

# Свойства арифметических корней в 9 классе

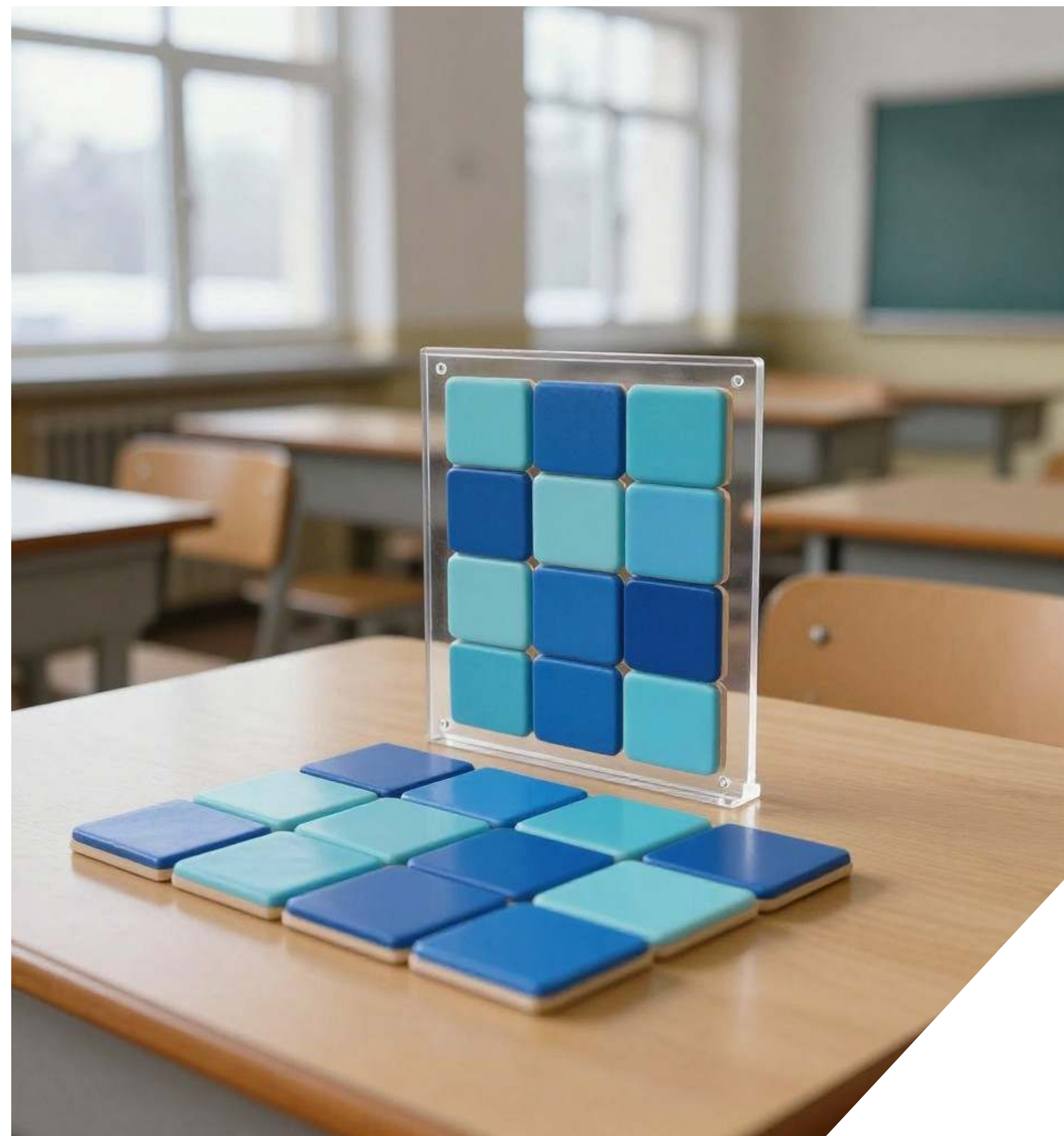
Кратко и понятно о свойствах  
корней и их применении в алгебре.



