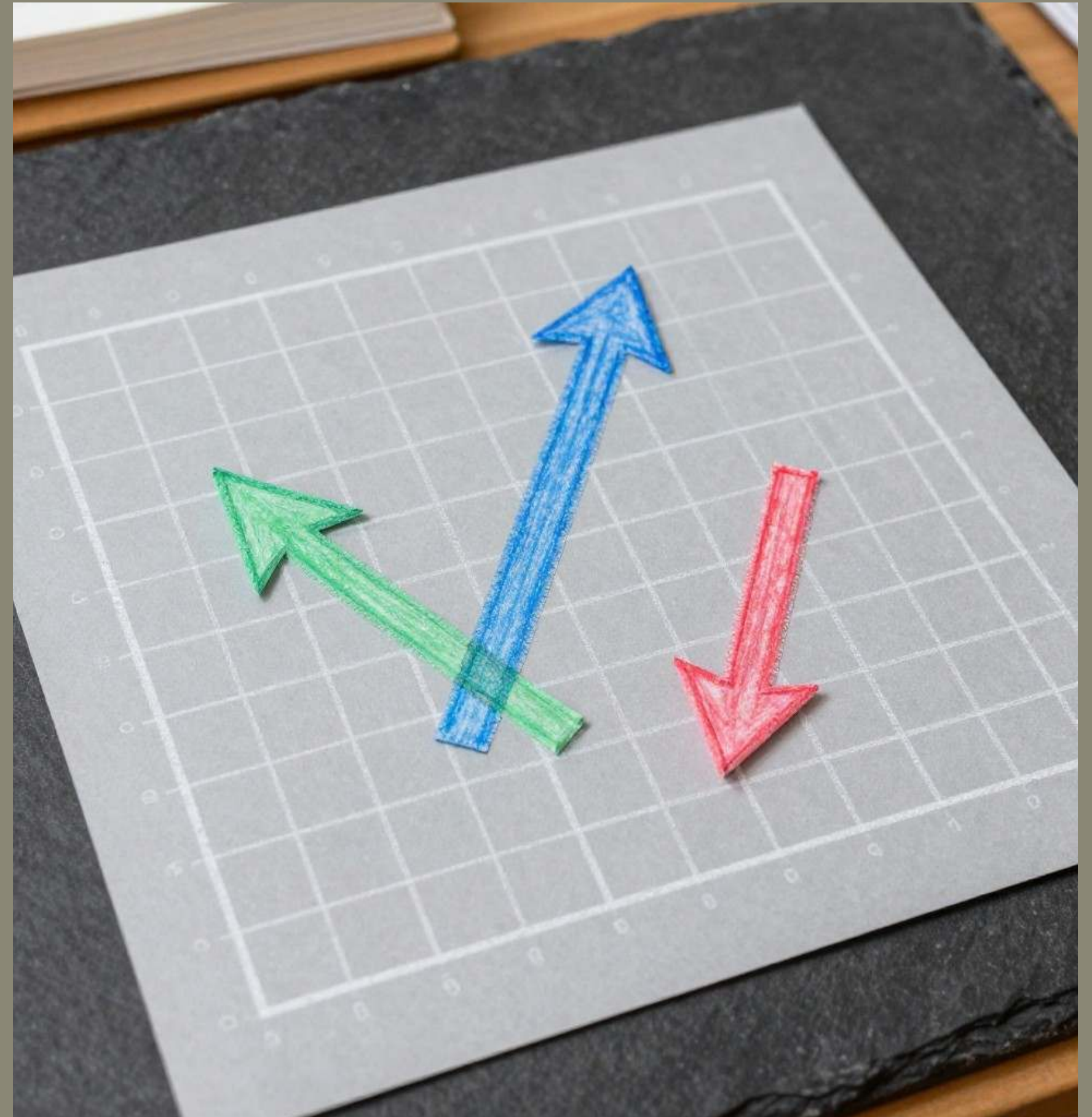


Векторы на координатной плоскости: направление, длина и координаты

Векторы помогают точно описывать движение на плоскости.



> Как числа помогают увидеть движение

Координатная плоскость превращает геометрию в понятную запись: каждая точка задаётся числами, а вектор показывает переход между ними. Так легко определить смещение, направление и сравнить перемещения без лишних построений.



