

Третий признак равенства треугольников

Если три стороны двух треугольников попарно равны, то треугольники равны.



Что уже известно и зачем нужен этот признак

Треугольник — одна из ключевых фигур в геометрии: у него 3 стороны, 3 угла и 3 вершины. Он считается «жёстким»: если фиксированы все три стороны, форма не меняется. Третий признак помогает доказывать равенство и решать задачи на построение.



Формулировка третьего признака

01

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, то такие треугольники равны. Сравнение идёт попарно: первой стороне соответствует первая, и так далее.

02

Соответствие сторон означает, что каждой стороне первого треугольника в том же порядке поставлена вторая сторона другого треугольника. Именно порядок делает вывод корректным.

03

Из равенства треугольников следует равенство всех соответствующих углов и других элементов: вершин, расположенных «друг напротив друга» в одинаковом порядке.

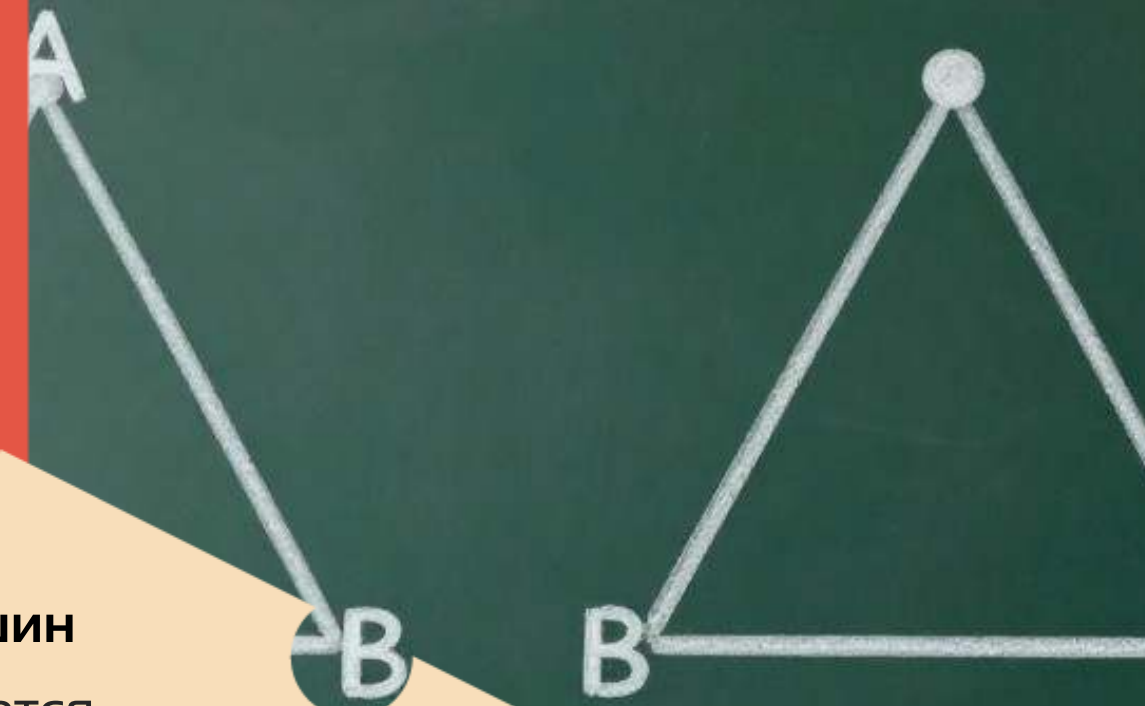
Что значит «соответственно равны»

Запись равенства сторон

Для записи равенства сторон используют обозначения: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. На рисунках равные стороны часто отмечают одинаковыми штрихами или цветом, чтобы не перепутать пары.

Сохранение соответствия вершин

При таком сравнении сохраняется соответствие вершин: $A \leftrightarrow A_1$, $B \leftrightarrow B_1$, $C \leftrightarrow C_1$. Тогда равными оказываются не только длины сторон, но и общая форма треугольников при совмещении.