---

> Зачем изучать корни в алгебре

Арифметический корень помогает быстро упрощать выражения, находить стороны по площади и проверять ответы. Эта тема нужна в 9 классе, на контрольных и при подготовке к ОГЭ, а ещё служит основой для работы с иррациональными выражениями.



01

### Определение

Арифметическим квадратным корнем из числа  $a$  называют неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ . Его записывают так:  $\sqrt{a}$ . Это одно из базовых понятий алгебры.

### Где встречается запись

Знак корня используют, когда точное число удобно оставить в виде  $\sqrt{a}$ , а не вычислять десятичной дробью. Такая запись сохраняет точность и помогает в преобразованиях выражений.

02

### Простые примеры

Если  $\sqrt{49} = 7$ , значит, число 7 при возведении в квадрат даёт 49. Так же  $\sqrt{0} = 0$  и  $\sqrt{1} = 1$ , потому что их квадраты равны самим числам.

03

### Почему корень не отрицателен

В множестве действительных чисел квадрат любого числа неотрицателен. Поэтому для отрицательных чисел арифметический квадратный корень не определён: нельзя получить отрицательный результат после возведения в квадрат.

# Что такое арифметический квадратный корень

## > Область допустимых значений под знаком корня

### Главное правило

Под знаком арифметического квадратного корня в действительных числах может стоять только

неотрицательное число. Это не меньше нуля.

Числовая прямая

без которого запись теряет смысл. Числовая прямая помогает увидеть все подходящие значения: это ноль и все числа справа от него. Такой способ удобно использовать при проверке условий в задачах.

