помогает быстро определить его тип на чертеже.

Во всех трёх случаях центр ведёт себя по-разному: внутри, на стороне или вне треугольника.



# Радиус описанной окружности

## 1 Обозначение R

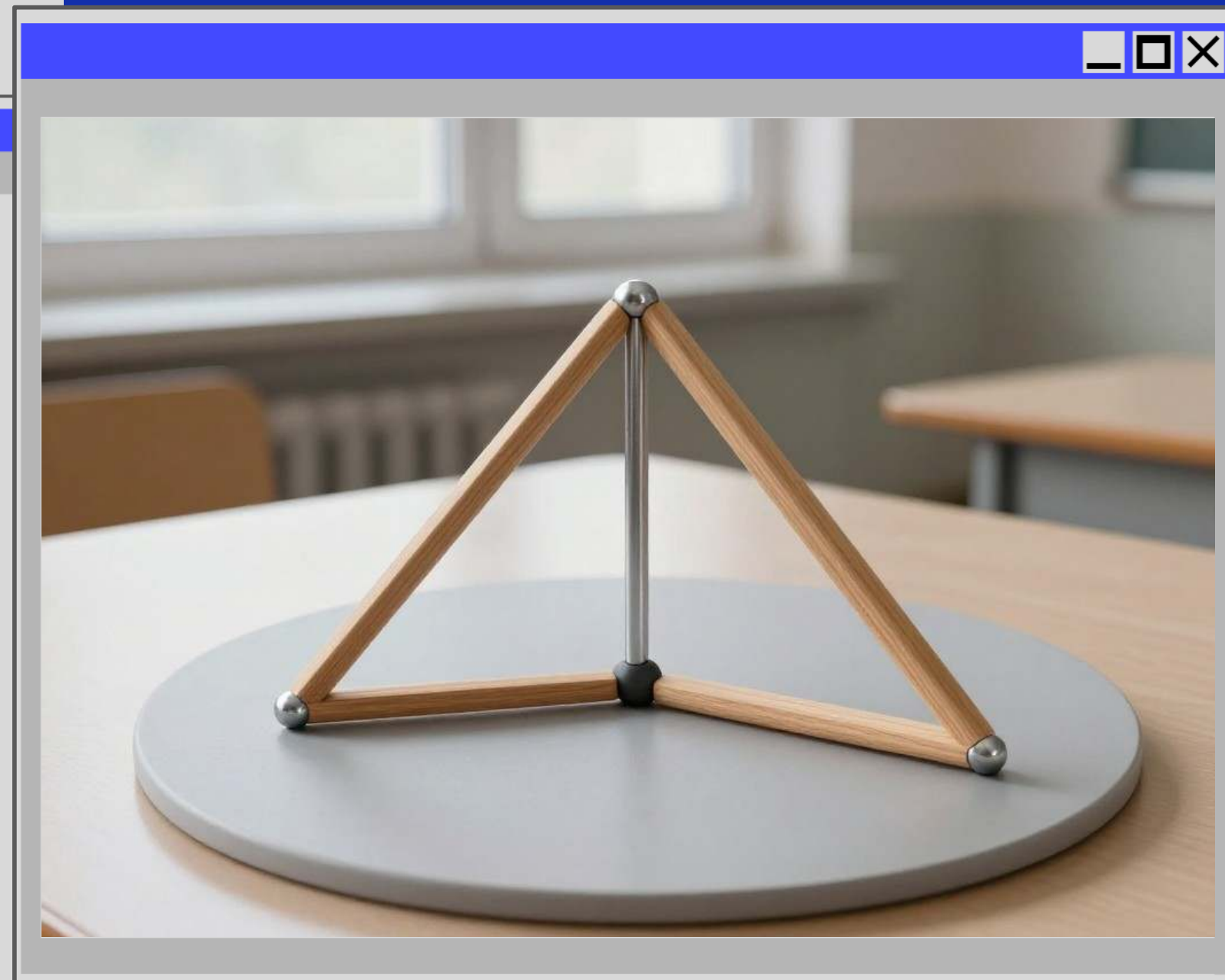
Радиус описанной окружности обозначают буквой R. Это расстояние от центра окружности до любой вершины треугольника, поэтому все такие отрезки на чертеже равны.

## 2 Прямоугольный случай

В прямоугольном треугольнике радиус описанной окружности равен половине гипотенузы. Это свойство часто помогает быстро находить неизвестные элементы по готовому чертежу.

## 3 Связь с площадью

Для любого треугольника площадь выражается формулой  $S = abc / 4R$ . Она показывает, как связаны стороны треугольника, его площадь и радиус описанной окружности.



