



Формулы приведения: как упростить тригонометрические выражения

Быстрый способ заменить сложный угол известным острым



Зачем нужны формулы приведения в 9 классе

Эта тема связывает единичную окружность, четверти координатной плоскости и значения тригонометрических функций для 30° , 45° и 60° . Она помогает вычислять выражения, упрощать записи и проверять тождества без лишних действий.

Едини́чная окру́жность и координаты точки

Координаты и функции

На единичной окружности абсцисса точки показывает косинус, а ордината — синус угла. Поэтому любое перемещение точки сразу отражается на значениях функций.

Основа формул

Положение точки относительно осей определяет, какие функции сохраняются, а какие заменяются. Так единичная окружность становится наглядной опорой для формул приведения.

Роль четвертей

Когда точка переходит в другую четверть, координаты могут менять знак. Именно это объясняет, почему тригонометрические значения иногда остаются теми же, а иногда становятся отрицательными.



Главная идея приведения углов

01

Свести к острому углу

Сначала любой угол вида $90^\circ \pm \alpha$, $180^\circ \pm \alpha$, $270^\circ \pm \alpha$ или $360^\circ \pm \alpha$ записывают через острый угол α , который меньше 90° и удобен для вычислений.

02

Определить новую функцию

В зависимости от вида угла исходная функция может превратиться в другую. Чаще всего синус связан с косинусом, а тангенс — с котангенсом.

03

Учесть положение угла

Одинаковая запись может давать разные знаки, если исходные углы расположены в разных четвертях. Поэтому важно учитывать не только формулу, но и место точки на окружности.

04

Получить короткий ответ

После приведения остается записать значение функции для α с нужным знаком. Так выражение становится проще и быстрее проверяется.



Алгоритм применения формулы приведения

Последовательность действий при преобразовании тригонометрического выражения



Основные формулы для углов $90^\circ \pm \alpha$ и $180^\circ \pm \alpha$

Таблица показывает самые частые варианты приведения и помогает быстро выбрать нужную функцию и знак.

Около 90° функции часто меняются местами, а около 180° обычно сохраняются. Знак зависит от четверти, где расположен угол.

Основные формулы приведения для углов 90° и 180°

Угол	Функция	Знак	Пример
$90^\circ - \alpha$	cos	+	$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
$180^\circ - \alpha$	sin	+	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
$180^\circ + \alpha$	tg	-	$\text{tg}(180^\circ + \alpha) = \text{tg} \alpha$

Знаки тригонометрических функций по четвертям

Схема помогает быстро вспомнить, где функции положительны и где нужно поставить минус при приведении угла.

Запомнив знаки по четвертям, можно без лишних вычислений определить итоговый знак любого приведенного выражения.

Знаки функций на единичной окружности

Формулы для углов $270^\circ \pm \alpha$ и $360^\circ \pm \alpha$

$270^\circ \pm \alpha$

Углы около 270° лежат рядом с осями, поэтому при приведении функция может измениться на другую. Выбор зависит от направления отсчета и четверти, где окажется точка.