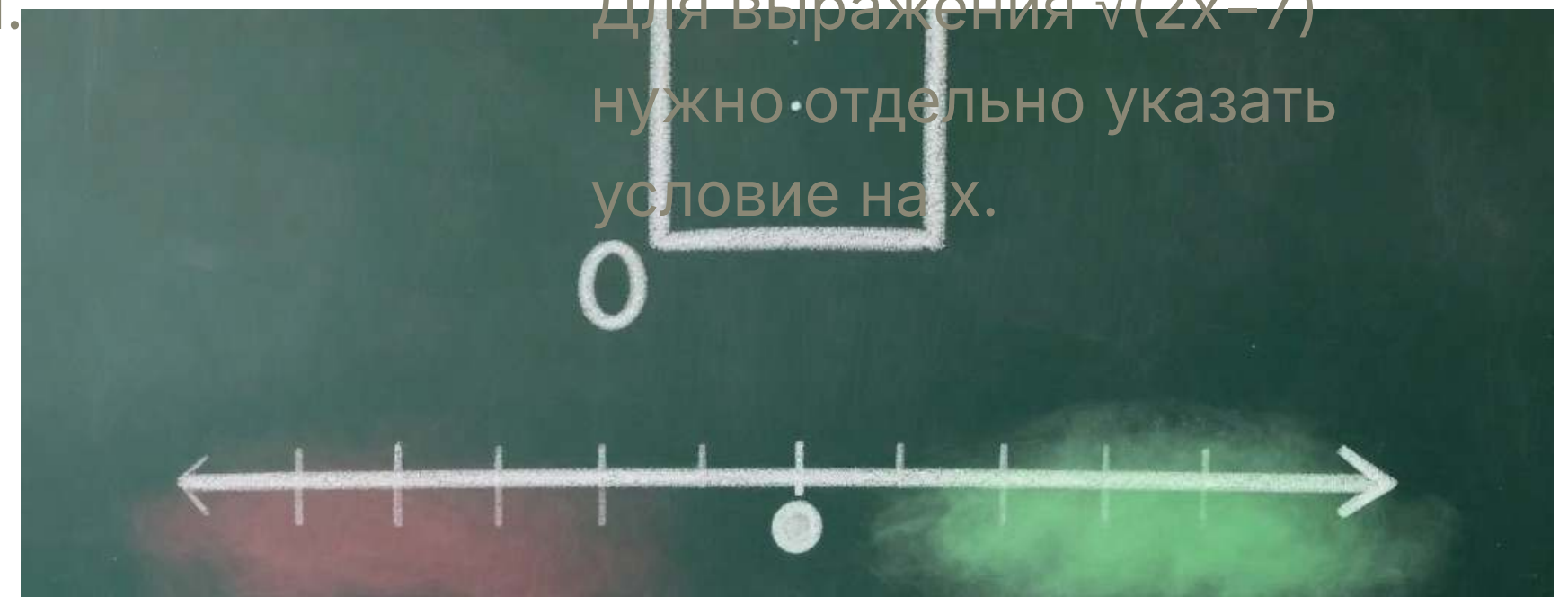
### Верные записи

Корректно записывать  $\sqrt{16}$ ,  $\sqrt{3^2}$ ,  $\sqrt{0}$ , а также  $\sqrt{x^2}$  при любом действительном  $x$ . Во всех этих случаях подкоренное выражение

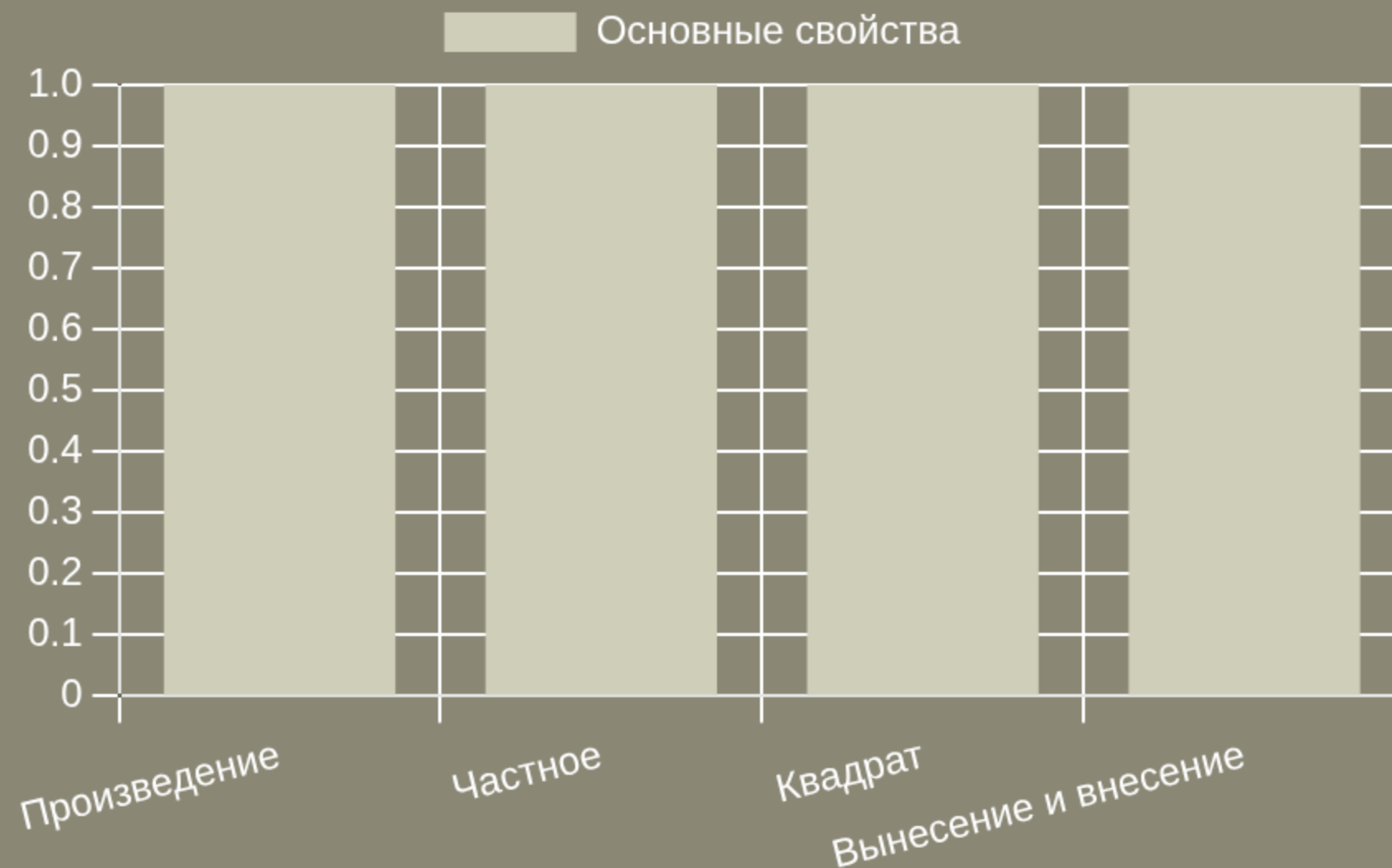
### Неверные записи

Записи  $\sqrt{-4}$  и  $\sqrt{5-9}$  в действительных числах неверны, потому что под корнем получается отрицательное число.