# Вписанная окружность: определение

## Касание сторон

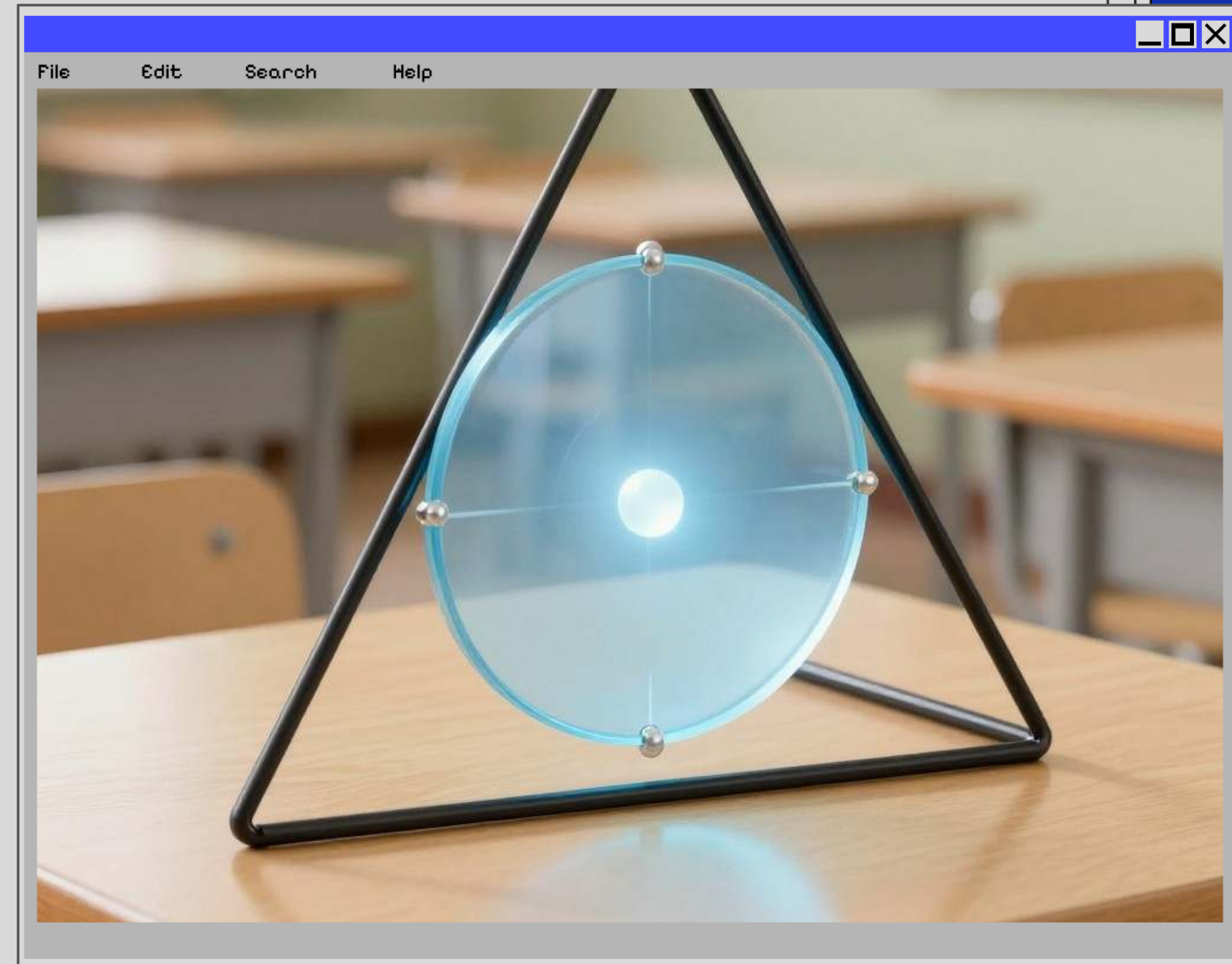
Вписанная окружность касается всех трёх сторон треугольника. Она как бы помещается внутрь фигуры так, чтобы каждая сторона соприкасалась с ней в одной точке.

## Центр внутри треугольника

Её центр называют инцентром. Эта точка всегда находится внутри треугольника и одинаково удалена от всех его сторон, что удобно при построениях.

## Равные перпендикуляры

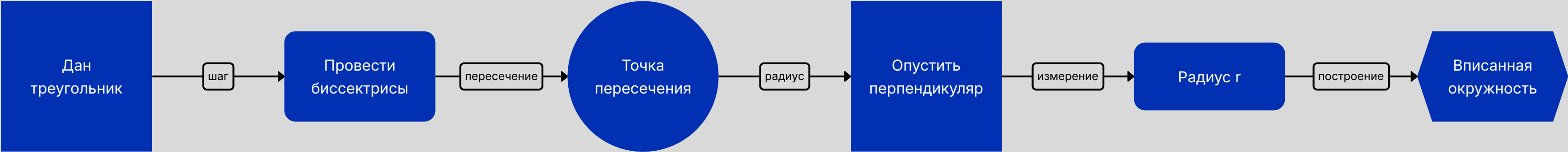
От инцентра до каждой стороны можно опустить перпендикуляр одинаковой длины. Эти равные расстояния и определяют радиус вписанной окружности.