> Главные признаки вектора



Направление

Вектор указывает не только на размер перемещения, но и на его направление. Именно стрелка показывает, куда движется точка или объект на координатной плоскости.



Начало и конец

У каждого вектора есть начальная и конечная точка. Эти точки задают, откуда начинается движение и где оно завершается на плоскости.



Длина

Длина вектора показывает, насколько велико перемещение. Она всегда неотрицательна и измеряет расстояние между началом и концом направленного отрезка.



Обозначение

Вектор записывают как стрелку над буквами или как AB . Такая запись сразу отличает его от обычного отрезка, где важно только расстояние между точками.

> Координаты начала и конца вектора

Две точки

Если известны точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, то вектор AB полностью определяется их положением.

По координатам легко

понять, откуда и куда идёт

движение

Сетка помогает увидеть путь

На клетчатой плоскости хорошо видно, как вектор проходит от начала к концу через клетки. Это делает направление и величину перемещения наглядными и понятными.

Горизонтальное смещение

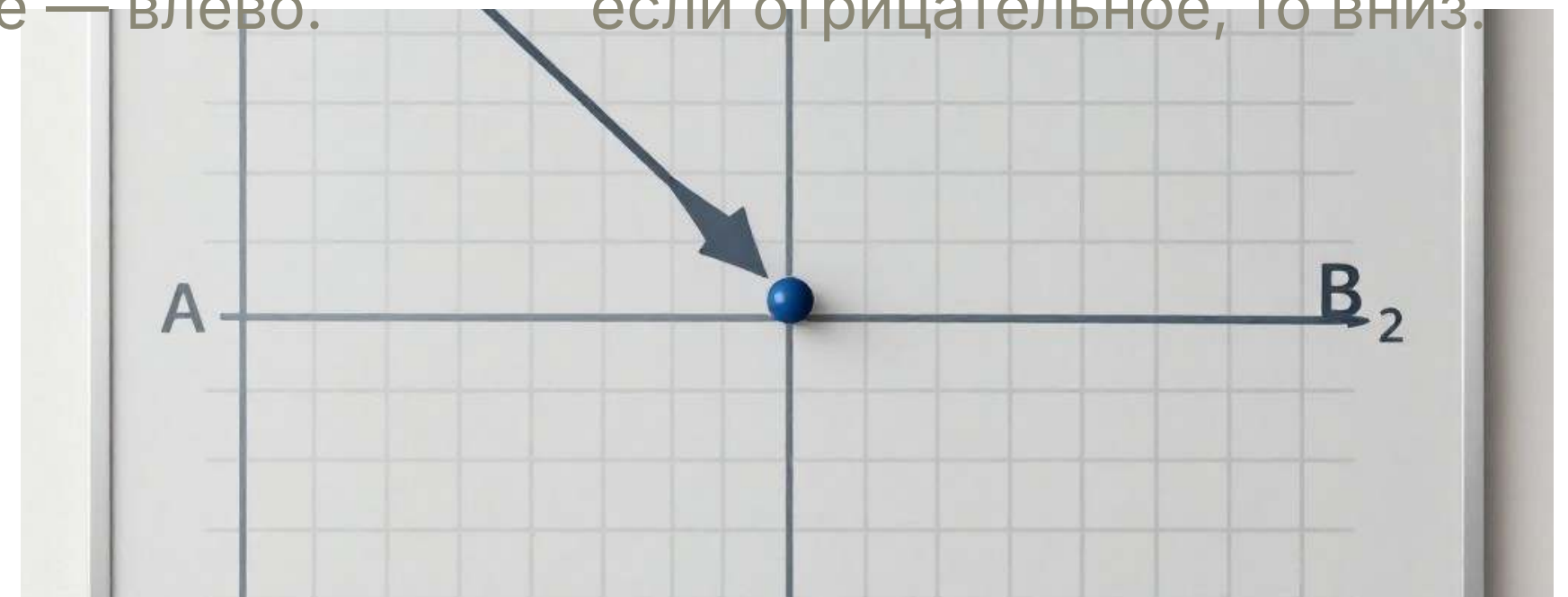
Первая координата показывает, насколько нужно сдвинуться по оси Ox . Положительное значение означает движение вправо,

а отрицательное — влево.

