

Произведение одночленов: правило, смысл и примеры

Разберём умножение одночленов
на понятных примерах.





Как одночлены помогают в алгебре

Одночлены встречаются в формулах площади, скорости и других задачах. Умение их перемножать помогает быстро упрощать выражения и уверенно переходить к более сложным темам алгебры 7 класса.

Что называют одночленом

Простая запись

Одночленом называют число, переменную или произведение числа и переменных. В такой записи нет сложения и вычитания между частями выражения, поэтому его легко приводить к стандартному виду.

Примеры одночленов

К одночленам относятся, например, 7 , $-3x$ и $5a^2b$. В каждом случае можно выделить числовую часть и буквенную часть, состоящую из одной или нескольких переменных.

Коэффициент

Коэффициент — это числовая часть одночлена. Именно он показывает, сколько раз берётся буквенная часть, и при умножении одночленов перемножается по обычным правилам умножения чисел.

Буквенная часть

Буквенная часть состоит из переменных со степенями. Если одинаковые буквы повторяются, их показатели степеней можно складывать, а сами буквы записывать рядом без знаков действия.

Что не является одночленом

Выражения $x+3$ или $2a-b$ не относятся к одночленам, потому что в них есть сложение или вычитание. Для одночлена нужна только одна произведённая запись без этих операций.

Состав одночлена и его элементы

Пример	Коэффициент	Буквенная часть	Степень
$8x^3y$	8	x^3y	4
$-2ab^2$	-2	ab^2	3
7	7	—	0
$-5m^2n^3$	-5	m^2n^3	5

По таблице видно, как у одночлена выделяются числовая часть, буквенная часть и степень.

Степень одночлена определяется только буквенной частью: если букв нет, степень равна 0.

Сведения из темы «Одночлены» для 7 класса

Правило произведения одночленов

1

Умножаем коэффициенты

Сначала перемножают числовые части одночленов так же, как обычные числа. От знаков коэффициентов зависит знак всего результата, поэтому этот шаг всегда проверяют первым.

2

Собираем одинаковые буквы

Затем находят одинаковые буквенные множители. Одна и та же буква записывается один раз, а её показатели степеней складываются по правилу умножения степеней.

3

Разные буквы записываем рядом

Если буквы не совпадают, их не объединяют. Они просто остаются рядом в ответе, образуя буквенную часть нового одночлена без лишних действий.

