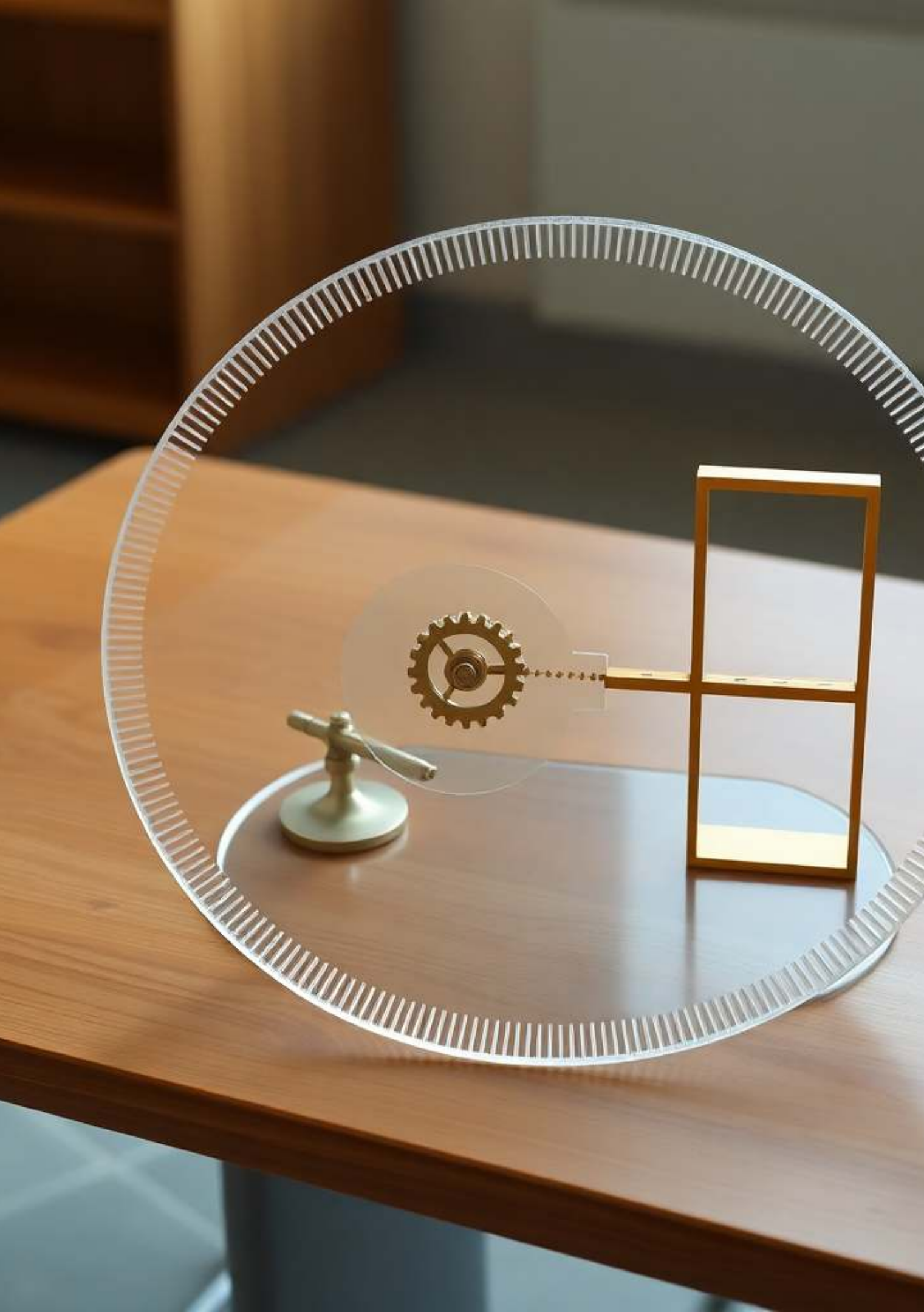




+ Обращение периодических десятичных дробей в обыкновенные дроби

Периодические дроби раскрывают рациональные числа через разложение и алгебру.

Почему периодические дроби встречаются в алгебре



При делении целых чисел часто возникает бесконечная десятичная запись с повторяющимся блоком. Именно так появляются $1/3 = 0, (3)$, $1/7 = 0, (142857)$ и $5/6 = 0,8(3)$. Это ключ к распознаванию рациональных чисел.

