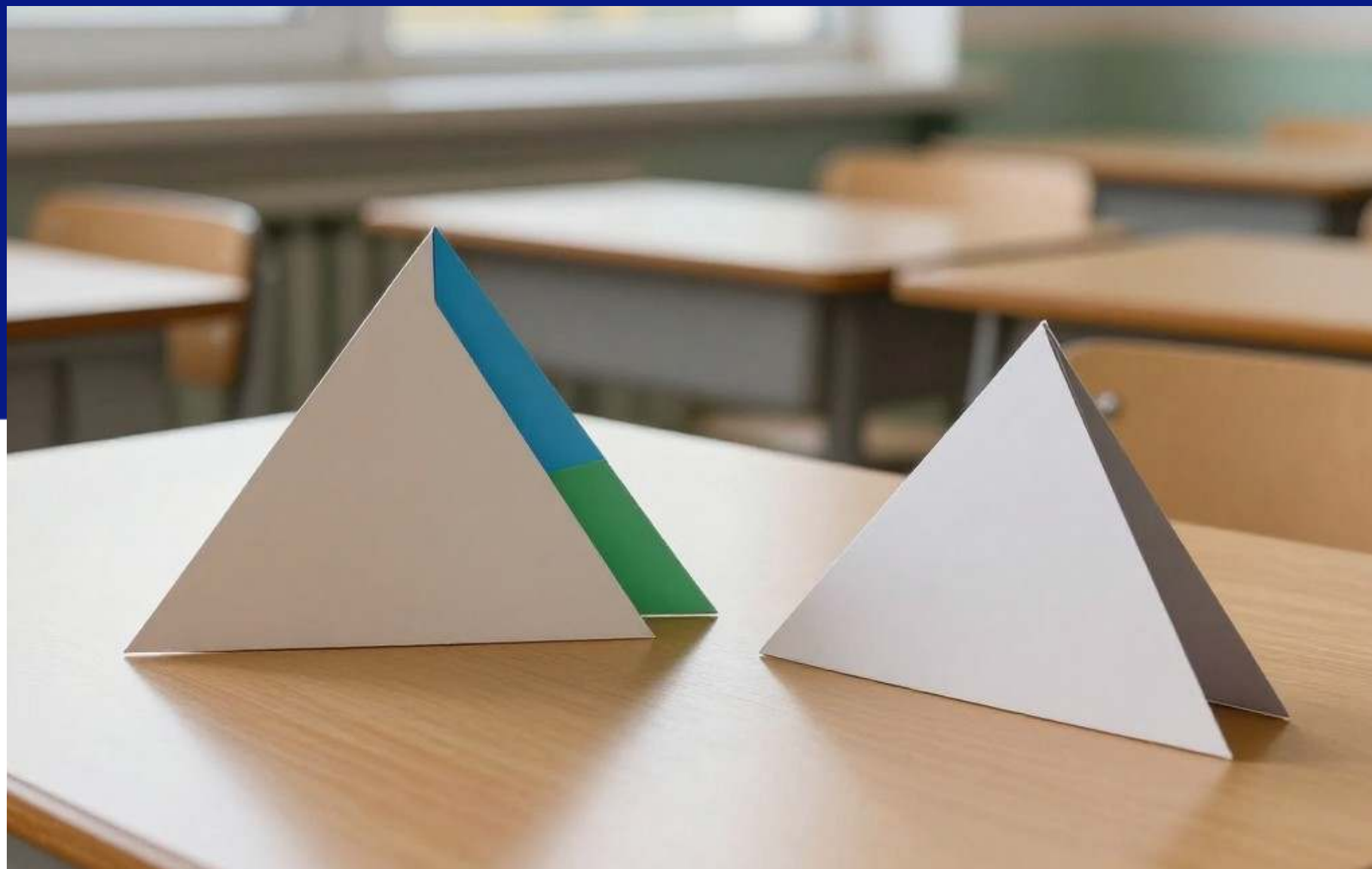


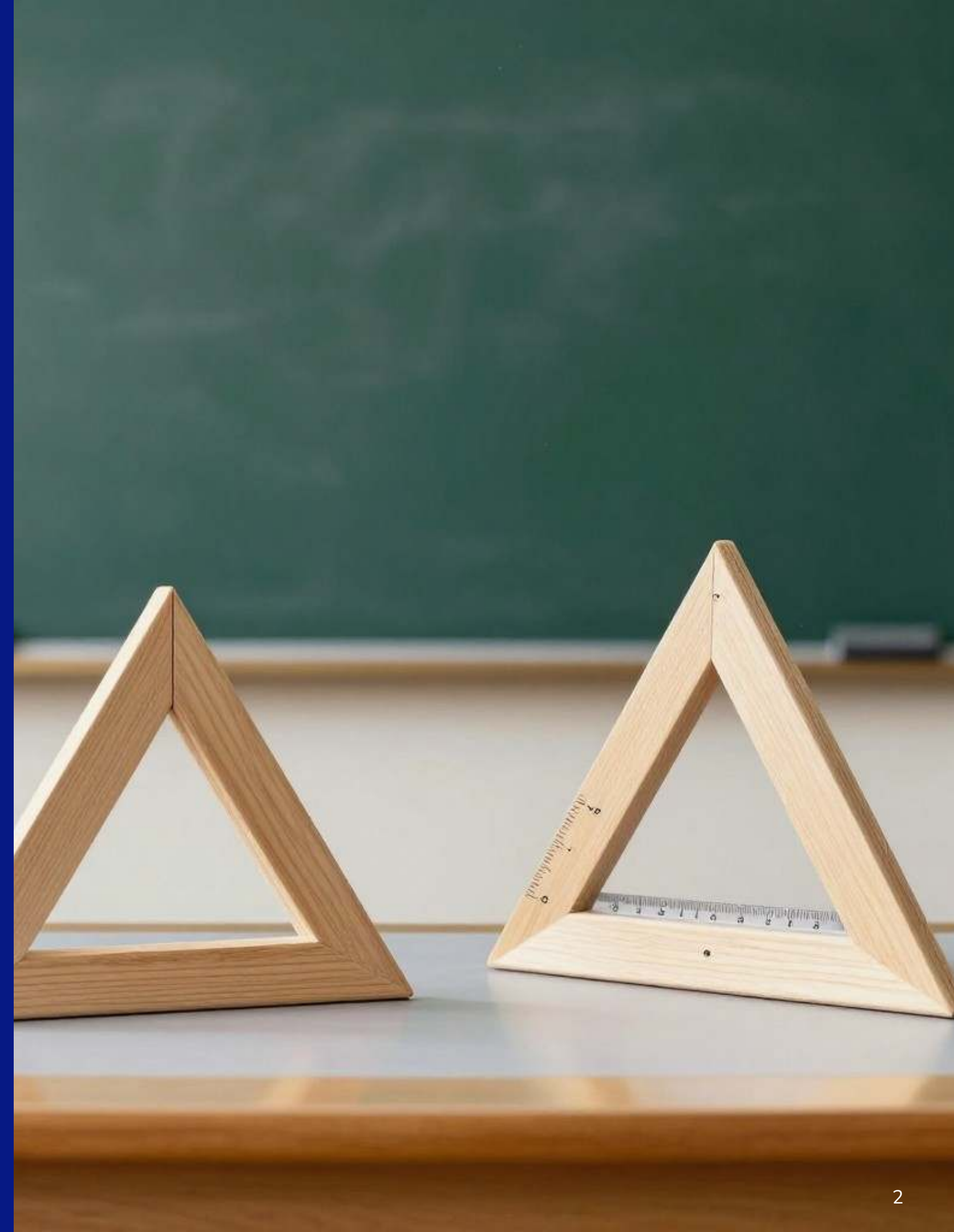
Второй и третий признаки равенства треугольников



Изучаем, как доказать равенство треугольников по заданным элементам.

Как геометрия делает выводы строгими

Признаки равенства треугольников помогают доказывать свойства чертежей, находить неизвестные углы и отрезки, а также уверенно переходить от рисунка к точному решению задач.