Для выражения  $\sqrt{2x-7}$  нужно отдельно указать условие на  $x$ .



## > Главные свойства арифметических корней



Каждое свойство работает только при своих условиях, поэтому перед преобразованием важно проверить подкоренное выражение и знак знаменателя.

Свойства корней удобны не сами по себе, а как инструмент точного упрощения выражений без потери смысла.

*Составлено по правилам арифметических корней для курса алгебры 9 класса.*

---

## > Свойство корня из произведения

### 01 Основная формула

Для неотрицательных чисел  $a$  и  $b$  верно равенство  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ . Оно позволяет разбивать число на удобные множители и находить корень по частям.

### 04 Ещё примеры

По тому же принципу  $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$ , а  $\sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12$ . Такой приём особенно полезен в задачах на упрощение выражений.

### 02 Как это помогает

Если среди множителей есть полный квадрат, его легко вынести из-под корня. Тогда выражение становится короче и понятнее, а вычисления проходят быстрее.

### 03 Пример с числом 72

Запишем  $\sqrt{72}$  как  $\sqrt{36 \cdot 2}$ . Тогда  $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ . Здесь полный квадрат 36 сразу даёт целую часть ответа, а под корнем остаётся только 2.

## > Свойство корня из частного

### Формула для дроби

Для  $a \geq 0$  и  $b > 0$  верно равенство  $\sqrt{a/b} = \sqrt{a}/\sqrt{b}$ . Оно помогает упрощать дроби, если числитель и знаменатель являются точными квадратами.

### Примеры вычислений

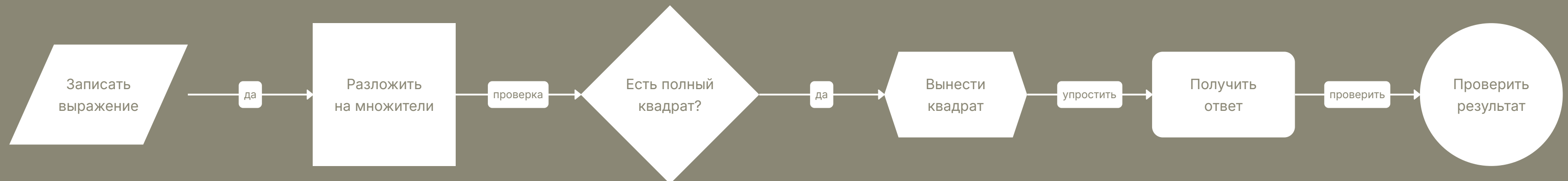
Если числитель и знаменатель — полные квадраты, ответ получается сразу:  
 $\sqrt{49/64} = 7/8$ , а  $\sqrt{100/25} = 2$ . Такие дроби удобно сокращать без десятичных приближений.

### Почему важно условие

Знаменатель не может быть равен нулю, потому что деление на ноль не определено. Поэтому при применении свойства обязательно проверяют, что  $b$  строго больше нуля.

## > Как упрощать корень пошагово

Последовательность преобразований при работе с арифметическими корнями



01

### Основная идея

Если под корнем есть полный квадрат, его можно вынести наружу:

$\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$  при  $a \geq 0$ . Так запись становится короче и удобнее для дальнейших преобразований.

02

### Работа с числами

Например,  $\sqrt{9 \cdot 7} = 3\sqrt{7}$ , потому что 9 — это  $3^2$ . Аналогично  $\sqrt{16x} = 4\sqrt{x}$  при  $x \geq 0$ : квадратный множитель выходит из-под корня целиком.