Вертикальное смещение

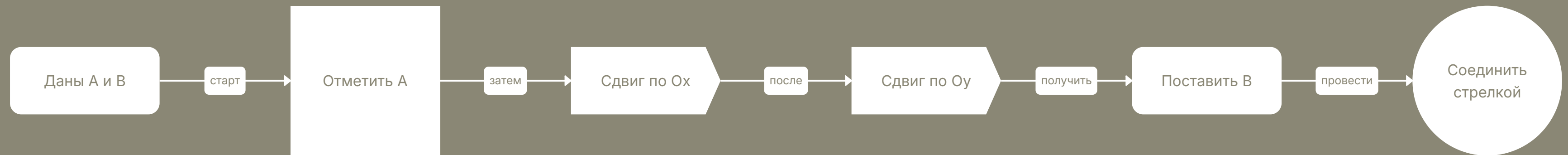
Вторая координата показывает изменение по оси Oy . Если число положительное, движение направлено вверх;

если отрицательное, то вниз.



> Построение вектора по заданным точкам

Алгоритм по координатам начала и конца на плоскости



01

Общая формула

Координаты вектора АВ находят по правилу: из координат конца вычитают координаты начала. Получается запись $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$, которая работает для любых двух точек.

02

Что показывает каждая часть

Первая координата отвечает за изменение по горизонтали, а вторая — за изменение по вертикали. По ним можно сразу понять, в какую сторону и насколько сместился объект.