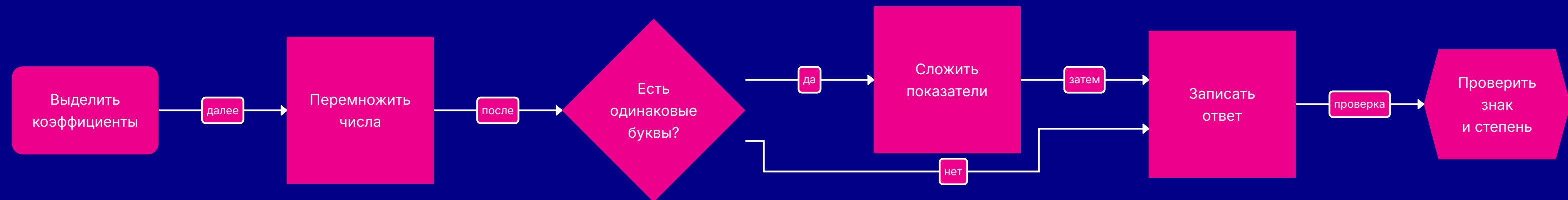
4

Записываем результат правильно

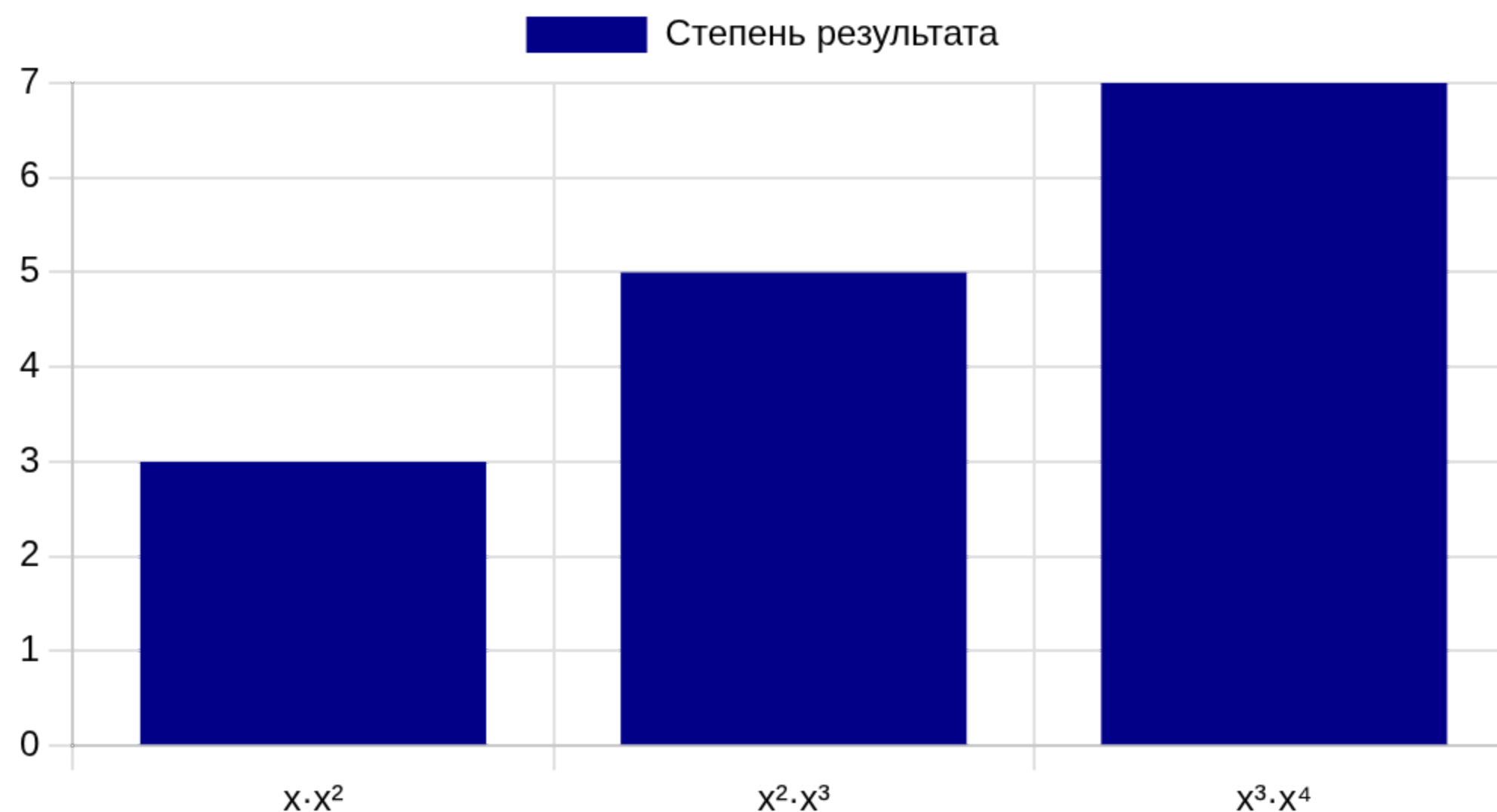
После вычислений ответ приводят к стандартному виду: сначала коэффициент, затем буквенная часть. Так запись становится короткой, понятной и удобной для дальнейших преобразований.

Алгоритм умножения одночленов

Последовательность действий для вычисления произведения одночленов и проверки результата.



Как меняются степени при умножении

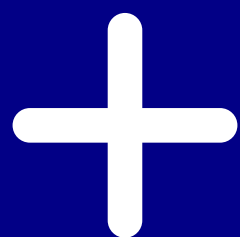


На каждом примере видно, что одинаковые буквы не исчезают, а их показатели просто складываются. Это делает вычисления быстрыми и предсказуемыми.

Чем больше степени множителей, тем выше степень результата; правило работает одинаково для всех одинаковых букв.

Учебные примеры по теме «Произведение одночленов»

Произведение коэффициентов



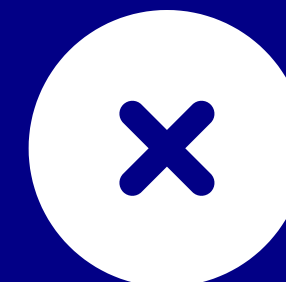
Положительные числа

Если оба коэффициента положительные, произведение тоже положительное. Например, $4 \cdot 6 = 24$. Здесь важно сначала умножить числа, а потом уже переходить к буквенной части.



Отрицательные числа

Если оба коэффициента отрицательные, результат становится положительным. Так, $-2 \cdot -7 = 14$. Это правило знаков помогает не ошибиться в конце вычисления.



Разные знаки

Когда знаки разные, произведение отрицательное. Например, $-4 \cdot 6 = -24$ и $5 \cdot (-3) = -15$. Знак ответа зависит только от коэффициентов, а не от букв.