Три признака равенства треугольников

Сравнивают треугольники по разным наборам данных: в одном случае нужны углы, а в третьем — только стороны.

Третий признак самый «простой» по требованиям: не нужны углы — достаточно трёх соответствующих равных сторон.

Школьная геометрия, признаки равенства треугольников (7 класс)

Признак	Что задано	Что доказывают
1-й	2 стороны и угол между ними	Равенство треугольников
2-й	1 сторона и 2 прилежащих угла	Равенство треугольников
3-й	3 стороны	Равенство треугольников

Почему треугольник определяется тремя сторонами



Фиксируются длины

Три стороны задают «каркас» треугольника: меняя одну сторону, меняется и форма. Если же все три длины совпадают, размер и очертания становятся однозначными.



Треугольники можно совместить

Возьмём два треугольника с одинаковыми тремя сторонами. Их можно совместить так, чтобы соответствующие стороны легли друг на друга без растяжений и перекоса.



Совпадают вершины

После совмещения находятся те же точки пересечения сторон, то есть совпадают соответствующие вершины. Это и показывает, что треугольники действительно одинаковы.

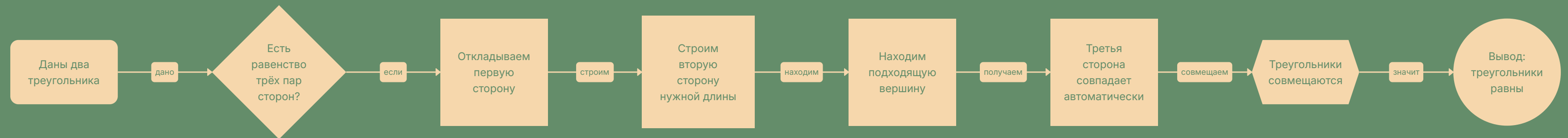


Совпадают углы

Когда стороны совпали в правильном порядке, совпадают и углы. Поэтому равенство трёх сторон автоматически ведёт к равенству всех соответствующих элементов.

Единственность треугольника по трём сторонам

Доказательство опирается на возможность построить треугольник по заданным длинам.



Как распознавать равные треугольники в задаче

01

Сначала выпишите три пары сторон, которые должны быть равны. Обычно это видно по отметкам на чертеже или по условиям задачи, где даны длины отрезков.

02

Далее проверьте, что соответствие вершин выбрано правильно: АВ должно «идти» с А1В1, а не с другой стороной, иначе вывод может стать неверным.

03

После этого примените третий признак: если три соответствующие стороны равны, то треугольники равны. Затем можно переносить равенство на остальные элементы.