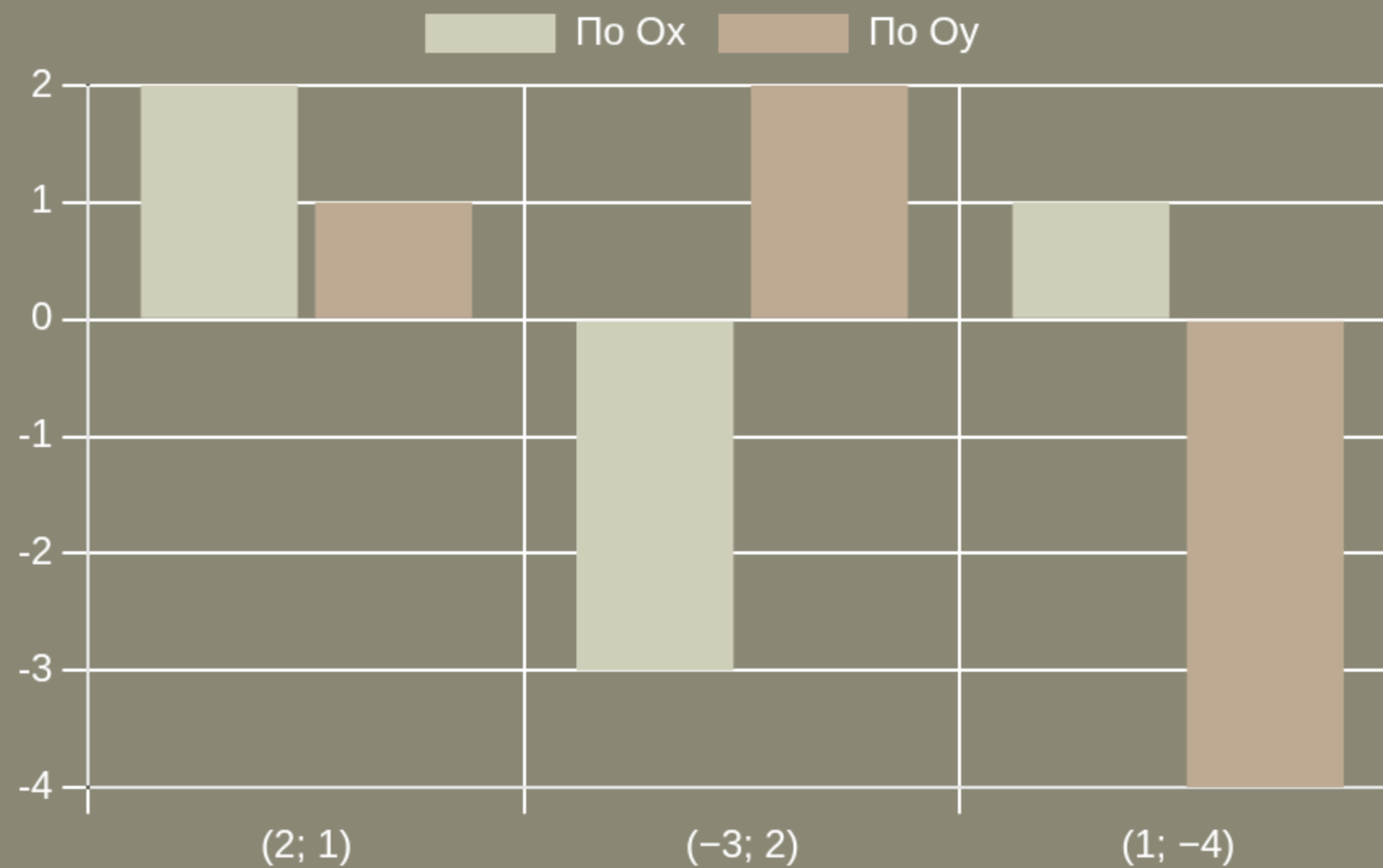
03

Простой пример

Если $A(2, 1)$, а $B(5, 4)$, то $AB = (3; 3)$. Это значит, что от точки А нужно пройти три клетки вправо и три клетки вверх.

Координаты вектора

> Изменение по осям на примерах векторов

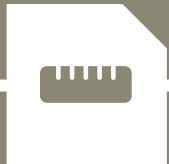


Знак координат сразу подсказывает направление движения: вправо или влево, вверх или вниз. Это позволяет читать вектор, даже не строя полный рисунок.

У первого вектора оба изменения положительные, у второго горизонтальное отрицательное, а у третьего отрицательная вертикаль. Знак координаты определяет направление движения.

Составлено по заданным векторам из условия

> Как измеряют длину вектора



По клеткам

Если вектор идёт строго горизонтально или вертикально, его длину можно найти простым подсчётом клеток между началом и концом. Это самый наглядный случай.



Для диагонали

У наклонного вектора длину находят через теорему Пифагора. Изменения по осям становятся катетами прямоугольного треугольника, а вектор — его диагональю.



Всегда неотрицательна

Длина не может быть отрицательной, потому что это расстояние. Даже если вектор направлен влево или вниз, его размер остаётся положительным или равным нулю.



Единицы измерения

Длина вектора измеряется в тех же единицах, что и координатная сетка. Если клетка означает один сантиметр, то и длина будет выражаться в сантиметрах.

> Примеры координат и длины векторов

Начало	Конец	Вектор	Длина
(0,0)	(3,4)	(3; 4)	5
(2,1)	(2,6)	(0; 5)	5
(−1,3)	(4,3)	(5; 0)	5

В таблице показано, что одинаковая длина может получаться у векторов с разным направлением.

Все три вектора имеют длину 5, но их направления различаются. Координаты показывают смещение, а длина — только размер перемещения.

Вычисления по координатам точек

> Равные и противоположные векторы

01 Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковую длину и одинаковое направление. Их можно перенести в любое место плоскости, и от этого

02 Противоположные векторы

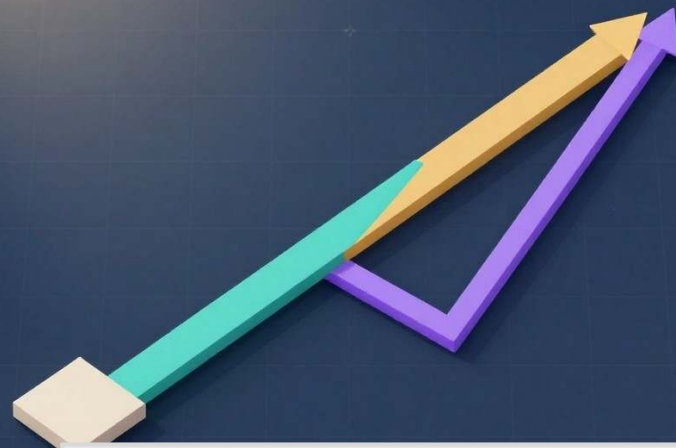
Противоположные векторы равны по длине, но направлены в разные стороны. Например, $(4; -2)$ и $(-4; 2)$ отличаются только знаком всех координат.