# Как построить вписанную окружность

Последовательность построения основана на биссектрисах углов треугольника.

Ok



# Радиус вписанной окружности

1

## Обозначение $r$

Радиус вписанной окружности обозначают буквой  $r$ . Он показывает расстояние от центра окружности до любой стороны треугольника, поэтому на чертеже все такие отрезки равны.

2

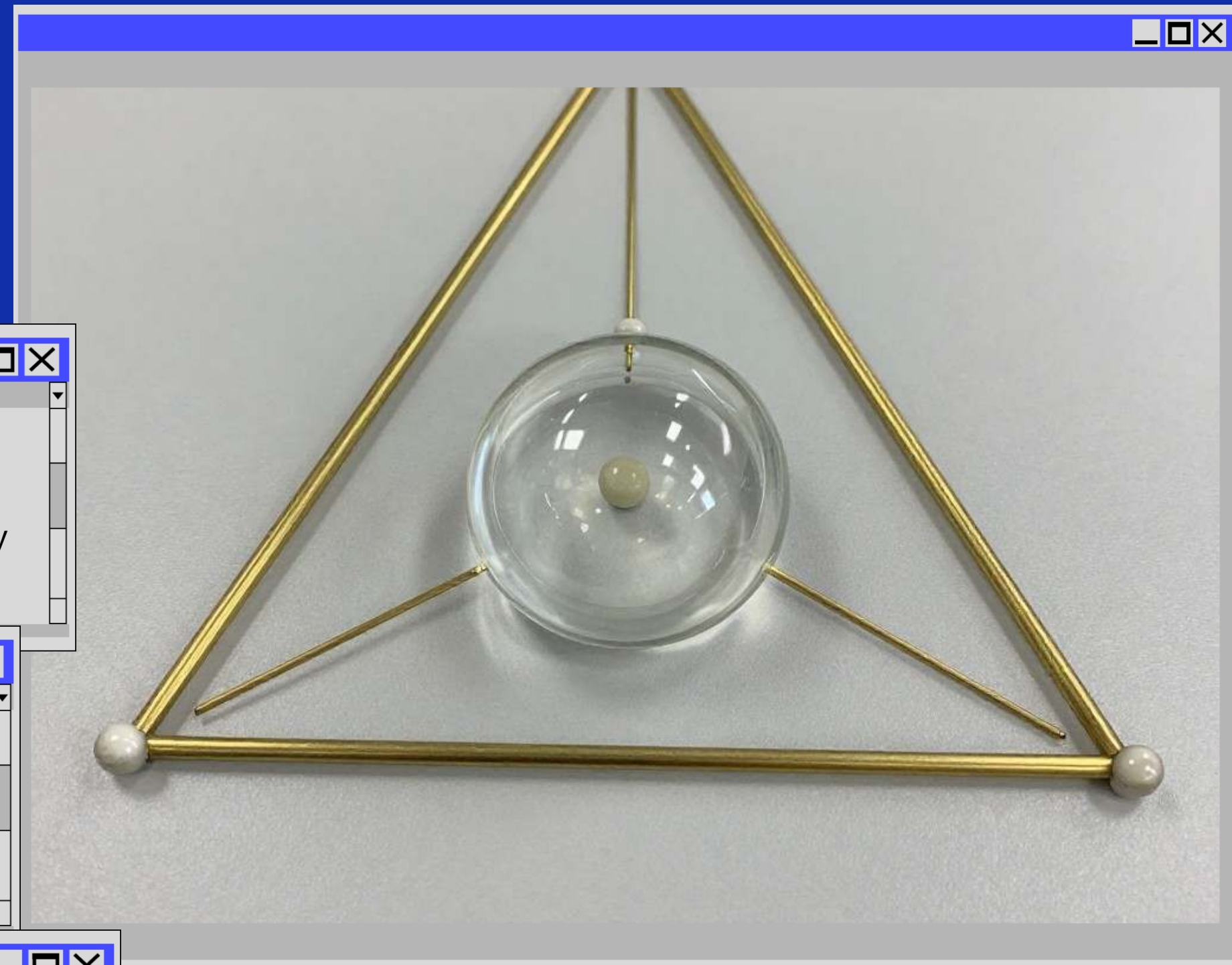
## Связь с площадью

Площадь треугольника можно найти по формуле  $S = pr$ , где  $p$  — полупериметр. Эта запись связывает площадь с длиной сторон и радиусом вписанной окружности.