04

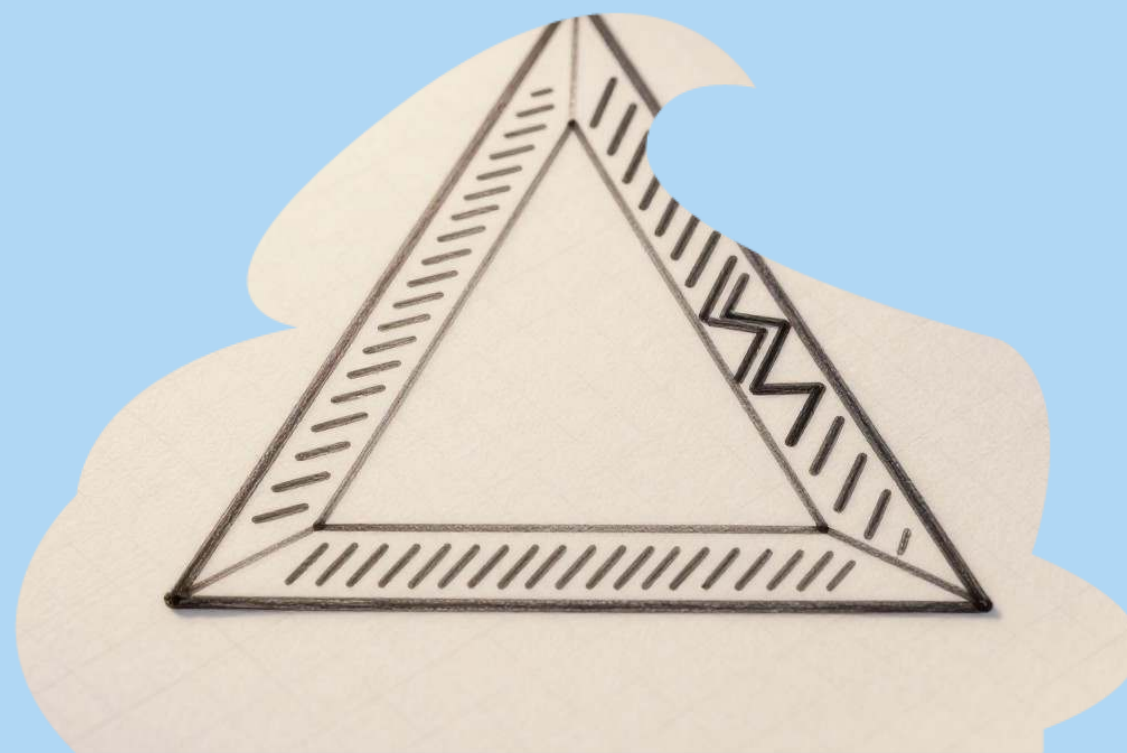
Из равенства треугольников следуют равные углы, например $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$. Это часто используется для нахождения неизвестных значений.