03

### Случай с переменной

В выражении  $\sqrt{25y^2} = 5|y|$  нужно учитывать модуль, потому что  $\sqrt{y^2} = |y|$ . Это показывает, что результат не зависит от знака переменной.

# Вынесение множителя из-под корня

## > Внесение множителя под знак корня

### Обратное преобразование

Если нужно, коэффициент можно вернуть под корень по формуле  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$  при  $a \geq 0$ . Это удобно, когда требуется единая запись выражения.

### Когда это полезно

Внесение множителя помогает объединять выражения и готовить их к сравнению или дальнейшим вычислениям. Главное — не забывать про условие неотрицательности множителя.

### Примеры записи

Так,  $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$ ,  $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$ , а  $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ .

В каждом случае число перед корнем превращается в квадрат множителя внутри корня.

> Сравнение основных свойств корней

| Свойство     | Формула и условия                             | Пример                |
|--------------|-----------------------------------------------|-----------------------|
| Произведение | $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}; a, b\geq 0$ | $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ |
| Частное      | $\sqrt{a/b}=\sqrt{a}/\sqrt{b}; a\geq 0, b>0$  | $\sqrt{(49/64)}=7/8$  |
| Квадрат      | $\sqrt{a^2}= a $                              | $\sqrt{((-6)^2)}=6$   |
| Множитель    | $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}; a\geq 0$              | $3\sqrt{5}=\sqrt{45}$ |

Таблица помогает быстро увидеть, какое свойство применяется к произведению, частному, квадрату и умножению на множитель, а также какие условия обязательно проверить.

Каждое свойство работает только при своих условиях; без проверки области допустимых значений и знака результата легко получить ошибку.

Свойства арифметического квадратного корня, изучаемые в курсе алгебры 9 класса.

Это свойство показывает, что арифметический корень из квадрата не может быть отрицательным, даже если само число было со знаком «минус».

0

равенство  $\sqrt{a^2}=|a|$  всегда даёт неотрицательный результат.

*Свойство арифметического корня:  $\sqrt{a^2}=|a|$  для любого действительного  $a$ .*

## > Типичные ошибки при работе с корнями

### Сумма под корнем

Нельзя считать, что  $\sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ . Свойство произведения не переносится на сложение, поэтому сначала нужно проверить, какое именно действие стоит внутри корня.

### Знак при квадрате

Формула  $\sqrt{a^2}=a$  работает только при  $a\geq 0$ . Если число отрицательное, нужно писать модуль, иначе ответ может оказаться меньше нуля, что невозможно для арифметического корня.

### Разность под корнем

Запись  $\sqrt{a-b}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$  тоже неверна. Разность не раскрывается через корень по такому правилу, поэтому подобное преобразование приводит к неправильному ответу.

### Нулевой знаменатель

В выражении  $\sqrt{a/b}$  знаменатель должен быть положительным. При  $b=0$  деление не определено, поэтому запись теряет смысл ещё до применения свойства корня из частного.

## > Верные и неверные равенства с корнями



Сравнение показывает, что правильные формулы работают только для произведения, частного и квадрата, а сумма и разность требуют отдельной проверки.

Верных и неверных примеров поровну, но ошибки связаны с одной причиной: попыткой применять свойства не к тем действиям.