3

## Зачем нужна формула

Формула помогает находить неизвестные величины, если известны стороны или площадь. В задачах она особенно полезна, когда нужно проверить ответ или вычислить радиус.



# Сравнение описанной и вписанной окружностей

Таблица показывает, чем отличаются две важные окружности треугольника и какие свойства их объединяют.

Описанная окружность связана с вершинами, а вписанная — со сторонами. Их радиусы помогают связывать чертёж с формулами площади.

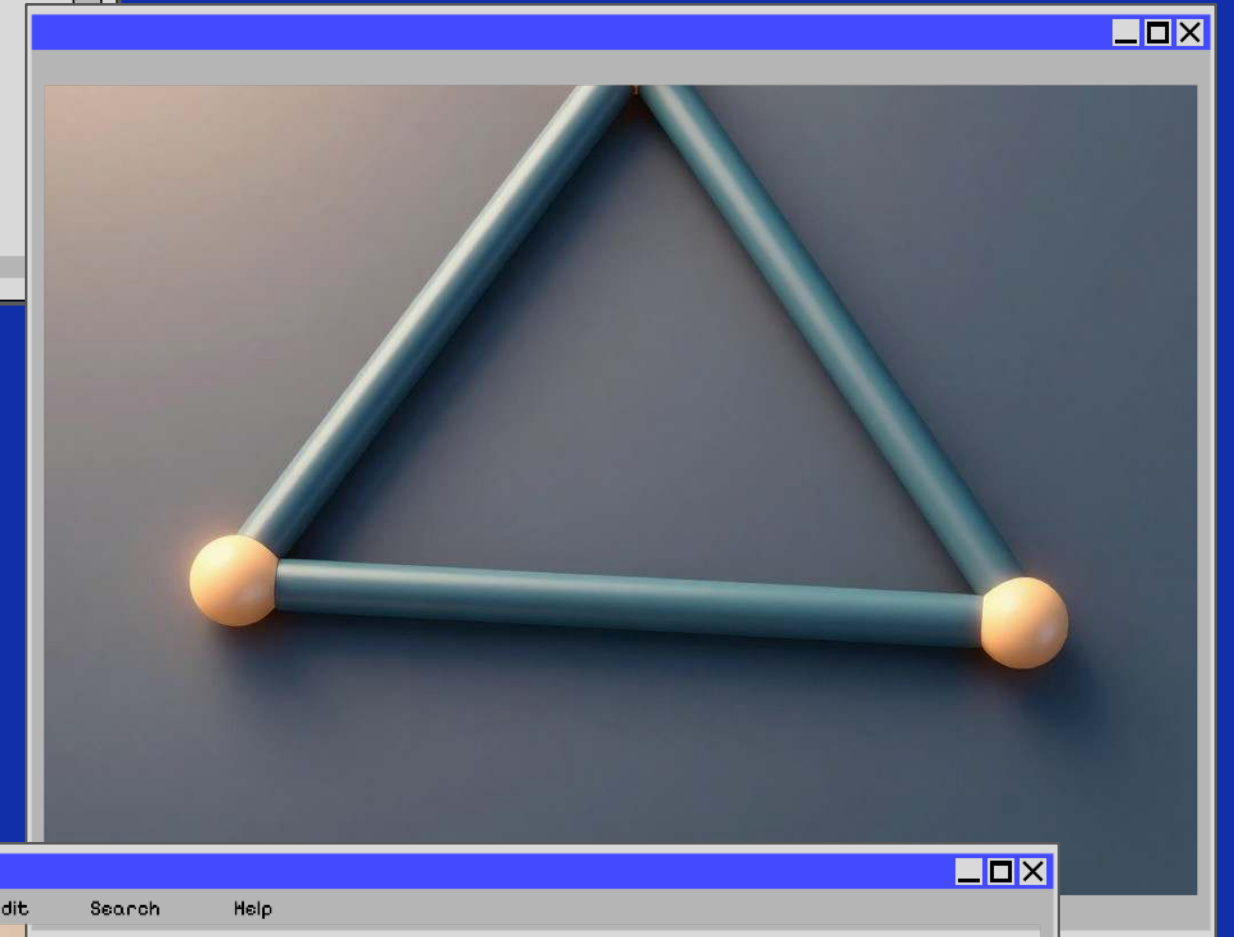
| Школьная геометрия: свойства треугольника и окружностей |                 |                 |
|---------------------------------------------------------|-----------------|-----------------|
| File Edit Search Help                                   |                 |                 |
| Признак                                                 | Описанная       | Вписанная       |
| Связь                                                   | через вершины   | касается сторон |
| Центр                                                   | центр описанной | инцентр         |
| Радиус                                                  | R               | r               |
| Площадь                                                 | $S = abc / 4R$  | $S = pr$        |

# Треугольник и две особые точки

## На одном чертеже

На рисунке один треугольник соединяет сразу несколько важных построений: стороны, вершины, серединные перпендикуляры и биссектрисы. В центре внимания — две точки, каждая из которых имеет своё особое свойство и свою окружность.