Пример записи равенства сторон



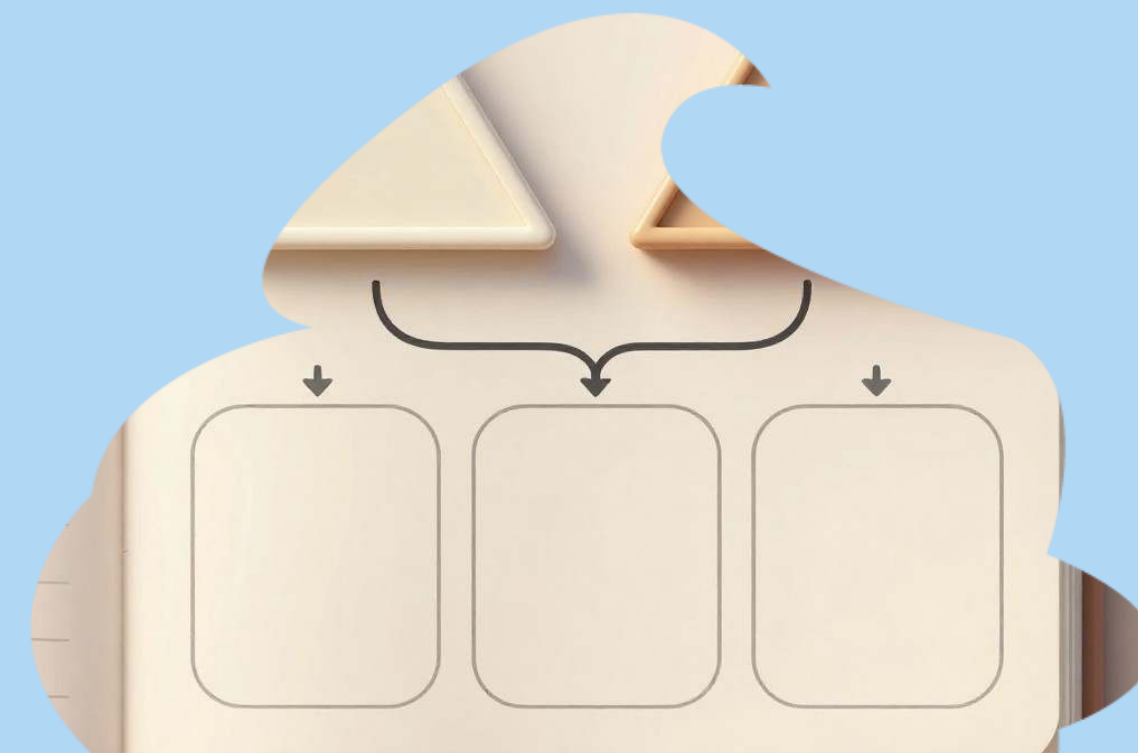
Три стороны — три пары

В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ можно записать: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Такая запись прямо показывает соответствие сторон. По этому соответствию треугольники считаются равными по трём сторонам.



Штрихи на чертеже как «подсказка»

На схеме удобно отмечать равные стороны одинаковыми штрихами или цветом. Тогда сразу видно, какие отрезки образуют пары. Это помогает не ошибиться с порядком соответствующих вершин в доказательстве.

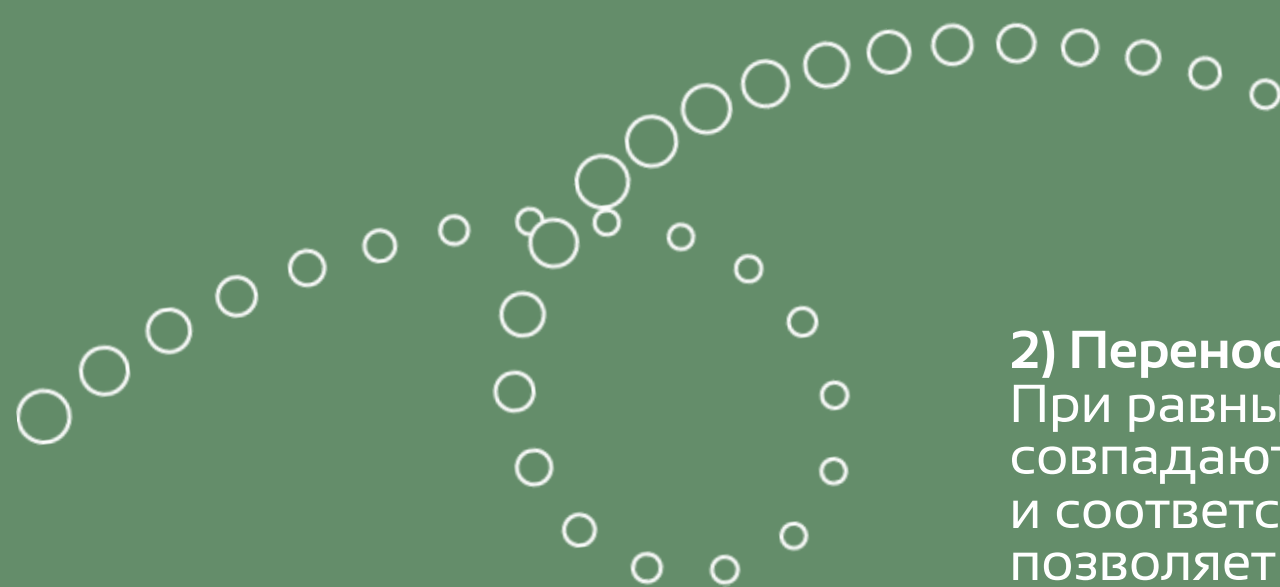


Как это выглядит в решении

Что получается после доказательства равенства



1) Устанавливаем равенство
Сначала доказывают, что у треугольников равны три соответствующие стороны. После этого можно сделать корректный вывод о равенстве треугольников.



2) Переносятся углы и стороны
При равных треугольниках совпадают соответствующие углы и соответствующие стороны. Это позволяет переходить от известных длин к неизвестным углам и длинам.