Что называют равными треугольниками

1. Совпадают при наложении

Равные треугольники можно совместить наложением так, что их вершины, стороны и углы полностью совпадут без смещения и поворота.

2. Равны все элементы

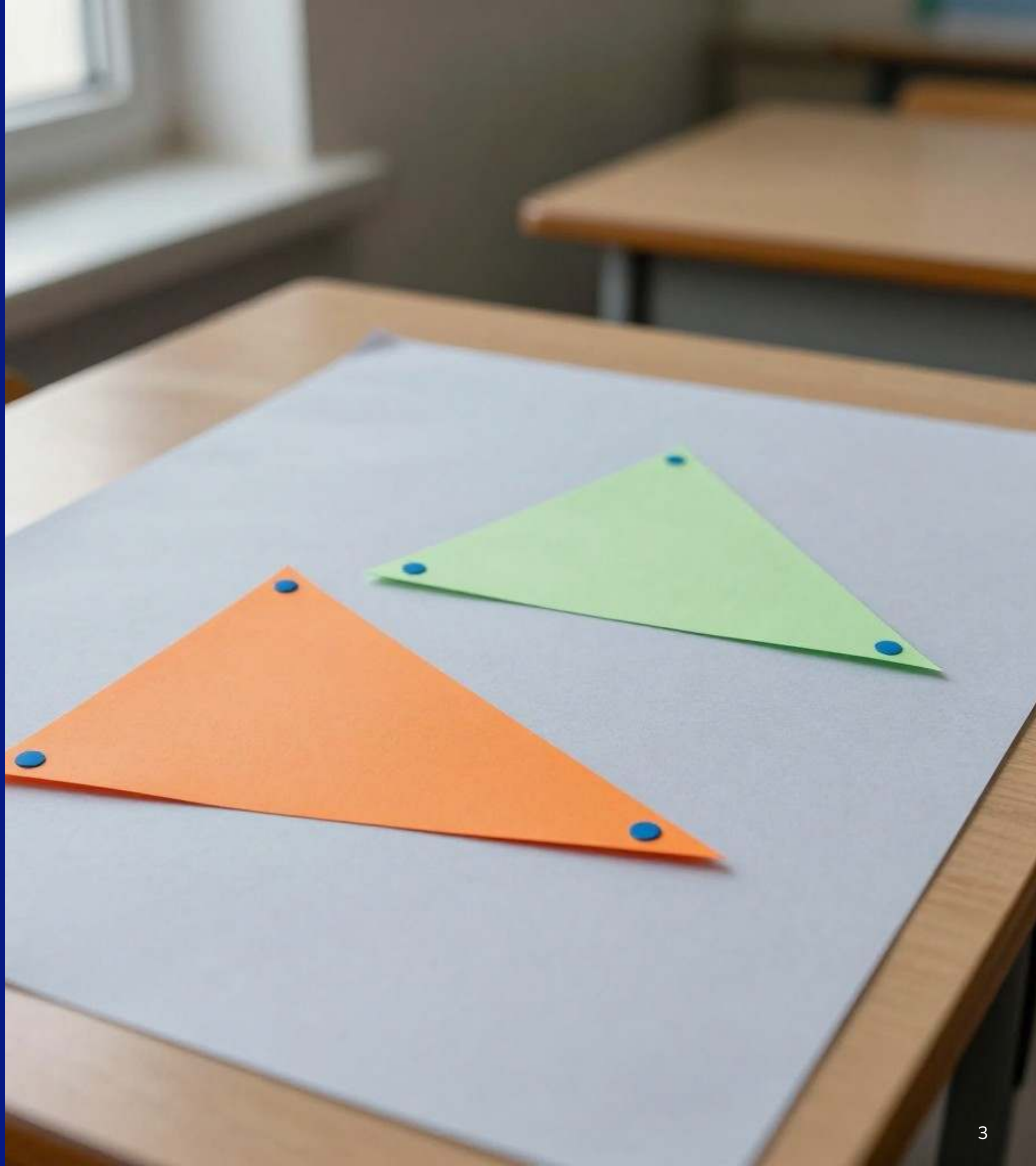
У таких треугольников попарно равны соответствующие стороны и углы, поэтому любая пара одноимённых элементов имеет одинаковую величину.