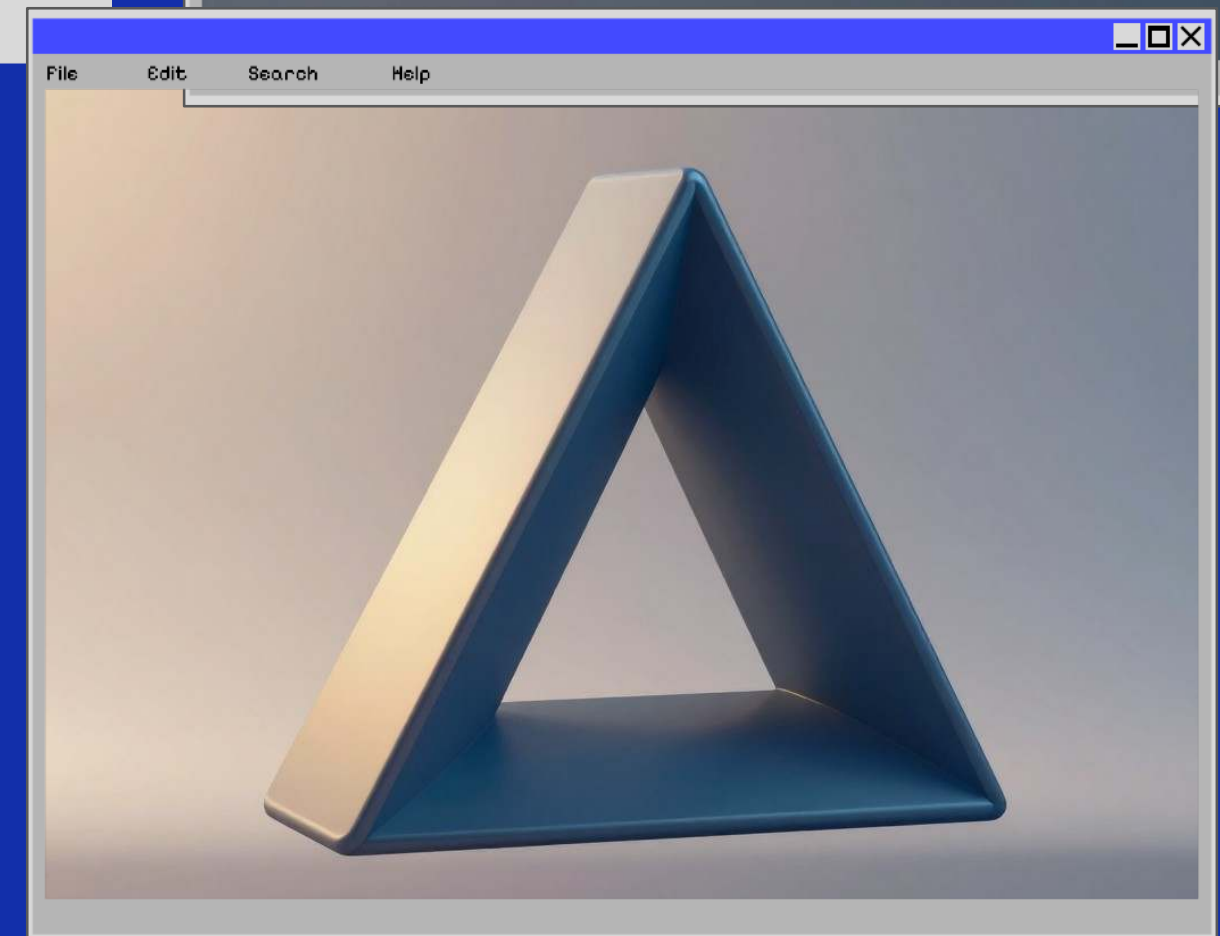
Ok



## Два разных равенства

Точка пересечения серединных перпендикуляров показывает, что расстояния до всех вершин одинаковы. Точка пересечения биссектрис даёт другое равенство: расстояния до сторон равны. Именно поэтому на схеме удобно видеть две разные идеи одновременно.