Пример с одной переменной

Шаг для чисел

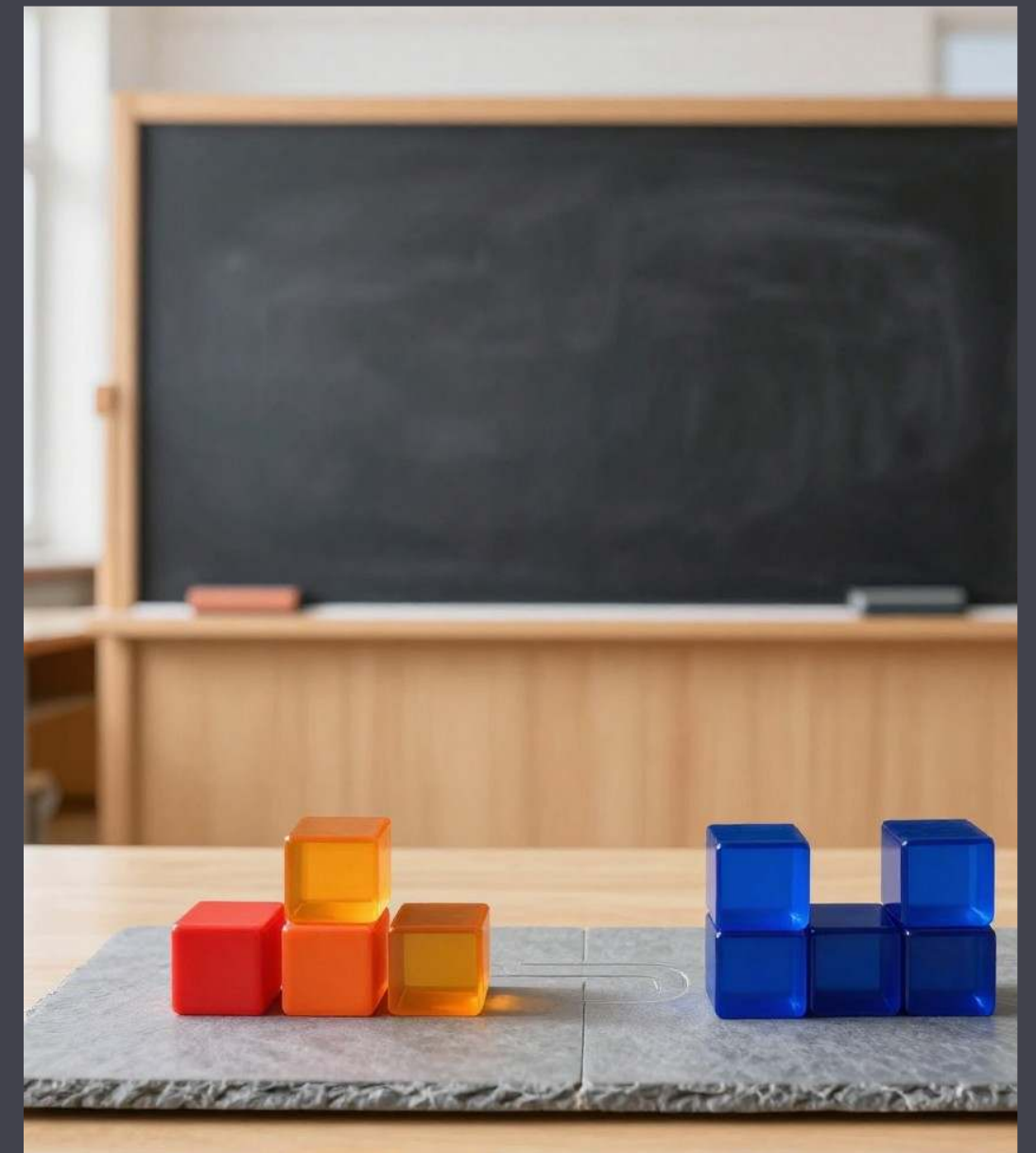
В выражении $4x^2 \cdot 3x^5$ сначала умножают коэффициенты 4 и 3. Получается 12, и именно это число становится числовой частью итогового одночлена.

Шаг для степеней

Затем складывают показатели одинаковой переменной x : $2+5=7$. Поэтому буквенная часть превращается в x^7 , а запись становится короче и удобнее.

Итоговый ответ

После объединения числовой и буквенной частей получается $4x^2 \cdot 3x^5 = 12x^7$. Такой пример хорошо показывает, что обе части вычисляются отдельно, но в одном ответе.



Пример с несколькими буквами

1

Перемножаем коэффициенты

В выражении $2a^3b \cdot 5ab^2$ сначала умножают 2 и 5. Получается 10, и это число ставят в начало ответа как коэффициент нового одночлена.

2

Считаем букву а

Для буквы а показатели степеней складывают отдельно: $3+1=4$. Поэтому в результате появляется a^4 , а не одно из исходных значений степени.

3

Считаем букву b

Для буквы b тоже складывают показатели: $1+2=3$. После этого итоговая запись принимает вид $10a^4b^3$ и показывает работу правила для каждой буквы отдельно.

Типичные ошибки и верные ответы

Пример	Ошибка	Ответ
$x^2 \cdot x^3$	x^6	x^5
$3a \cdot 4a^2$	$12a^2$	$12a^3$
$-2m \cdot -5m^3$	—	$10m^4$
$6p^2q \cdot 3pq^4$	—	$18p^3q^5$

Сравнение частых ошибок показывает, где именно чаще всего теряются коэффициент, степень или знак при умножении одночленов.