3. Одинаковы характеристики

Из равенства треугольников следует равенство периметров, площадей и других связанных с ними элементов, например высот, медиан и биссектрис.

4. Значение для задач

Если доказано равенство треугольников, можно переносить известные свойства одного треугольника на другой и получать новые выводы без дополнительных измерений.



Первый признак как основа для сравнения

Две стороны и угол

Первый признак утверждает: если две стороны и угол между ними одного треугольника равны соответствующим элементам другого, то треугольники равны.

Как строится вывод

Этот признак показывает, что нескольких точно совпадающих элементов достаточно, чтобы установить полное равенство фигуры, а не только отдельных её частей.

Опора для других признаков

Понимание первого признака помогает увидеть логику следующих: в каждом случае выбирается такой набор данных, которого достаточно для строгого доказательства.

Второй признак равенства треугольников

1. Нужные элементы

Если одна сторона и два угла, прилежащие к этой стороне, одного треугольника равны соответствующим элементам другого, треугольники равны.

2. Почему именно эти углы

Важно брать не любые углы, а те, которые находятся по обе стороны от выбранной стороны, потому что именно они задают форму треугольника.

3. Где признак удобен

Этот способ часто помогает в задачах с параллельными прямыми, где легко получить равные углы, а также в чертежах с общей стороной.





Схема второго признака на чертеже

Общая сторона

На рисунке выделяют сторону, которая соответствует одной и той же стороне в обоих треугольниках, и отмечают её одинаковым обозначением.

Два прилежащих угла

Затем сравнивают два угла, расположенные по разные стороны от этой стороны; равенство этих углов фиксируют дугами или подписями.

Вывод по рисунку

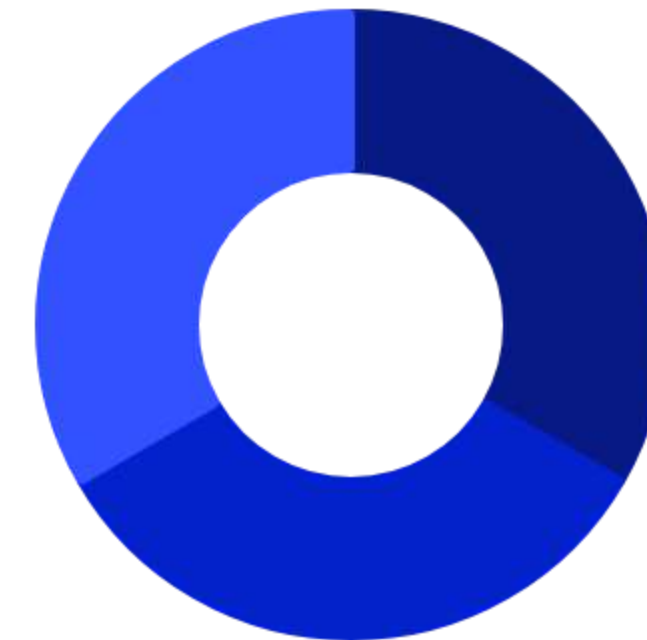
Если на чертеже совпадают три элемента — сторона и два прилежащих к ней угла, — можно сделать вывод о равенстве треугольников.

Какие элементы входят в признаки равенства

Все три признака используют по три элемента, но наборы этих элементов различаются.

Равенство треугольников можно доказать разными наборами данных; важна не длина списка, а правильное сочетание элементов.

1-й признак: 2 стороны + угол
2-й признак: сторона + 2 угла
3-й признак: 3 стороны



Составлено по формулировкам признаков равенства треугольников из школьного курса геометрии.

Как распознать второй признак в задаче

1. Найти общую сторону

Сначала определите сторону, которая есть в обоих треугольниках или соответствует одной и той же стороне на чертеже.