Ok



# Особый случай: прямоугольный треугольник

## 1 Главная особенность

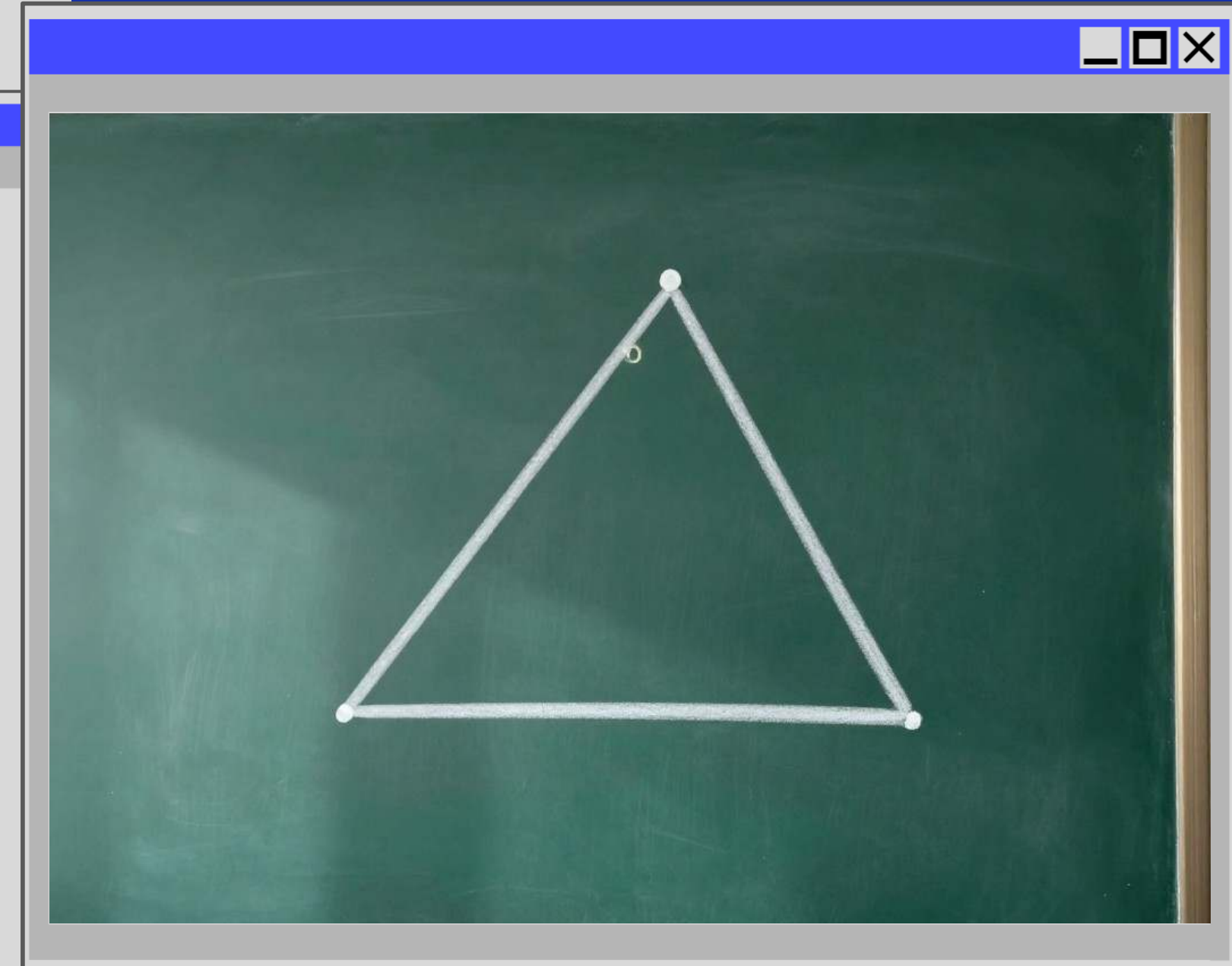
В прямоугольном треугольнике центр описанной окружности находится на середине гипотенузы. Это удобно помнить: именно эта точка одинаково удалена от всех трёх вершин и служит центром окружности.

## 2 Что происходит с вписанной окружностью

Вписанная окружность тоже строится без исключений. Её центр находится там, где пересекаются биссектрисы углов, а сам круг касается обеих катетов и гипотенузы.

## 3 Где это помогает

Такое свойство часто используют в школьных построениях и задачах на доказательство. По чертежу легко проверить, правильно ли найдена середина гипотенузы и верно ли построены биссектрисы углов.



# Сравнение радиусов и площадей на примерах треугольников

На диаграмме показаны учебные примеры, где значения можно сопоставить по высоте столбцов и быстрее увидеть различия между треугольниками.

В примерах радиус описанной окружности больше радиуса вписанной, а увеличение площади сопровождается изменением обоих радиусов.



# Почему работают биссектрисы и серединные перпендикуляры

## Свойство биссектрисы

Биссектриса делит угол на две равные части, поэтому любая точка на ней одинаково удалена от его сторон. Это и позволяет найти центр вписанной окружности через пересечение биссектрис.