Ошибки связаны с двумя действиями: сложением показателей и умножением чисел. Правильный ответ всегда проверяют по знаку, коэффициенту и буквенной части.

Примеры из темы «Произведение одночленов»

Стандартный вид результата

1

Сначала коэффициент

В ответе числовой множитель записывают первым, потому что так проще сразу увидеть результат умножения и проверить знак произведения без лишних перестановок.

2

Буквы по порядку

Затем пишут буквенную часть в алфавитном порядке. Одинаковые буквы объединяют, а их показатели степеней складывают, чтобы запись была короткой и удобной для чтения.

3

Не пишем лишнее

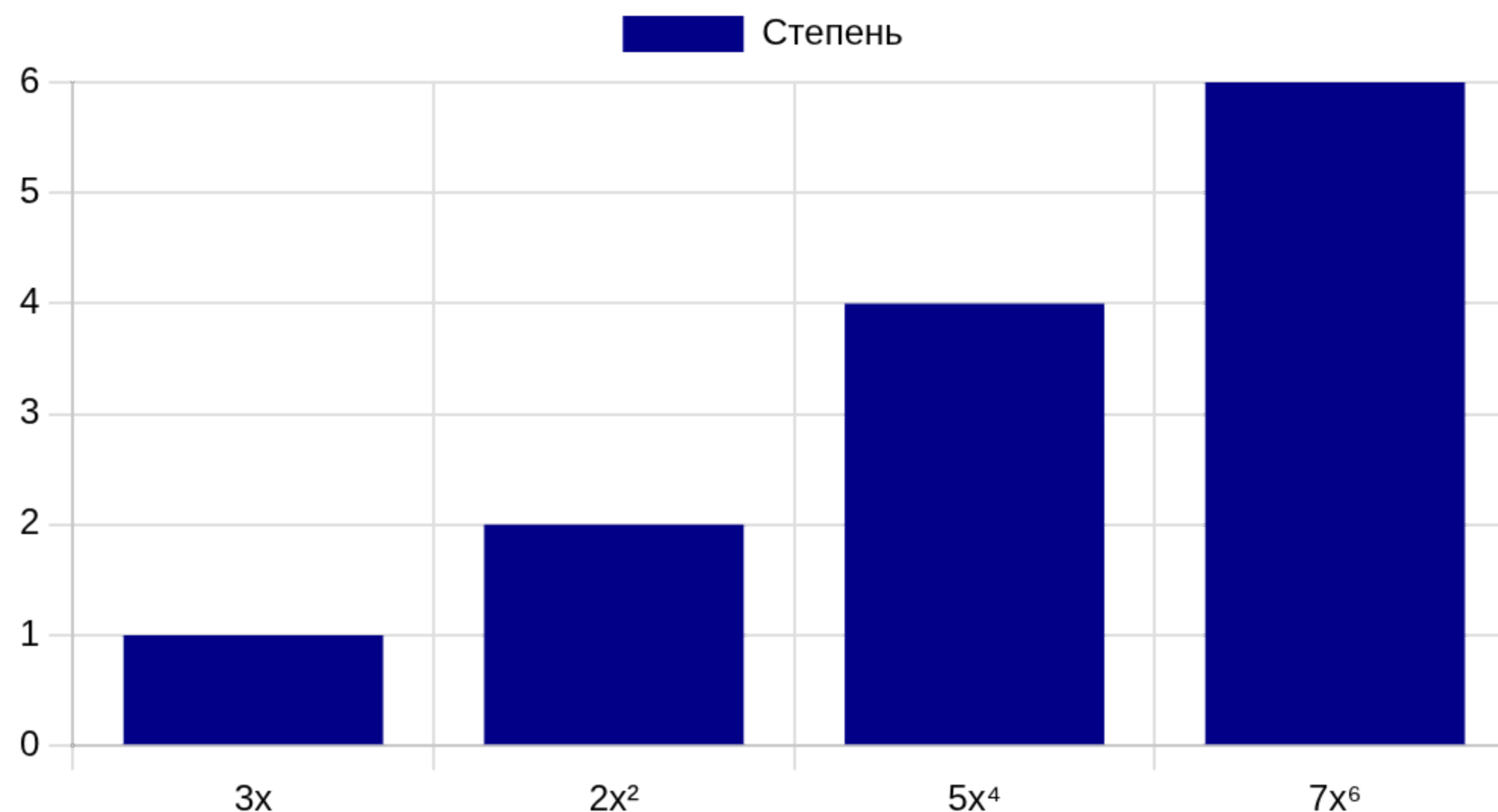
Если коэффициент равен 1, его обычно опускают. Если он равен -1, оставляют только знак минус и буквенную часть, чтобы ответ выглядел стандартно.

4

Пример записи

Выражение $6xy^2$ лучше переписать как $6x^2y$. Такая форма помогает быстро сравнивать одночлены и не путать порядок букв при дальнейших преобразованиях.