03 Зачем это нужно

Такое сравнение помогает проверять одинаковые перемещения, замечать симметрию и быстрее решать задачи, где важно

> Куда сложится путь: правило треугольника и параллелограмма

1 Two steps — one result



Два шага — один результат

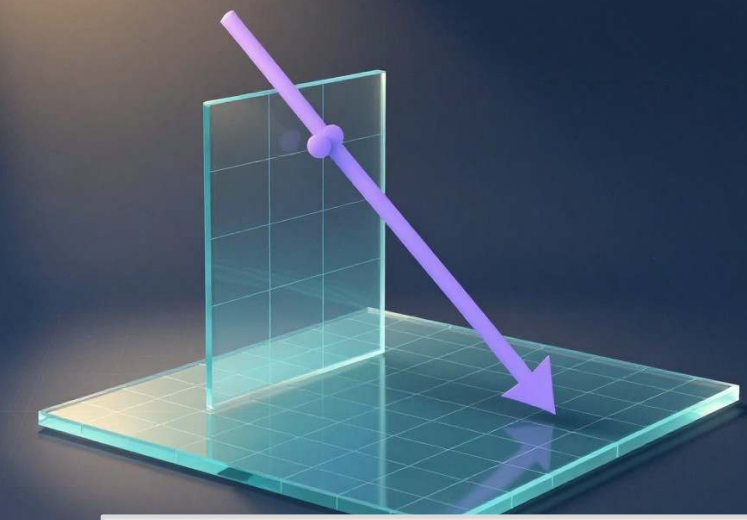
Сначала вектор задаёт первый шаг, затем к его концу присоединяется второй. Итоговый вектор показывает, где окажется точка после двух перемещений. На рисунке удобно показать ломаную из двух стрелок и короткую итоговую диагональ.

2 How the paralelogram works



Как работает параллелограмм

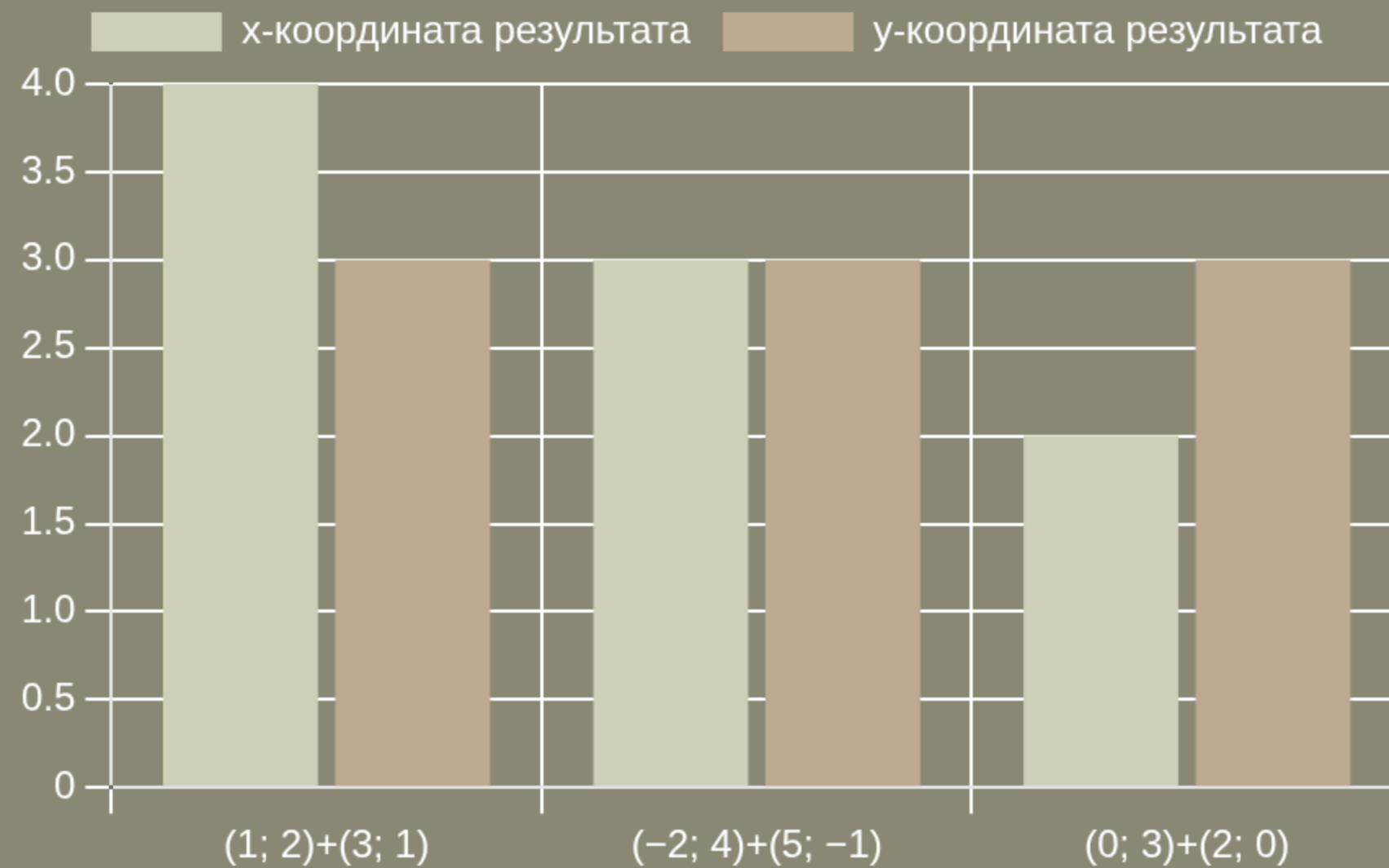
Если оба вектора выходят из одной точки, их можно достроить до параллелограмма. Диагональ из общего начала показывает сумму. Такой рисунок помогает увидеть не только результат, но и связь между направлениями двух перемещений.