Понятие периодической десятичной дроби

Повторяющийся блок

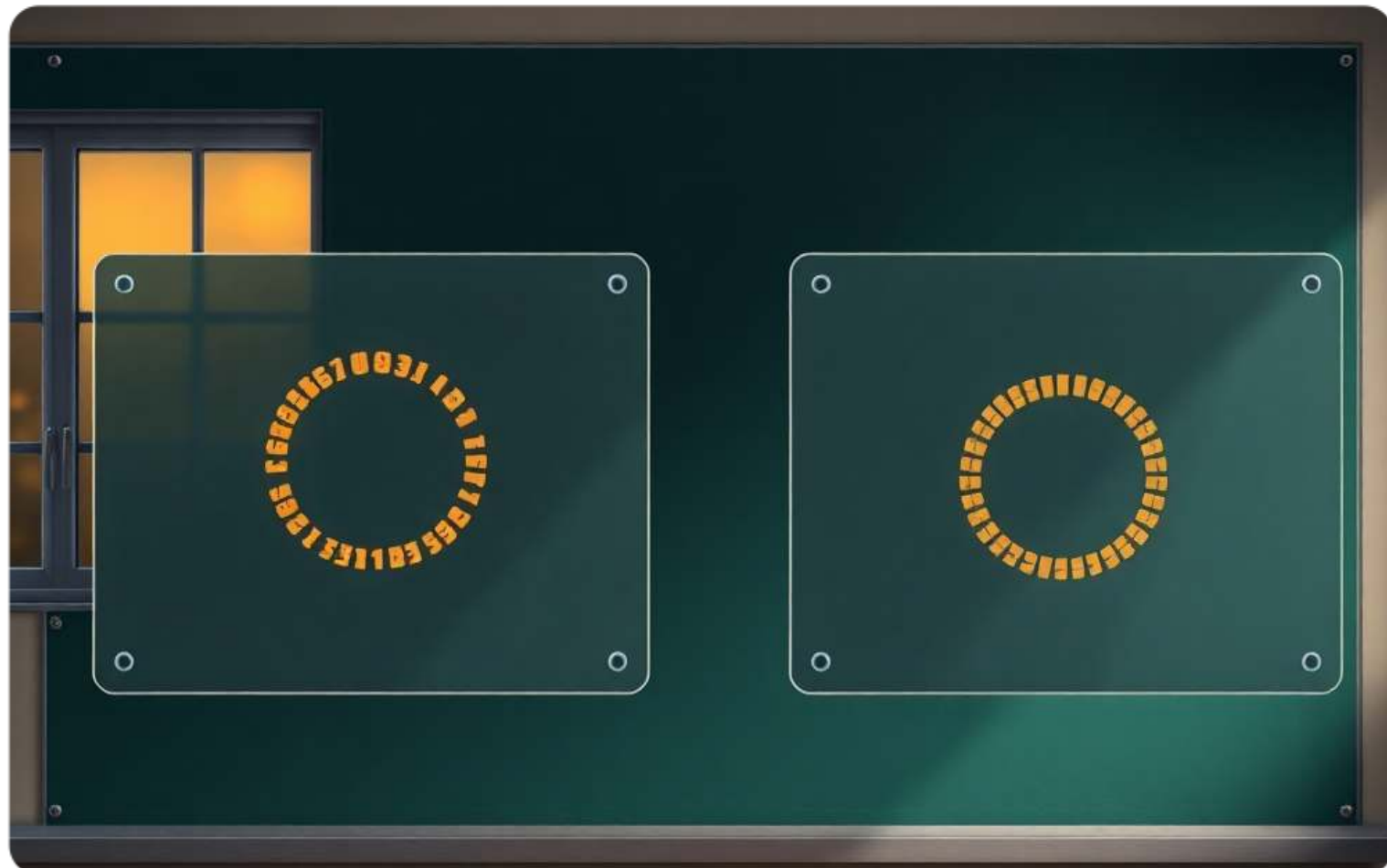
- Периодическая десятичная дробь содержит фрагмент цифр, который бесконечно повторяется после запятой. Именно этот повтор позволяет отличить её от конечной десятичной записи и восстановить исходную обыкновенную дробь.

Чистая периодичность

- У чистой периодической дроби период начинается сразу после запятой: $0,(\overline{7})$, $2,(\overline{45})$. В записи нет промежуточных цифр, поэтому перевод в обыкновенную дробь выполняется особенно быстро по правилу девяток.