Сравнение одночленов по степени

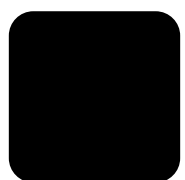


На диаграмме видно, что рост степени связан только с буквенной частью. Коэффициент не влияет на показатель одночлена.

Чем больше одинаковых множителей перемножается, тем быстрее увеличивается степень. Это помогает заранее оценивать результат без полного вычисления.

Алгебра 7 класса; примеры: $3x$, $2x^2$, $5x^4$, $7x^6$

Связь с формулами площади и объема



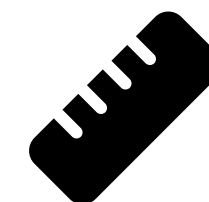
Площадь прямоугольника

Если стороны заданы одночленами, площадь находят умножением выражений. Например, $2x$ и $3y$ дают $6xy$, поэтому алгебраическая запись сразу показывает размер через переменные.



Объем фигуры

В формулах объема перемножают три измерения. Когда каждое из них выражено одночленом, получается более сложное произведение, которое всё равно приводят к стандартному виду.

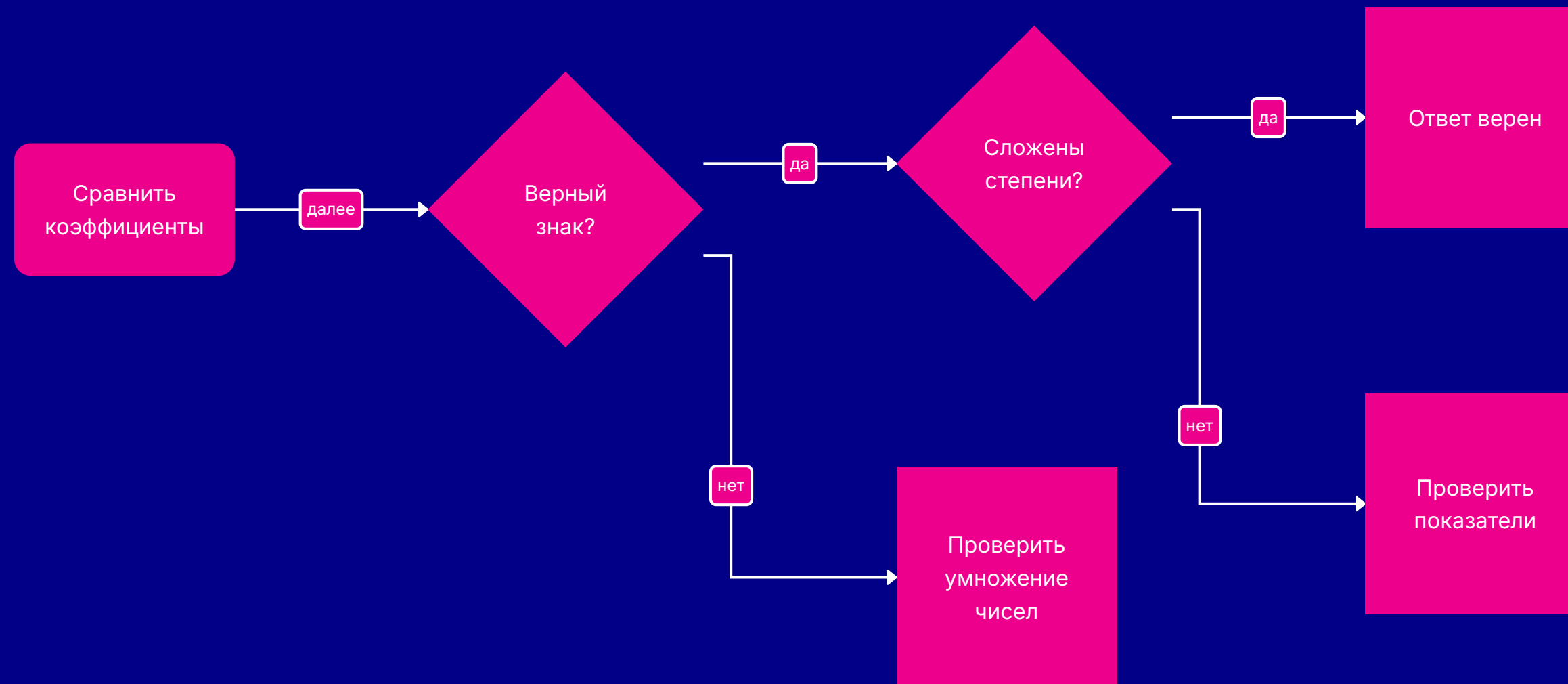


Практический смысл

Такие задания связывают алгебру с измерениями в жизни. Ученику нужно не только перемножить числа и буквы, но и понять, что именно обозначает ответ.