2. Проверить два угла

Затем убедитесь, что два угла, прилежащие к этой стороне, равны попарно; без этого второй признак не применяется.

3. Увидеть подсказки в чертеже

Если на рисунке есть параллельные прямые или общая основа, равные углы часто появляются автоматически и помогают быстро выбрать нужный признак.

Пример применения второго признака

1. Общая основа

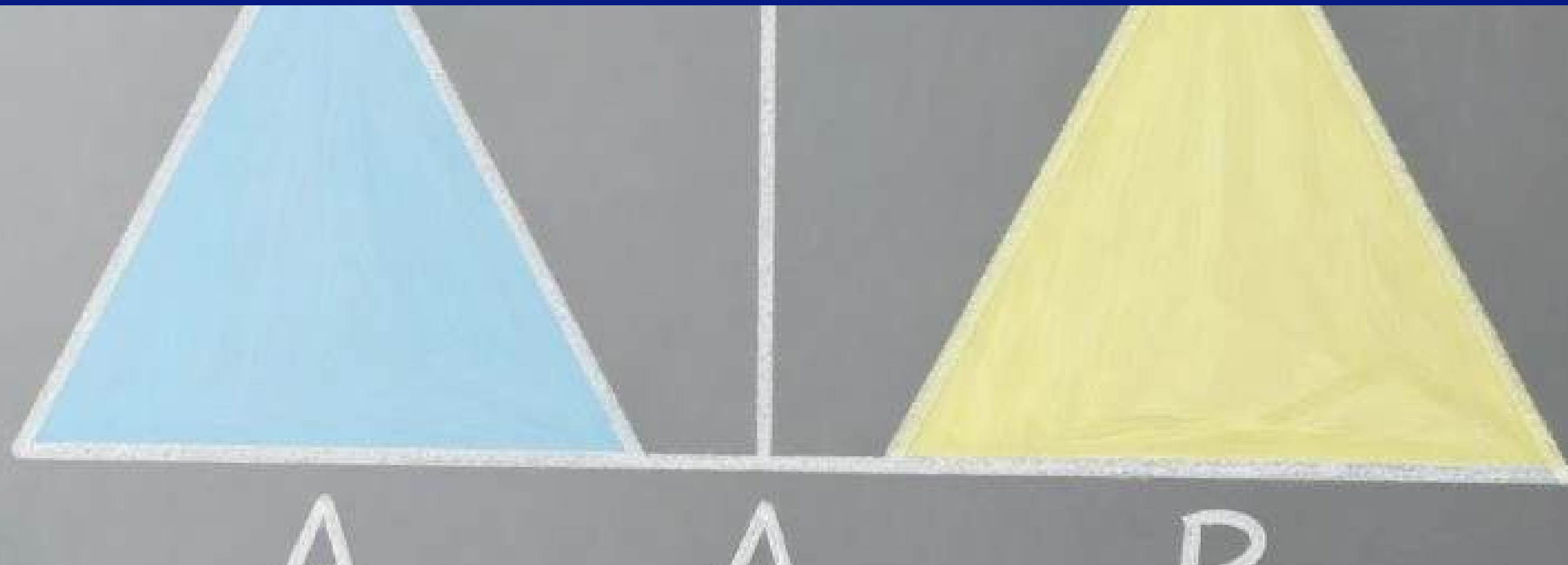
Пусть два треугольника имеют общую сторону АВ, а углы при вершинах А и В в каждом из них отмечены как равные.

2. Сравнение элементов

Когда сторона АВ совпадает, а прилежащие к ней углы равны попарно, выполняются условия второго признака равенства треугольников.

3. Наглядный вывод

Такой чертёж удобно рассматривать, если треугольники построены зеркально относительно одной линии: равные элементы сразу видны и легко сопоставляются.



Сравнение первого, второго и третьего признаков

Признак	Элементы	Вывод
1-й	2 стороны + угол	Треугольники равны
2-й	Сторона + 2 угла	Треугольники равны
3-й	3 стороны	Треугольники равны

Школьный курс геометрии, тема «Признаки равенства треугольников».