## Свойство перпендикуляра

Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка и содержит точки, равноудалённые от его концов. Именно так находят центр описанной окружности, когда работают с вершинами треугольника.

## Почему это удобно

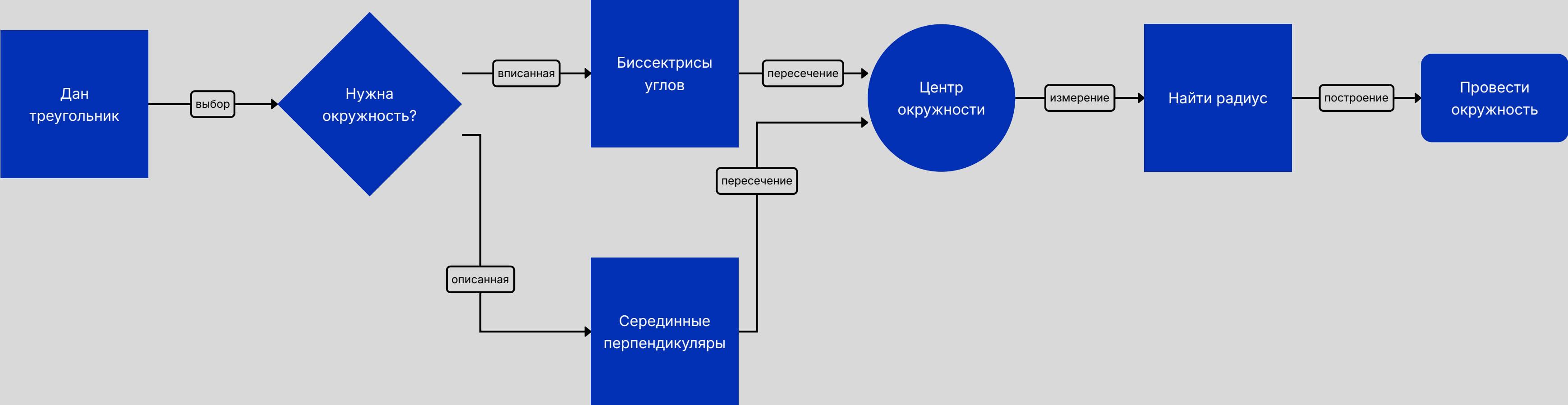
Оба построения опираются не на случайное измерение, а на точные геометрические свойства. Поэтому они надёжно работают в любых задачах, где нужно определить центр окружности по чертежу.



# Как строят описанную и вписанную окружности

Последовательность построения основана на равенстве расстояний и выборе нужного типа окружности.

Ok



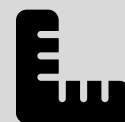
# Задачи, где используются эти окружности



## Построения по чертежу

В таких заданиях нужно аккуратно провести нужные линии, найти центр окружности и проверить, верно ли он расположен относительно вершин или сторон треугольника.

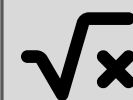
Ok



## Нахождение радиуса

По известным сторонам или по готовому рисунку можно определить радиус  $R$  или  $r$ . Это тренирует внимание к условиям задачи и умение использовать геометрические формулы.

Ok



## Доказательство свойств

Окружности часто встречаются в доказательствах равенства отрезков, углов и расстояний. Здесь важно понимать, почему центр окружности имеет именно такое положение.

Ok



## Работа с видами треугольников

Задачи на остроугольный, прямоугольный и тупоугольный треугольники помогают сравнивать расположение центров и лучше видеть связь между формой треугольника и его окружностями.

Ok

# Формулы, которые важно запомнить

| Случай        | Формула        | Что значит     |
|---------------|----------------|----------------|
| Описанная     | $S = abc / 4R$ | Площадь и R    |
| Вписанная     | $S = pr$       | Площадь и r    |
| Прямоугольный | $R = c / 2$    | c — гипотенуза |

Таблица помогает быстро увидеть, какие формулы связаны с каждой окружностью и как они используют площадь треугольника.

Все три записи связывают окружности с площадью или стороной треугольника и помогают находить неизвестные величины по данным задачи.