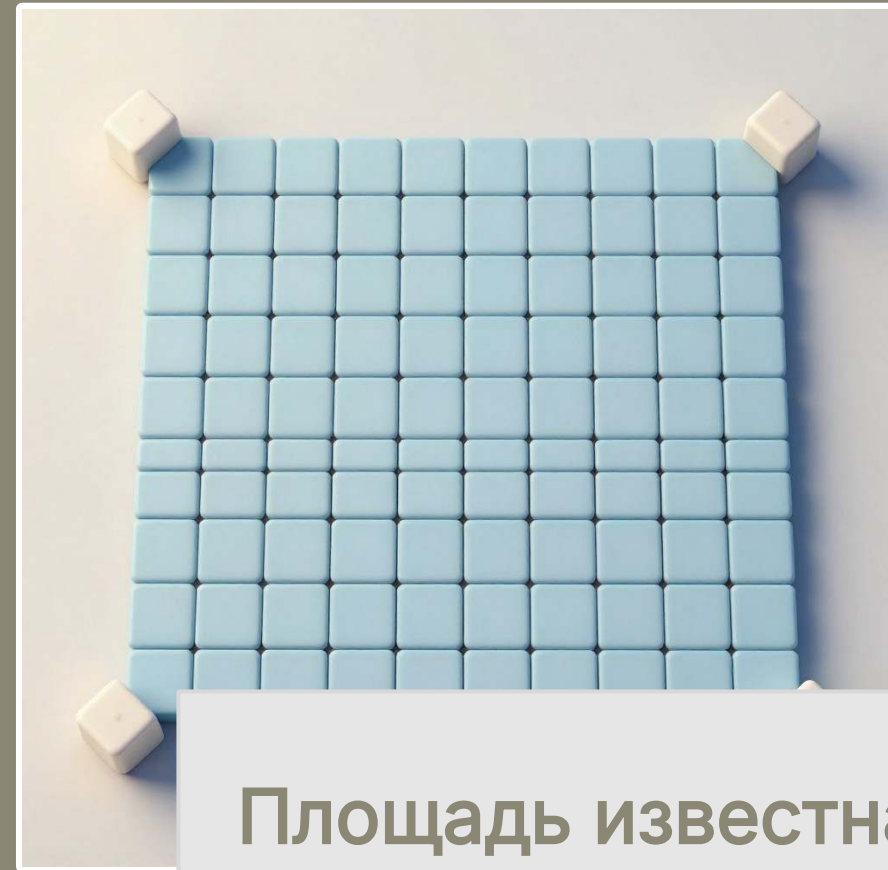
*Примеры составлены по свойствам арифметических корней, рассмотренным в теме.*

## > Как корень помогает измерять длины



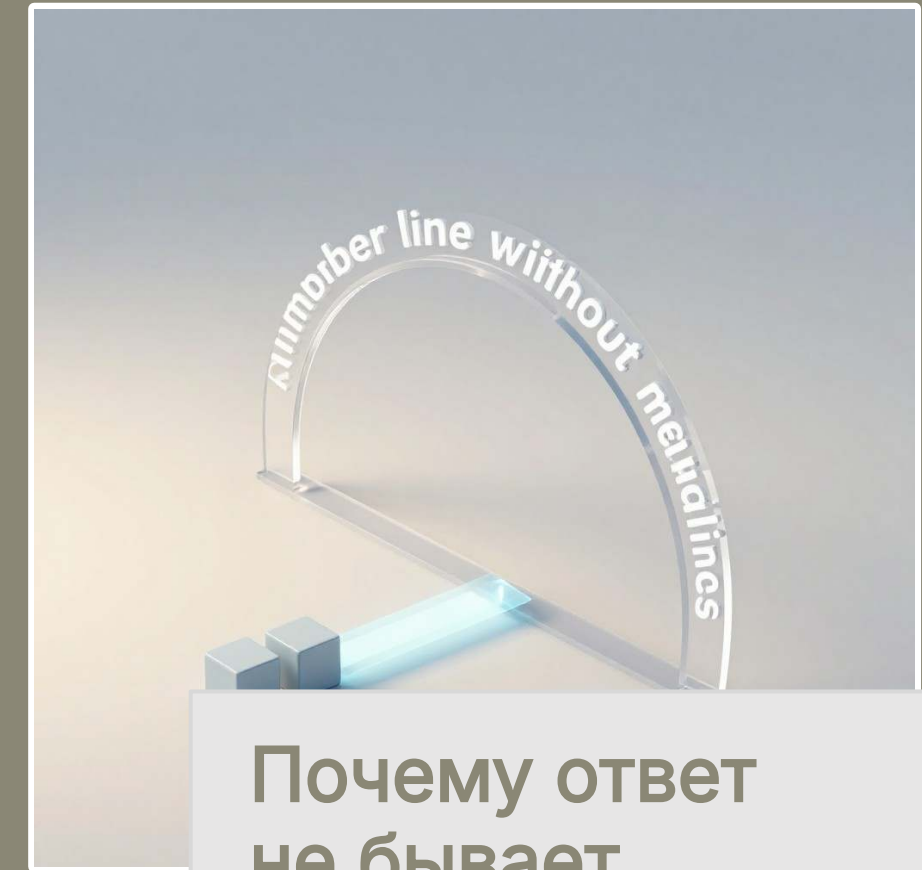
### Квадрат со стороной 7 см

Если сторона квадрата равна 7 см, его площадь составляет  $49 \text{ см}^2$ . Тогда  $\sqrt{49}$  показывает именно длину стороны, потому что корень ищет число, квадрат которого даёт известную площадь.