Проверка правильности ответа

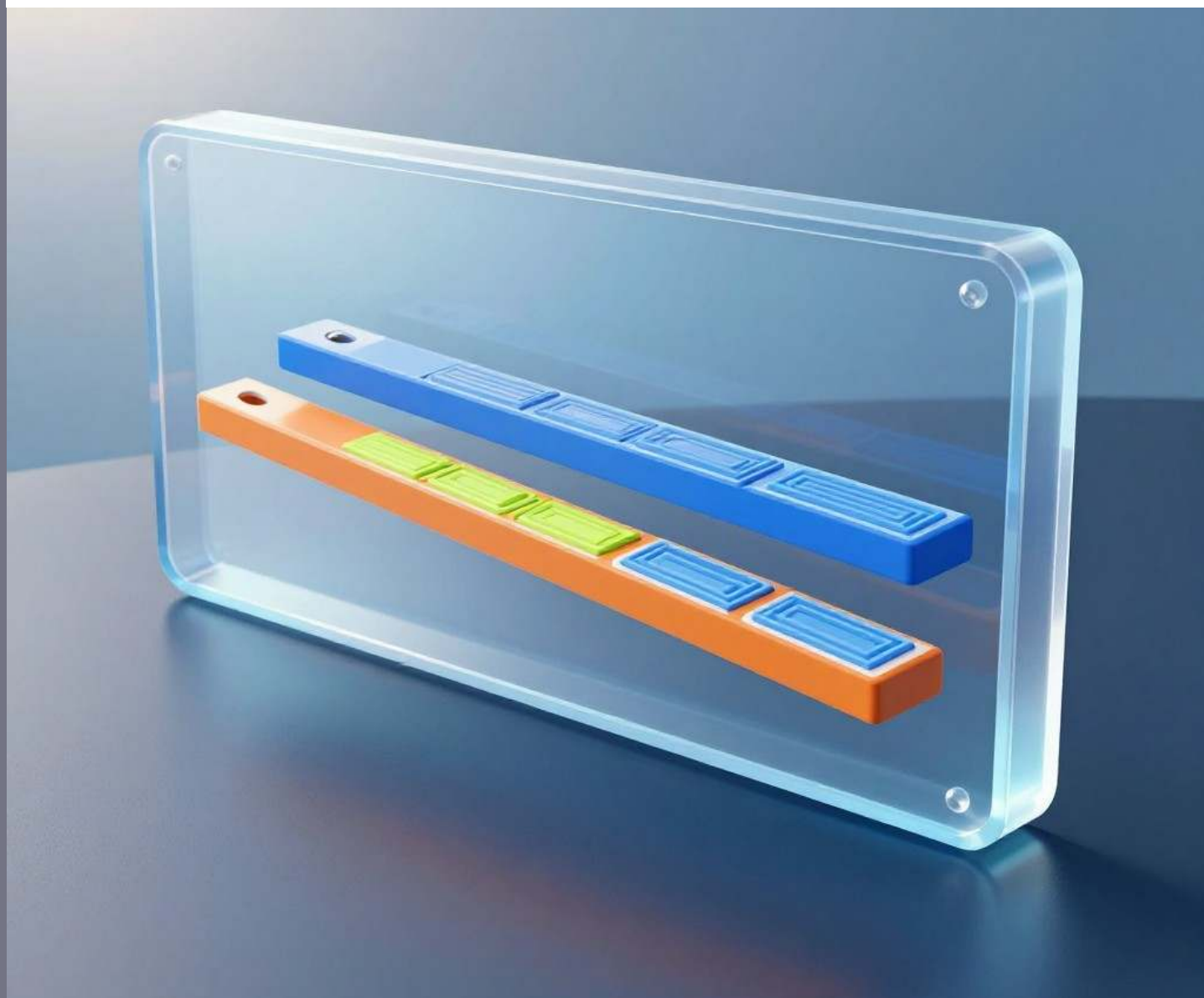
Последовательность проверки показывает, где искать ошибку: в числах, степенях или знаке.