3) Сравниваем дополнительные элементы
Если проведены медианы, высоты или биссектрисы к соответствующим сторонам, их тоже можно сравнивать. В задачах это помогает находить требуемые значения.

Какие элементы сравнивают в равных треугольниках

В равных треугольниках сравнивают не только длины сторон, но и углы и периметры. Такое соответствие появляется, когда выполнены условия третьего признака: равны три пары соответствующих сторон.

Равенство трёх сторон по соответствию приводит к равенству всех соответствующих элементов: углов и периметров, а значит — треугольники можно считать полностью одинаковыми по форме и размеру.

Материал по теме «признаки равенства треугольников» (школьная геометрия, 7 класс).

Элемент	В первом треугольнике	Во втором треугольнике
Стороны	AB	A1B1
Стороны	BC	B1C1
Стороны	AC	A1C1
Углы	$\sphericalangle A$	$\sphericalangle A1$
Углы	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle B1$
Периметр	AB+BC+AC	A1B1+B1C1+A1C1

01

Частая ошибка — перепутать соответствующие вершины и стороны. Тогда равенство трёх отрезков выполняется «не в том порядке», и вывод о равенстве треугольников становится неверным.

02

Ещё одна ошибка — сравнить только две стороны и попытаться сделать вывод по третьему признаку. Двух сторон недостаточно: треугольники могут иметь разные формы и углы при одинаковых двух длинах.

03

Ошибкой считается и отсутствие проверки порядка записи. Например, $AB = A_1B_1$ само по себе не гарантирует, что BC сравнивается с A_1C_1 . Для третьего признака нужны именно три пары равных сторон с верным соответствием.

Типичные ошибки в применении признака

Построение треугольника по трём сторонам



Треугольник по трём сторонам строят с помощью линейки и циркуля. Сначала откладывают одну из сторон, например AB . Это будет основание, а его концы станут точками будущих вершин.

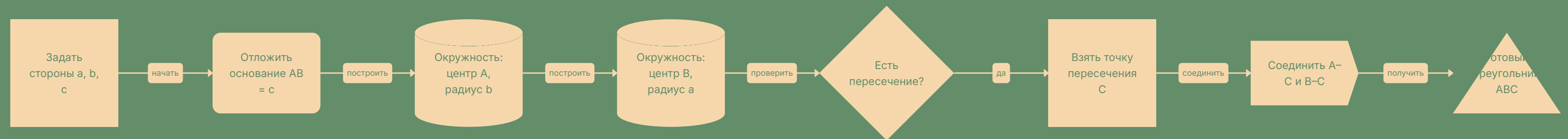


Далее из концов отрезка AB проводят дуги или окружности радиусами двух других сторон: из точки A радиусом AC , из точки B радиусом BC . Точка пересечения дуг даёт третью вершину C , и треугольник получается единственным.



Последовательность построения

Построение треугольника по трём сторонам (циркуль и линейка)



Почему треугольник называют жёсткой фигурой



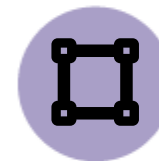
Три стороны фиксируют форму

Если заданы длины всех трёх сторон, треугольник уже не «растягивается» и не меняет очертаний: положение вершин определяется однозначно при выполнении условий построения.



Три стороны задают единственность

При построении по трём сторонам третья вершина появляется как результат пересечения окружностей. Значит, вся фигура определяется сразу целиком.



Четырёхугольник может менять вид

У четырёхугольника, даже если известны некоторые стороны, остаётся возможность изменять форму. Он не так «жёстко» связан со своими отрезками, как треугольник.