Таблица показывает, какие элементы используются в каждом признаке и к какому общему выводу они приводят.

Все признаки дают один и тот же строгий результат, но опираются на разные наборы известных элементов.

Третий признак равенства треугольников

Равенство по сторонам

Если у двух треугольников попарно равны все три стороны, то их можно совместить наложением. Тогда совпадают не только стороны, но и все углы, а значит, фигуры равны.

Когда признак удобен

Этот признак особенно полезен там, где известны только длины отрезков. Он позволяет делать строгий вывод без измерения углов и часто встречается в задачах на построение и сравнение фигур.

Что даёт вывод

После установления равенства треугольников можно сразу использовать совпадение соответствующих элементов. Это помогает находить неизвестные стороны и углы, а также доказывать равенство других частей чертежа.

Третий признак на чертеже

1. Отметить стороны

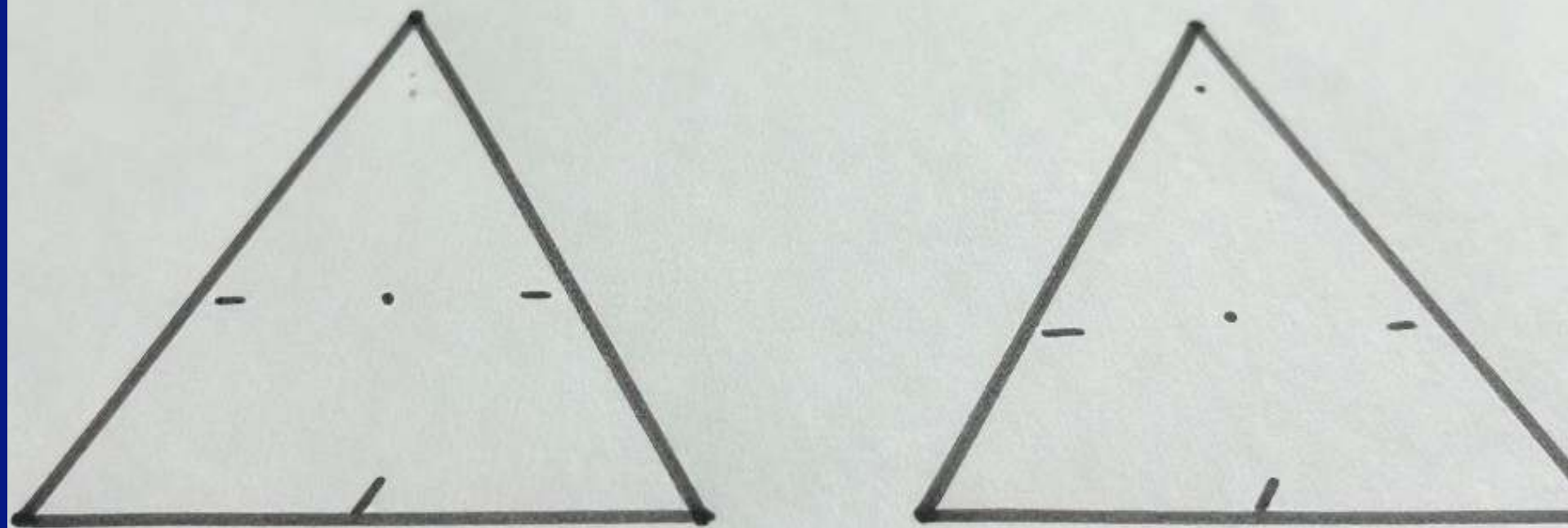
Сначала на рисунке обозначают три стороны каждого треугольника и показывают, какие из них соответствуют друг другу. Удобно использовать одинаковые штрихи, чтобы сразу увидеть равные пары.

2. Сравнить длины

Затем проверяют, что все три пары сторон равны: $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$. Именно полный набор равенств нужен для применения третьего признака.

3. Сделать вывод

Если все три стороны совпадают попарно, треугольники равны. Это означает, что вместе с ними совпадают и углы, хотя они не были даны напрямую на чертеже.