Смешанная периодичность

- У смешанной периодической дроби перед периодом есть неповторяющаяся часть: $0,1(\overline{6})$, $3,25(\overline{8})$. Для неё требуется сначала сдвинуть запятую, а затем вычесть два уравнения, чтобы убрать бесконечный повтор.



Структура записи числа с периодом

01.

Целая часть

В записи $3,1(27)$ первая часть — это целое число 3. Она сохраняется отдельно и не участвует в повторении, поэтому её нужно аккуратно перенести в ответ при преобразовании.

02.

Предпериод

Число 1 после запятой — это неповторяющаяся часть, или предпериод. Она задаёт, на сколько разрядов нужно сначала сдвинуть запятую, прежде чем период начнёт совпадать при умножении.

03.

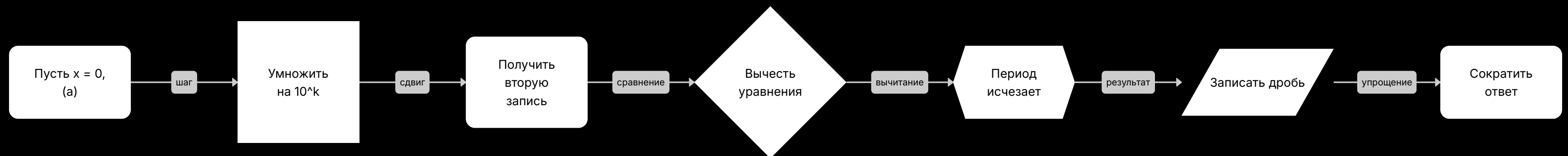
Период

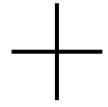
Блок 27 — это период, который повторяется бесконечно. Его длина равна двум цифрам, и именно она определяет, какую степень десяти выбирают для вычитания в следующем шаге.



Алгоритм перевода чистой периодической дроби

Схема показывает стандартный школьный приём: сдвиг периода, вычитание и сокращение результата.





Для чистой периодичности правило очень краткое: числитель берут из повторяющегося блока, а знаменатель составляют из девяток по числу цифр в периоде.

9

девяток в знаменателе достаточно для периода
из одной цифры

Правило для чистых периодических дробей из школьного курса
алгебры

Связь длины периода и вида знаменателя

- Чем длиннее период, тем больше девяток требуется в знаменателе. Это позволяет сразу подобрать общий вид дроби ещё до сокращения.

- Для чистой периодической дроби число цифр в периоде напрямую задаёт количество девяток в знаменателе.

Обобщение правил перевода чистых периодических дробей

Примеры перевода чистых периодических дробей

Исходная	До сокращения	Итог
0, (4)	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{3}$
0, (12)	$\frac{12}{99}$	$\frac{4}{33}$
0, (125)	$\frac{125}{999}$	
3, (6)	$3 + \frac{6}{9}$	$\frac{11}{3}$

В таблице показаны исходная запись, дробь до сокращения и итоговый ответ. Видно, что правило девяток работает одинаково и для чисел с целой частью.

Периодическая часть переводится по одному правилу, а целая часть сохраняется; затем дробь обязательно сокращают.

Правило для чистых периодических дробей

Алгоритм перевода смешанной периодической дроби

1. Выделение частей

Сначала находят предпериод и период. Это позволяет понять, на сколько разрядов нужно сдвигать запятую, чтобы совпали повторяющиеся фрагменты.

2. Первый сдвиг

Число умножают на 10^m , где m — длина предпериода. Запятая проходит через неповторяющуюся часть, и период ещё не совпадает полностью.

3. Второй сдвиг

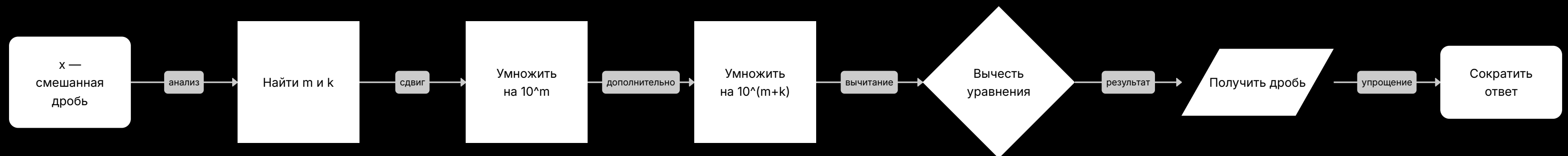
Затем умножают на $10^{(m+k)}$, где k — длина периода. Теперь повторяющиеся части оказываются одинаковыми в двух записях.