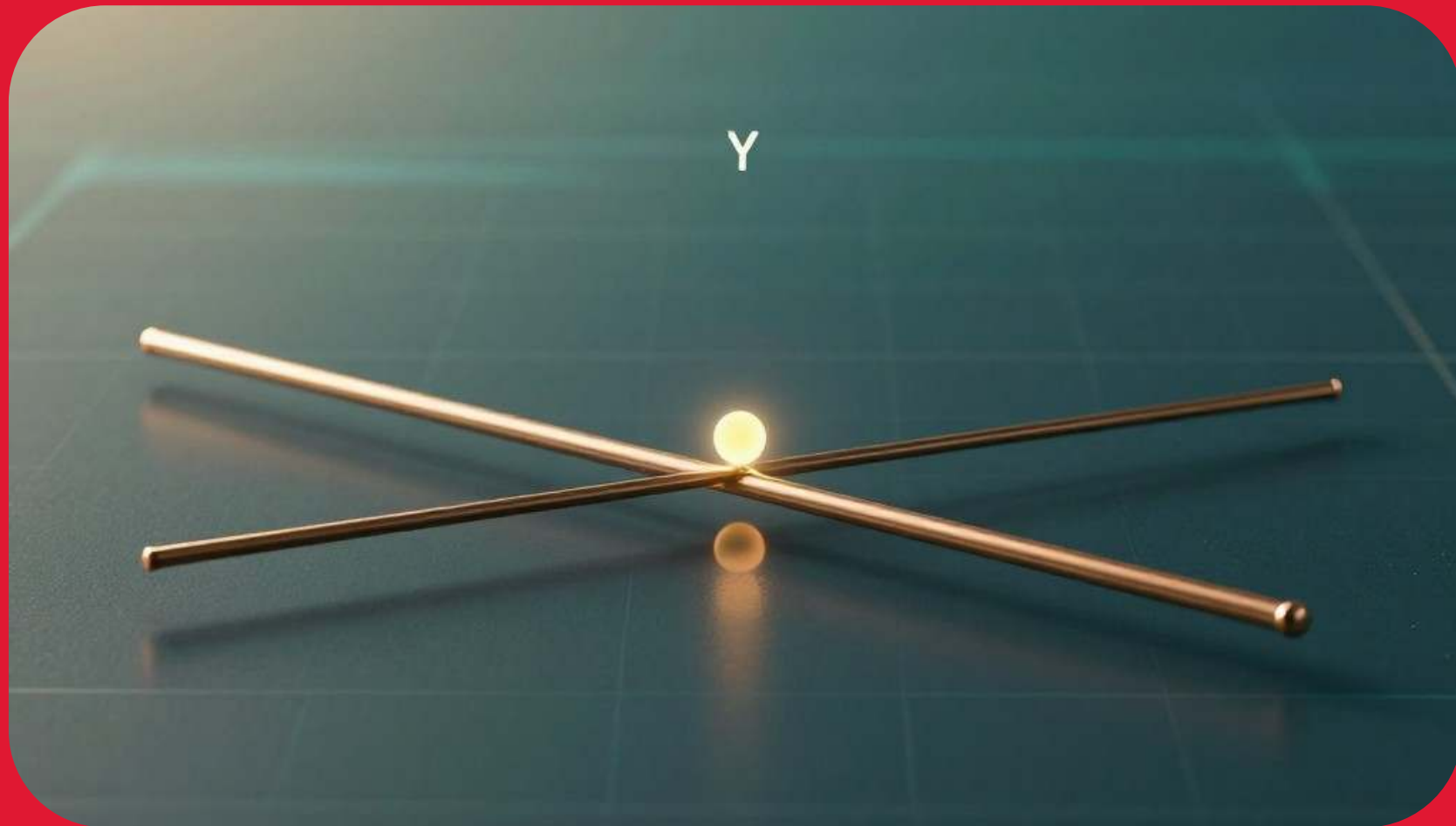
$360^\circ - \alpha$

Этот случай связан с полным оборотом. Острый угол α сохраняется, а знак определяется тем, в какой четверти находится точка после вычитания.