Какие данные чаще встречаются в задачах

Диаграмма показывает, сколько разных видов элементов нужно учитывать в каждом признаке. Это помогает быстро понять, какие данные искать в условии задачи.

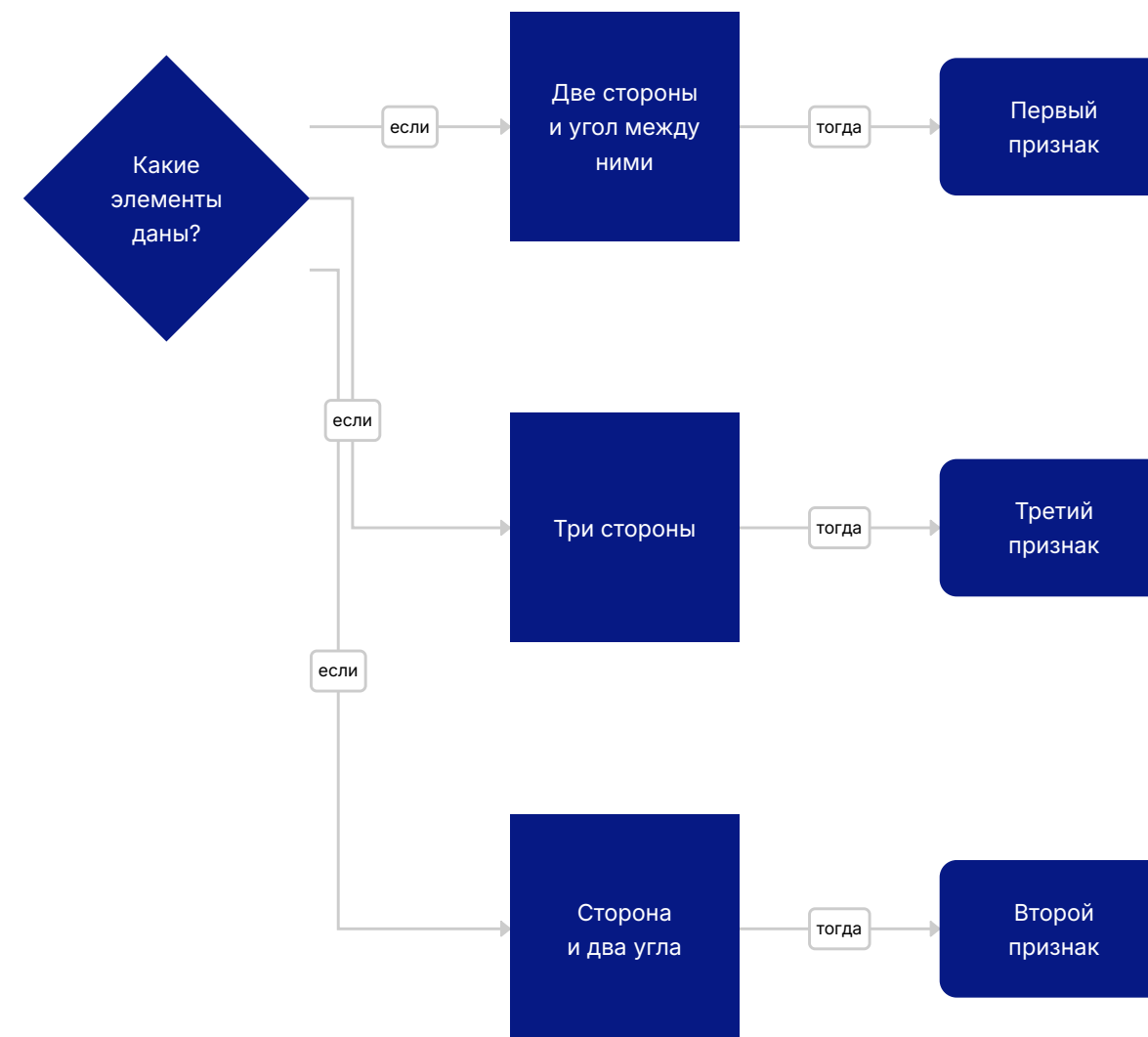
Наибольшее число видов данных требуется во втором признаке, а наименьшее — в третьем. Однако все три признака одинаково надёжны для доказательства.