4. Вычитание и ответ

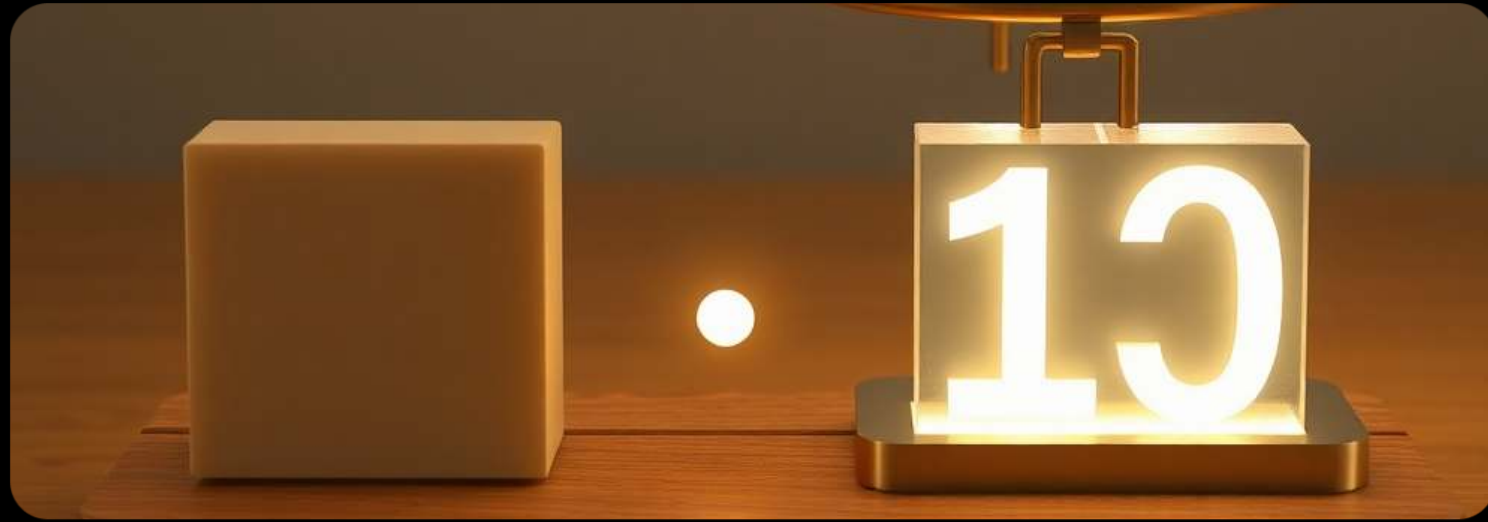
После вычитания бесконечный хвост исчезает, остаётся конечная дробь. Её приводят к стандартному виду и, если возможно, сокращают.

Пошаговая схема для смешанной периодической дроби

Схема отражает школьный алгоритм для чисел с предпериодом и периодом.



Разбор примера 0,12(3)



Сдвиг запятой наглядно

Для числа $x=0,12(3)$ сначала видно две неподвижные цифры после запятой и затем один повторяющийся разряд. При умножении на 100 запятая уходит за предпериод, и запись становится $12,3(3)$, что удобно для дальнейшего вычитания.



Два равных периода

Следующий шаг — умножение на 1000, чтобы период оказался в той же позиции, что и в предыдущей записи. Получается $123,3(3)$: повторяющаяся часть совпадает полностью, а значит при вычитании она исчезает без остатка.



Короткая дробь после сокращения

После вычитания остается $111/900$, то есть обычная дробь, которую еще можно упростить. Сокращение дает $37/300$, и именно эта запись считается окончательным ответом: она точна, компактна и пригодна для проверки обратным действием.

Сокращение дроби как обязательный этап

После вычитания получается верная дробь, но ее вид часто еще не является

- стандартным. Сокращение делает ответ короче и удобнее для дальнейших вычислений.

Во всех примерах знаменатель уменьшается, поэтому сокращение нельзя

- пропускать: оно приводит результат к канонической записи без изменения значения.

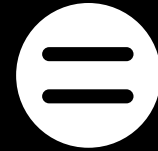
Примеры из школьного курса алгебры, по условиям задания.

Почему метод умножения и вычитания работает



Сдвиг разрядов

Умножение на 10, 100 или 1000 переносит запятую вправо на целое число позиций. Благодаря этому можно выровнять непериодическую часть и добиться совпадения повторяющихся блоков в двух записях числа.