# Типичные ошибки при работе с окружностями

## Путают центры

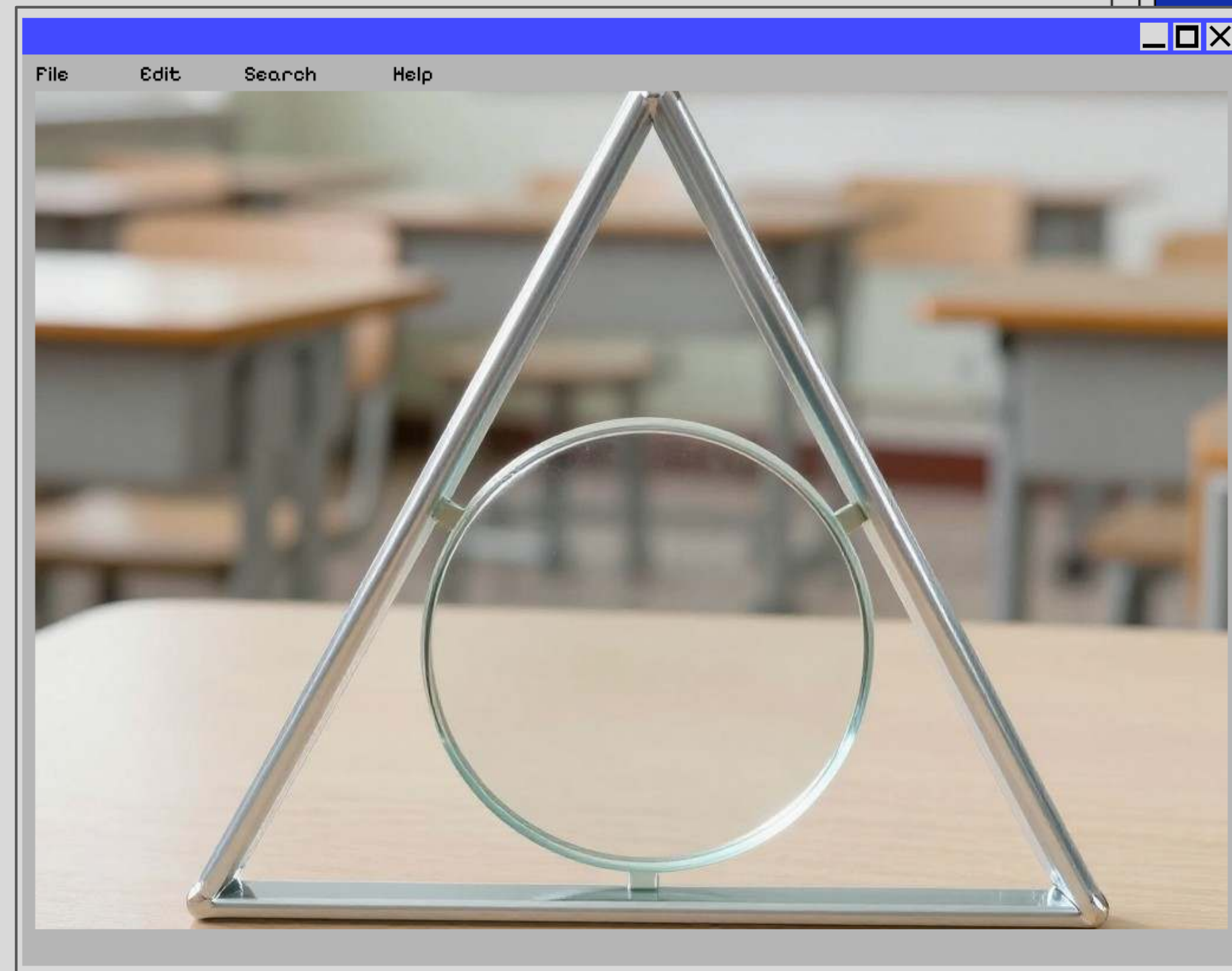
Часто забывают, что центр описанной окружности и центр вписанной окружности находятся по разным построениям. Первый связан с вершинами, второй — со сторонами треугольника.

## Смешивают линии построения

Ещё одна ошибка — принять биссектрису за серединный перпендикуляр. Эти линии выглядят по-разному и выполняют разные функции, поэтому их нужно различать уже на чертеже.

## Неверно определяют положение

Иногда считают, что описанная окружность всегда находится внутри треугольника. Это верно только для остроугольного случая, а в тупоугольном центре оказывается вне фигуры.



# Проверка построения на чертеже



## Как проверить описанную окружность

После построения важно убедиться, что окружность проходит через все три вершины треугольника. Если хотя бы одна вершина не лежит на линии окружности, центр или радиус найдены неверно. На рисунке удобно отметить равные расстояния от центра до каждой вершины.

Ok



## Как проверить вписанную окружность

Для вписанной окружности проверяют касание всех трёх сторон. От центра до каждой стороны должен быть проведён перпендикуляр одинаковой длины. Подписи  $R$  и  $r$  помогают быстро понять, какая окружность изображена на чертеже.

Ok

# Главные выводы урока

Ok

Описанная и вписанная окружности связаны с разными элементами треугольника, но обе помогают точно находить центры, радиусы и площади. Эти знания пригодятся в построениях, вычислениях и доказательствах.