Поэтому треугольник используют в конструкциях

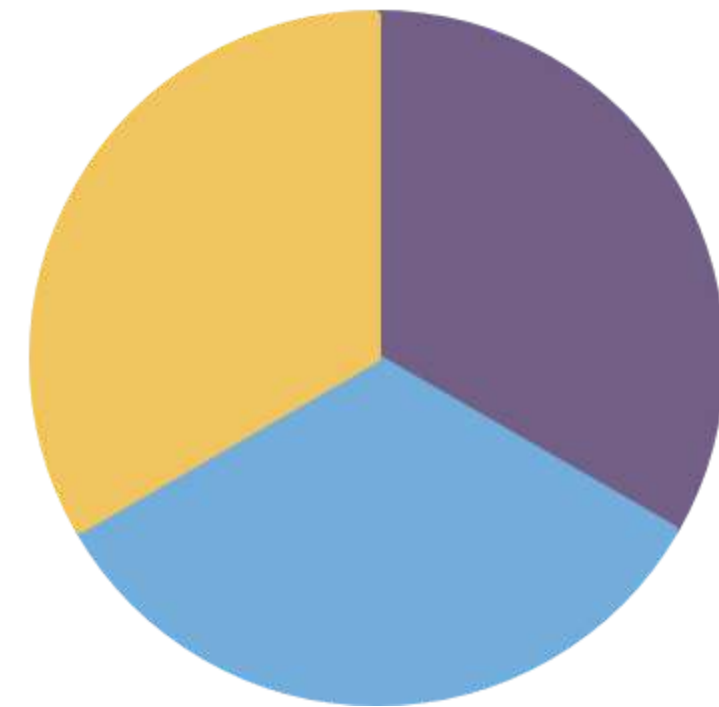
В строительных решётках, опорах и фермах важно, чтобы форма не менялась при нагрузках. Треугольная сетка даёт жёсткость за счёт трёхстороннего определения.

Сравнение трёх признаков равенства

Третий признак особенно удобен, когда углы на чертеже не измеряются или не указаны, а известны только длины сторон.

Диаграмма показывает, что третий признак опирается только на стороны: меньше условий — меньше зависимостей от измерения углов при доказательствах.

- 1 признак: 2 стороны и угол между ними
- 2 признак: сторона и 2 прилежащих угла
- 3 признак: 3 стороны



Где применяется третий признак

01

Третий признак используют, когда нужно доказать равенство фигур: сравнивают два треугольника и показывают, что три пары соответствующих сторон равны. Тогда автоматически получаются и равные углы.

02

Он помогает при построениях с циркулем и линейкой: по заданным длинам сторон находят третью вершину и затем убеждаются, что полученная конструкция соответствует заданным параметрам.

03

Также признак применяют при проверке симметрии и в задачах на поиск неизвестных элементов чертежа. Равенство треугольников связывает детали рисунка и позволяет находить нужные длины или углы.

Связь с симметрией и чертежами



При симметрии относительно оси одинаковые точки оказываются на одинаковых расстояниях от этой оси. Поэтому часто получаются пары треугольников, у которых соответствующие стороны имеют равные длины.



Когда на чертеже отмечены равные отрезки и соблюдено соответствие вершин, можно применить третий признак и сделать вывод о равенстве треугольников. Это помогает в орнаментах, узорах и простых геометрических схемах.



Проверка по третьему признаку

Чтобы применить третий признак, нужно найти три пары соответствующих равных сторон, затем убедиться, что вершины и стороны указаны в правильном порядке. Только при выполнении всех трёх равенств вывод будет корректным.

Если хотя бы одна из трёх сторон не совпадает с «парной» стороной по соответствию, третий признак не срабатывает. Значит, важны и три равенства, и верное сопоставление вершин.

Правило применения третьего признака равенства треугольников (учебный материал, 7 класс).

Шаг	Что сделать	Результат
1	Найти 3 пары сторон	Получить равенства
2	Проверить порядок соответствия	Соотнести вершины
3	Сделать вывод	Треугольники равны
4	Проверить углы	$\angle A = \angle A_1$ и т. д.

Три стороны — это всё, что нужно

Третий признак равенства треугольников утверждает: три соответствующие равные стороны полностью определяют треугольник. Он помогает доказывать равенство фигур, находить равные углы, решать задачи на построение и проверять чертежи.