$360^\circ + \alpha$

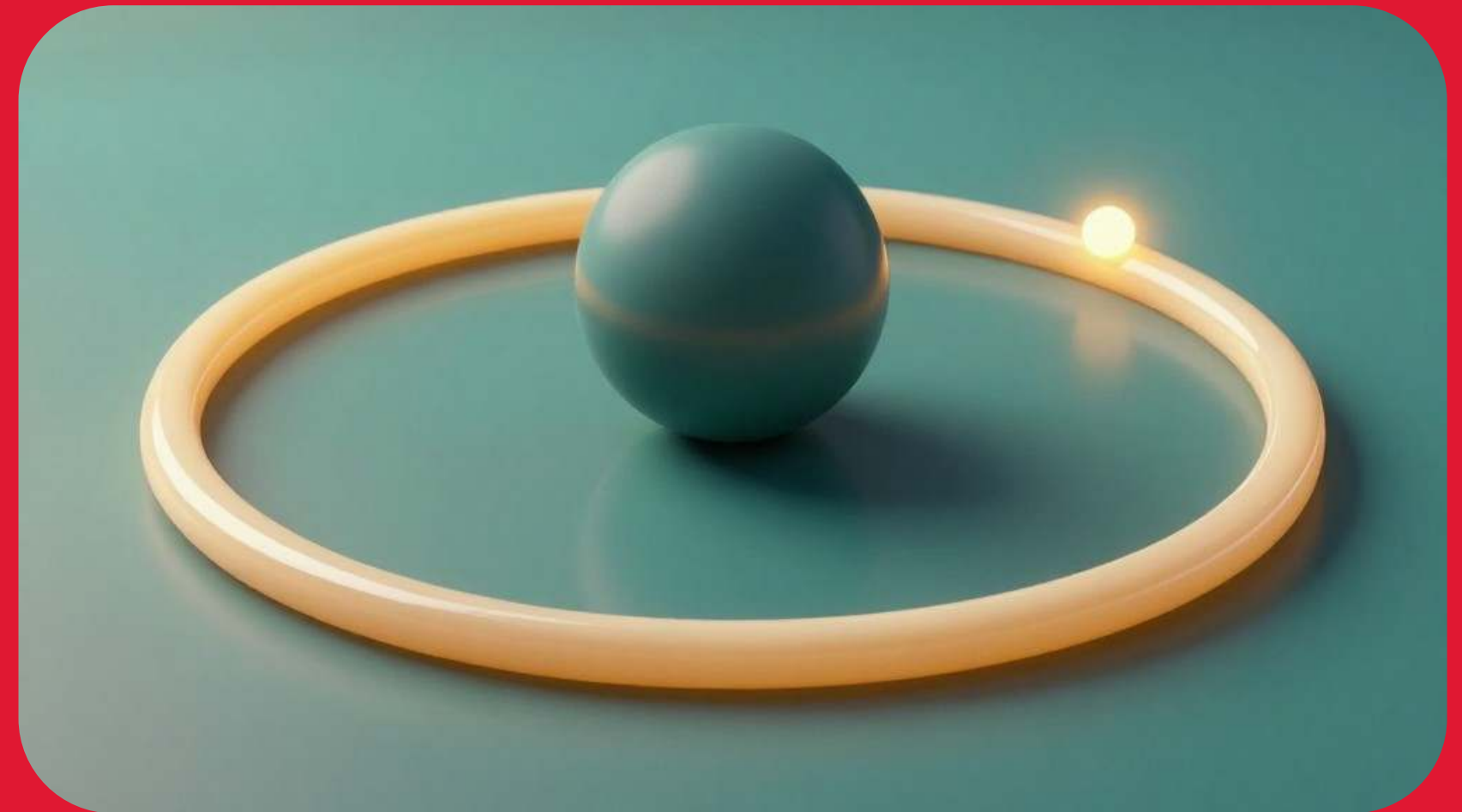
После полного оборота угол снова рассматривается как исходный, но уже в соседнем положении на окружности. Здесь особенно важно не потерять знак и не перепутать функцию.

Симметрия точек на окружности



Отражение относительно оси Ox

Если точка на единичной окружности отражается относительно оси Ox , меняется знак ординаты. Значит, синус становится противоположным, а косинус сохраняет значение. Эта симметрия хорошо показывает, почему в формулах приведения один знак меняется, а другой остается прежним.

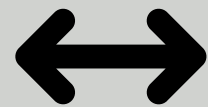


Отражение относительно начала координат

При симметрии относительно начала координат обе координаты меняют знак. На окружности это означает, что синус и косинус получают противоположные значения, а тангенс и котангенс сохраняют свой знак по отношению друг к другу. Такой случай помогает понять углы, связанные с 180° и 360° .

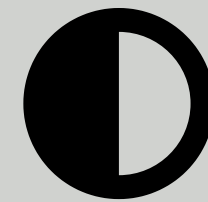
Синус и косинус: самые заметные замены

Смена местами



Для углов около 90° синус и косинус часто меняются ролями. Это удобно: если один из них неизвестен, можно быстро найти второй по уже знакомому острому углу.

Угол 90°



Формулы вида $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ и $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ показывают, что при повороте к прямому углу функции переходят друг в друга без лишних вычислений.

Углы 180° и 360°



Для углов, связанных с полным или половинным оборотом, синус и косинус чаще остаются теми же функциями, но получают нужный знак по четверти.

Проверка ответа



Если результат кажется неожиданным, полезно проверить его через положение точки на окружности. Так легко заметить ошибку в знаке или в выборе функции.

2

основные функции тесно связаны между собой через отношения синуса и косинуса.

Тангенс и котангенс особенно важно проверять: их знаменатель может обратиться в ноль, и тогда значение не существует.

Учебный курс тригонометрии 9 класса

Сравнение знаков $\sin$, $\cos$, tg и ctg

Схема помогает быстро сверить знак ответа ещё до вычислений и уменьшает риск ошибки при преобразовании угла.

Знак определяется не только функцией, но и четвертью; у tg и ctg он совпадает, у $\sin$ и $\cos$ — различается.

Сводная таблица знаков тригонометрических функций по четвертям

Типичные ошибки при применении формул приведения

01

Неверная четверть

Если не определить, в какой четверти находится угол, легко выбрать неправильный знак. Тогда даже верно найденный острый угол даст ошибочный итог.