Задача из практики

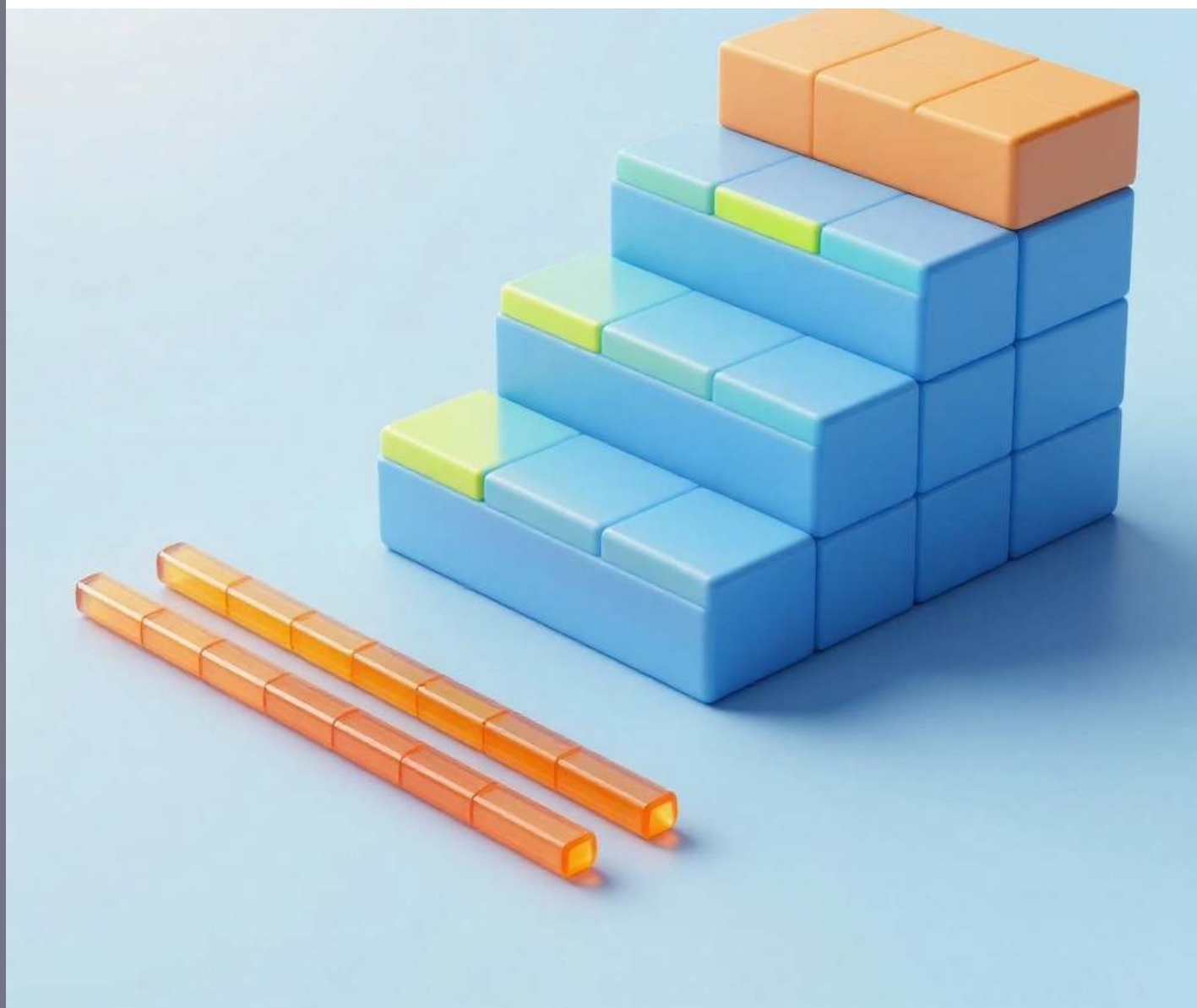
Прямоугольник с буквенными сторонами

На рисунке можно показать прямоугольник, у которого одна сторона равна $3x$, а другая — $2x^2$. Тогда площадь находится как произведение сторон: $S = 3x \cdot 2x^2 = 6x^3$. Такая запись наглядно связывает формулу площади с правилом умножения одночленов.



Шаги решения в модели

Сначала ученик умножает коэффициенты 3 и 2, затем складывает показатели одинаковой буквы x : $1 + 2 = 3$. На схеме удобно выделить стороны цветом, чтобы было видно, откуда берутся множитель и степень.



Тренировочные примеры и ответы

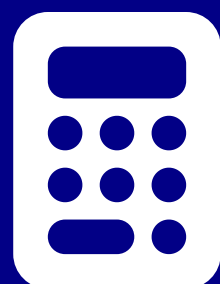
Пример	Ответ	Коэффициент	Степень
$5x \cdot 2x^3$	$10x^4$	10	4
$-3a^2 \cdot 4a$	$-12a^3$	-12	3
$7m^2n \cdot -2mn^3$	$-14m^3n^4$	-14	7
$8p \cdot 3q^2$	$24pq^2$	24	3

В таблице собраны примеры разного типа, чтобы отдельно увидеть работу с коэффициентами, буквами и степенями.

Во всех заданиях сначала перемножаются числа, затем отдельно обрабатываются одинаковые буквы. Это помогает быстро получать правильный ответ в стандартном виде.

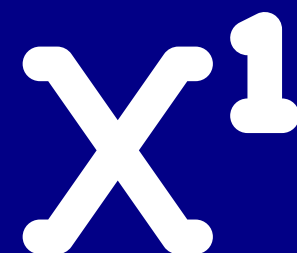
Примеры из темы «Произведение одночленов»

Что важно запомнить



Коэффициенты перемножаются

Числовые части одночленов умножают как обычные числа. Именно они задают знак и величину результата, поэтому начинать вычисление удобнее всего с коэффициентов.