### Площадь известна, сторона неизвестна

В задачах геометрии иногда известна только площадь фигуры. Тогда арифметический корень помогает восстановить размер стороны квадрата и получить ответ в тех же единицах длины, что и сама сторона.



### Почему ответ не бывает отрицательным

Длина отрезка не может быть отрицательной, поэтому и результат корня всегда положителен или равен нулю. Это хорошо согласуется с геометрическим смыслом и свойством арифметического корня.

---

## > Как сравнивать числа с корнями

### 01 Сравнивайте подкоренные числа

Если оба числа неотрицательны и одно меньше другого, то и их корни сравниваются

### 02 Используйте одинаковую структуру

Когда под корнем стоят похожие выражения, сравнение удобно вести по общему множителю или одинаковой форме. Это

### 03 Не вычисляйте лишнее

Если можно понять порядок чисел сразу, не обязательно находить точные значения. Такой приём экономит время и помогает избежать ошибок

---

## > Упрощение выражений с несколькими корнями

### Сначала выделяйте квадрат

Начинайте с разложения каждого подкоренного выражения на множители, чтобы заметить полный квадрат. После этого корень можно упростить и записать выражение в более коротком виде.

### Приводите к одному виду

Чтобы складывать или вычитать корни, сначала сделайте их одинаковыми. Только подобные радикалы можно объединять, как обычные слагаемые с одинаковой буквенной частью.

### Проверяйте результат

После преобразования полезно быстро проверить ответ обратным действием. Это помогает убедиться, что множители вынесены правильно, а знаки и коэффициенты не были потеряны.

> **Мини-практика по свойствам корней**

| Выражение       | Шаг                   | Ответ       |
|-----------------|-----------------------|-------------|
| $\sqrt{72}$     | $\sqrt{(36 \cdot 2)}$ | $6\sqrt{2}$ |
| $\sqrt{(45/5)}$ | $\sqrt{9}$            | 3           |
| $4\sqrt{3}$     | $\sqrt{48}$           | $4\sqrt{3}$ |
| $\sqrt{(16x)}$  | $x \geq 0$            | $4\sqrt{x}$ |

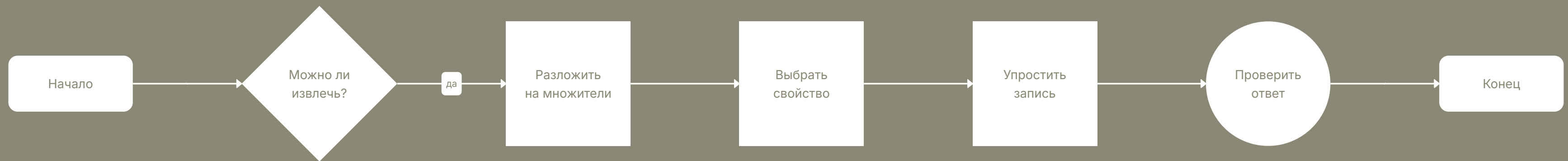
В таблице показано, какое свойство выбрать в каждом случае и к какому краткому результату оно приводит.

Даже короткое преобразование заметно упрощает запись: нужно лишь выбрать подходящее свойство и не забыть про условия его применения.

Учебные примеры по теме арифметических корней для 9 класса.

## > Алгоритм решения задач с арифметическими корнями

Последовательность действий для упрощения выражений и проверки результата на каждом шаге.



---

## > Что важно запомнить о корнях

Арифметический корень всегда неотрицателен и тесно связан с квадратом числа. Если помнить основные свойства и проверять условия их применения, можно уверенно упрощать выражения и решать задачи без лишних ошибок.