02

Путаница функций

При переходе около 90° и 270° ученики часто меняют знак, но забывают заменить синус на косинус или тангенс на котангенс.

03

Потерянный минус

В выражениях вида $180^\circ - \alpha$ и $360^\circ - \alpha$ минус часто пропускают, хотя именно он определяет правильный результат в большинстве задач.

04

Неверный острый угол

Иногда берут не тот угол α или записывают его с лишними градусами. Тогда преобразование перестаёт соответствовать исходному выражению.

Примеры преобразования углов к острому виду

В таблице показано, как тригонометрические выражения сводятся к значениям для острых углов 30° , 45° и 60° .

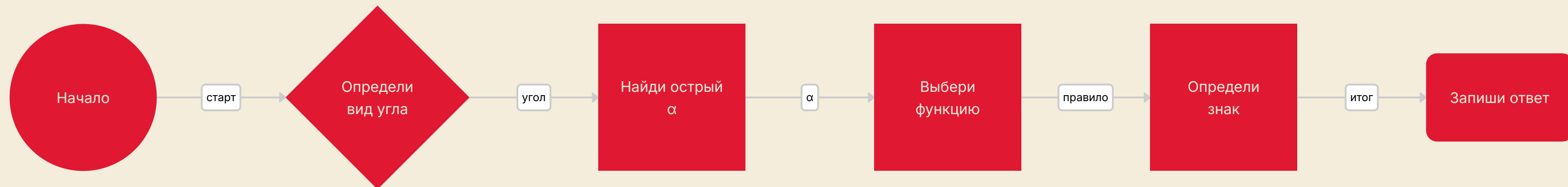
Одинаковый приём позволяет быстро заменить сложный угол на известный острый и сразу определить знак ответа.

Примеры на применение формул приведения из школьного курса

Угол	Преобразование	Итог
150°	$180^\circ - 30^\circ$	$\sin 30^\circ$
240°	$180^\circ + 60^\circ$	$-\cos 60^\circ$
315°	$360^\circ - 45^\circ$	$-\operatorname{tg} 45^\circ$
330°	$360^\circ - 30^\circ$	$-\sin 30^\circ$

Пошаговый выбор функции и знака

Последовательность основана на правилах приведения и знаках функций по четвертям.



Связь формул приведения с формулами суммы и разности



Общее правило

Формулы приведения не существуют отдельно: они вытекают из формул суммы и разности углов, если подставить особые значения 90° , 180° , 270° или 360° .



Прямая связь

Когда в общих формулах заменить один из углов на удобное значение, получается уже знакомое приведение. Поэтому обе темы нужно изучать вместе, а не по отдельности.



Одна идея

Во всех случаях сохраняется одна мысль: сложный угол можно представить через более простой. Это помогает понимать правила, а не просто заучивать их наизусть.

Углы, которые чаще всего встречаются в задачах

Именно эти значения чаще всего подставляют после приведения угла к острому виду.

Тройки 30° , 45° и 60° покрывают большинство школьных вычислений с формулами приведения.

Табличные значения тригонометрических функций для углов 30° , 45° и 60°

Где формулы приведения используются в школьных задачах



Вычисление значений

Формулы приведения позволяют находить $\sin$, $\cos$, tg и ctg для углов больше 90° без калькулятора, заменяя их на известные значения острых углов.



Упрощение выражений

При преобразовании дробей и сумм тригонометрических функций сложный угол удобно заменить простым, чтобы сократить запись и быстрее увидеть результат.



Проверка тождеств

В задачах на тождества формулы приведения помогают привести обе части к одинаковому виду и проверить, совпадают ли они при любых значениях.



Подготовка к алгебре

Навык приведения углов развивает аккуратность в вычислениях и помогает уверенно работать с выражениями, где важны знак, четверть и порядок действий.

Краткая памятка для запоминания

01

Сначала угол

Определи, вокруг какого числа строится угол: 90° , 180° , 270° или 360° . От этого зависит, будет ли функция меняться или сохраняться.

02

Потом острый α

Всегда выделяй острый угол α . Он остаётся положительным и помогает записать ответ в удобной и короткой форме.

03

Затем знак

Проверь четверть на единичной окружности. Именно она подскажет, будет ли ответ положительным или отрицательным.

04

Финальная запись

Сначала укажи функцию после приведения, затем добавь знак и значение для α . Так решение получается аккуратным и легко проверяется.

Итог: формулы приведения как опора для тригонометрии

Формулы приведения помогают видеть в сложном угле знакомый острый угол, быстро определять знак и уверенно решать школьные задачи по тригонометрии.