Совпадающие части

Когда период в обеих строках оказывается на одном месте, одинаковые бесконечные хвосты дают равные выражения. Это позволяет вычесть одно уравнение из другого и полностью убрать повторяющуюся дробную часть.



Конечный результат

После вычитания остается только конечное числовое выражение, состоящее из целых чисел и обычных разрядов. Его легко записать в виде дроби, а затем, при необходимости, сократить.



Основа в алгебре

Метод опирается на свойства равенств: если к обеим частям применить одинаковое действие, равенство сохраняется. Именно поэтому прием работает для любой периодической десятичной записи, а не только для отдельных примеров.

Типичные ошибки при обращении периодических дробей

- Короткая таблица показывает, на каких шагах чаще всего возникают неточности и почему одна ошибка сразу меняет ответ.
- Ошибки обычно связаны не с вычислениями, а с распознаванием структуры числа. Проверка каждого шага помогает избежать неверного результата.

Правила школьного курса алгебры.

Ошибка	Что забыто	Чем опасно
Длина периода	Неверный k	Неверное вычитание
Целая часть	Не выделена	Сбит результат
Сокращение	Не выполнено	Ответ неканоничен

Проверка правильности полученной дроби

01.

Вернуться к делению

Разделите числитель на знаменатель и получите десятичную запись. Если перевод выполнен верно, первые цифры после запятой совпадут с исходной периодической дробью.

02.

Сверить повторение

Особенно полезно сравнить несколько первых повторов периода, а не только одну цифру. Это помогает заметить ошибку в знаменателе, сокращении или длине периода.

03.

Убедиться в точности

Для длинных периодов разумно проверить не менее четырех-пяти повторяющихся цифр. Такой способ дает надежное подтверждение, что обыкновенная дробь найдена правильно.



Где применяется перевод периодических дробей

Навык нужен там, где важно сохранить точность записи и не потерять значение числа из-за округления. В учебных задачах он часто используется вместе с делением и проверкой вычислений.

Наибольшую пользу метод дает в регулярной учебной практике:

- он помогает уверенно работать с рациональными числами и быстро контролировать ответы.

Иллюстративная схема по материалам школьного курса алгебры.

Связь периодической записи с делением и рациональными числами



- **Рациональная дробь в записи**

Любое рациональное число можно представить как дробь a/b , где a и b — целые числа, а знаменатель не равен нулю. Если разделить такие числа, результат либо конечен, либо превращается в периодическую десятичную запись.



- **Период рождается из остатка**

При делении 1 на 3 получаем 0, (3), а при делении 1 на 7 — 0, (142857). Повтор появляется потому, что при делении с остатком возможных остатков конечное число, и один из них неизбежно повторяется.



- **Признак, который легко узнать**

Если после запятой начинается бесконечное повторение, перед нами рациональное число в десятичной форме. Именно поэтому периодическая запись помогает отличать рациональные числа от тех, чья десятичная запись не имеет периода.

Тренировочные примеры для 10 класса

Запись	Период / предпериод	Ответ
0, (2)	1 / 0	2/9
1, (4)	1 / 0	13/9
0,03(6)	1 / 2	11/300
2,1(25)	2 / 1	2123/990

Подборка примеров помогает увидеть различие между чистой и смешанной периодичностью и сразу соотнести запись числа с нужными действиями.

Чем точнее определены длины периода и предпериода, тем проще выбрать степени 10 и получить правильную дробь после сокращения.

Примеры из школьного курса алгебры, по условиям задания.

Обобщение метода и его границы

01.

Для всех периодов

Любая периодическая десятичная дробь переводится в обыкновенную по одной схеме: умножение на степень 10, вычитание и последующее сокращение. Различается только длина предпериода и периода.

02.

Что не имеет периода

Конечные десятичные дроби тоже рациональны, но у них нет бесконечного повторения. У чисел вроде $\sqrt{2}$ и π десятичная запись не становится периодической, поэтому они относятся к иррациональным.

03.

Главный критерий

Именно характер десятичной записи позволяет отличить рациональные числа от иррациональных. Периодичность указывает на возможность представить число в виде дроби, а отсутствие периода — на противоположный случай.

Тема освоена: теперь дроби
становятся прозрачными

Периодическая десятичная дробь всегда переводится в обыкновенную через умножение, вычитание и сокращение. Освоив правило девяток и прием для смешанной периодичности, легче понимать рациональные числа и проверять вычисления.