Схематическая учебная диаграмма, составленная по формулировкам признаков равенства треугольников.

Определяем подходящий признак

Схема составлена по формулировкам трёх признаков равенства треугольников.

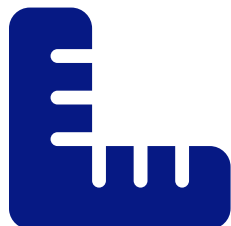


Типичные ошибки при применении признаков



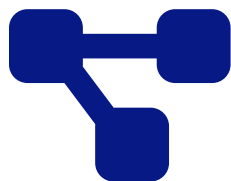
Неверные углы

Во втором признаке важно брать именно те углы, которые прилежат к одной и той же стороне. Если сравнить другие углы, вывод о равенстве треугольников будет ошибочным.



Не хватает стороны

В третьем признаке нужно проверить все три стороны, а не только две. Даже одно пропущенное равенство делает доказательство неполным и не позволяет сделать строгий вывод.



Путаница в соответствиях

Ещё одна ошибка связана с неправильным сопоставлением вершин. Если перепутать порядок записи, равные элементы окажутся не на своих местах, и решение потеряет точность.

Как доказать равенство треугольников

Шаг	Что делаем	Результат
1	Сопоставляем вершины	Находим пары
2	Выписываем равенства	Фиксируем данные
3	Проверяем признак	Выбираем способ
4	Делаем вывод	Треугольники равны

Составлено по алгоритму применения признаков равенства треугольников.

Последовательность действий помогает не пропустить нужный признак и сделать вывод строго, а не по догадке.

Если действовать по шагам, легче избежать путаницы в обозначениях. Проверка признака всегда должна предшествовать выводу о равенстве фигур.

Где применяются признаки равенства треугольников



Нахождение углов

Признаки помогают вычислять неизвестные углы, если в чертеже уже найдены равные элементы. Это часто встречается в задачах, где нужно связать несколько треугольников между собой.



Равенство отрезков

С их помощью доказывают, что отдельные отрезки одинаковой длины. Такой вывод полезен при работе с симметрией, серединами сторон и различными построениями на плоскости.



Параллельные прямые

Если из равенства углов удаётся показать, что прямые образуют равные накрест лежащие или соответствующие углы, можно сделать вывод о параллельности без лишних измерений.



Свойства построений

Эти признаки особенно важны в задачах с медианами, биссектрисами и высотами. Они позволяют перейти от рисунка к строгому доказательству и обосновать каждый шаг решения.

Чем второй признак отличается от третьего

Оба признака дают одинаково строгий результат, но опираются на разные наборы данных. Поэтому важно внимательно читать условие и выделять именно нужные элементы.

Второй признак связан с углами, а третий — только со сторонами. Выбор зависит от того, какие сведения уже есть в задаче.



Схематическая диаграмма, составленная по формулировкам второго и третьего признаков равенства треугольников.

Связь с жизненными и техническими примерами

Мебель и детали

Одинаковые элементы мебели должны совпадать по форме и размерам, чтобы конструкция собиралась точно. Здесь идея равенства треугольников помогает проверить, одинаковы ли опорные части и соединения.

Рамы и каркасы

В рамах, окнах и каркасах важна точность углов и длины сторон. Если треугольные части одинаковы, конструкция становится прочнее и сохраняет правильную форму.

Плитка и орнамент

В узорах из плитки одинаковые треугольники помогают создавать симметричный рисунок. Геометрическое равенство позволяет заранее понять, как элементы будут повторяться без перекосов.

Чертежи и строительство

В инженерных чертежах равные треугольники используются для проверки размеров и симметрии. Это особенно важно там, где ошибка даже на небольшой величине может изменить результат.

Главное, что нужно запомнить

Второй признак связывает равенство треугольников со стороной и двумя прилежащими углами, а третий — с тремя сторонами. Эти признаки делают доказательства точными, короткими и понятными.