Степени складываются

Одинаковые буквы не перемножают отдельно: их показатели просто складывают. Так удобно получать степень результата и не терять ни один множитель при записи ответа.



Запись должна быть стандартной

Сначала пишут число, потом буквы в порядке алфавита. Такая форма делает ответ понятным, коротким и позволяет легко проверить, не пропущены ли множители.

Итоговая схема на примерах

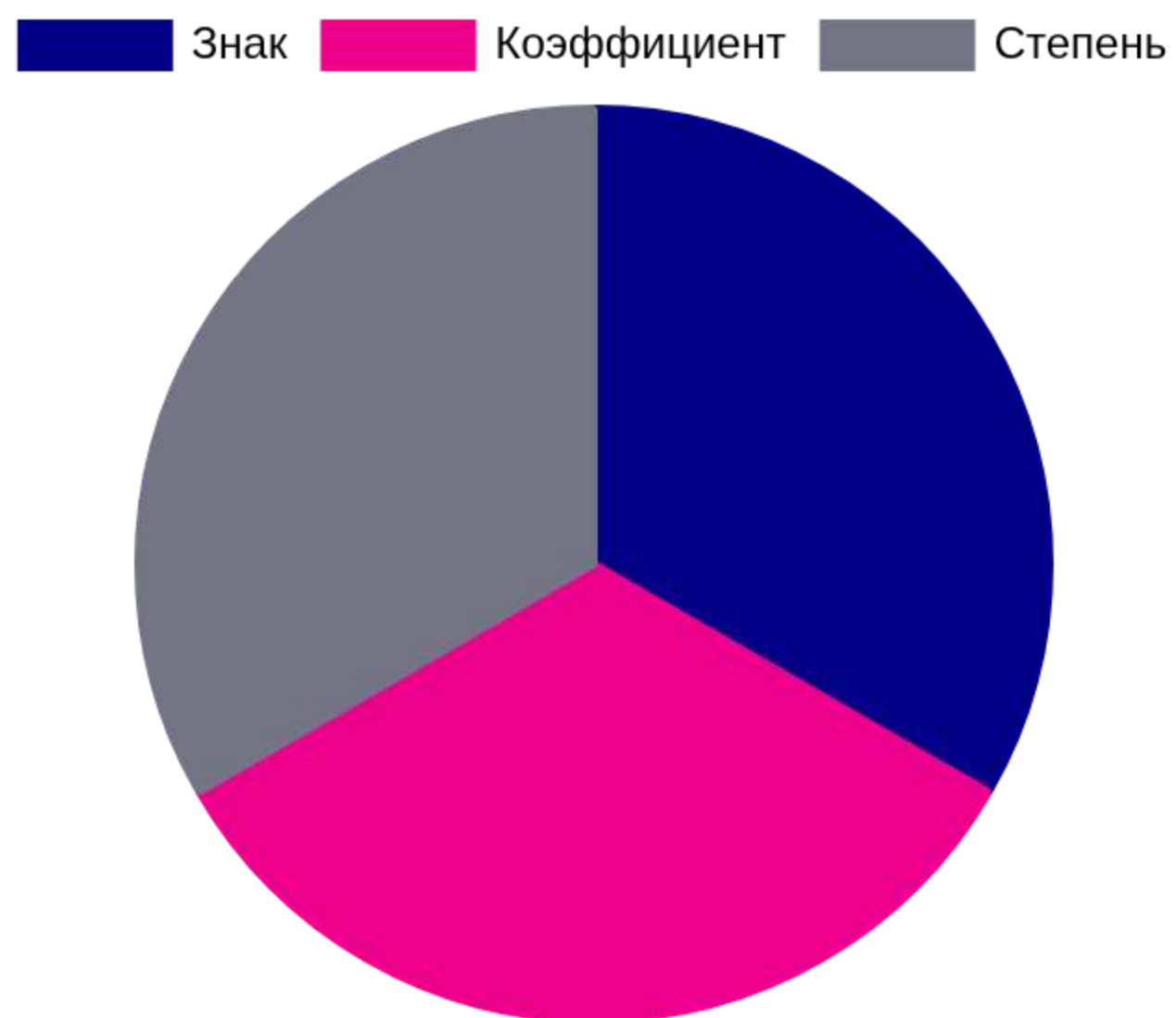


Схема помогает быстро вспомнить три точки контроля: число, буквы и порядок записи. Она удобна при проверке коротких и длинных произведений.

Если проверять результат по трем шагам, ошибки становятся заметнее и исправляются быстрее. Это особенно полезно на первых упражнениях по теме.

Схематический обзор по примерам $3x^2 \cdot 2x^3$, $-4a \cdot 5a^2$, $6m^2n \cdot 2mn$

Итоги темы и значение правила

Умножение одночленов — базовый навык алгебры 7 класса. Он помогает упрощать выражения, решать геометрические задачи и уверенно переходить к более сложным алгебраическим преобразованиям.