Пример с координатами

Для векторов $(2; 1)$ и $(-1; 3)$ сумма равна $(1; 4)$. Это значит, что горизонтальное смещение частично уменьшается, а вертикальное складывается сильнее. На схеме сразу видно, как отдельные движения превращаются в один общий вектор.

> Сложение координат векторов



Для каждого примера складываются только соответствующие координаты: x с x и y с y . Это позволяет быстро получить результат без чертежа.

Во всех примерах правило одинаково: компоненты складываются отдельно, а итоговый вектор получается из двух независимых сумм.

> Как понять вычитание векторов

Разность как перемещение

Вычитание вектора показывает, какой сдвиг нужен, чтобы перейти от одного положения к другому. Если известны два перемещения, разность помогает сравнить их и понять, чем они отличаются.

Где это пригодится

Разность векторов часто используют в задачах на поиск недостающего перемещения, проверку результата и построение симметричных движений на координатной плоскости.

Противоположный вектор

Удобно представить вычитание как прибавление противоположного вектора. Тогда знак каждой координаты меняется на противоположный, а дальше действует обычное сложение по компонентам.

> Как найти координаты вектора по двум точкам

Последовательность действий по координатам начала и конца вектора



> Основные правила и формулы для работы с векторами

Действие	Формула	Смысл
Координаты	$(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$	сдвиг
Сложение	$(a_1 + a_2; b_1 + b_2)$	по компонентам
Разность	$(a_1 - a_2; b_1 - b_2)$	по компонентам
Длина	Пифагор	для диагонали

Таблица собирает самые нужные правила темы в одном месте: формулу координат, действия с компонентами и способ найти длину диагонального вектора.

Все операции выполняются отдельно по осям, поэтому координаты удобно считать как пару независимых чисел.

> Где встречаются векторы рядом с нами



Карты и навигация

Вектор помогает показать, куда нужно двигаться и на сколько сместиться. На карте города или в навигаторе он описывает направление маршрута очень точно.



Робототехника

Робот на клетчатом поле может выполнять шаги по вектору: вправо, влево, вверх или вниз. Такой способ помогает точно запрограммировать его действия.



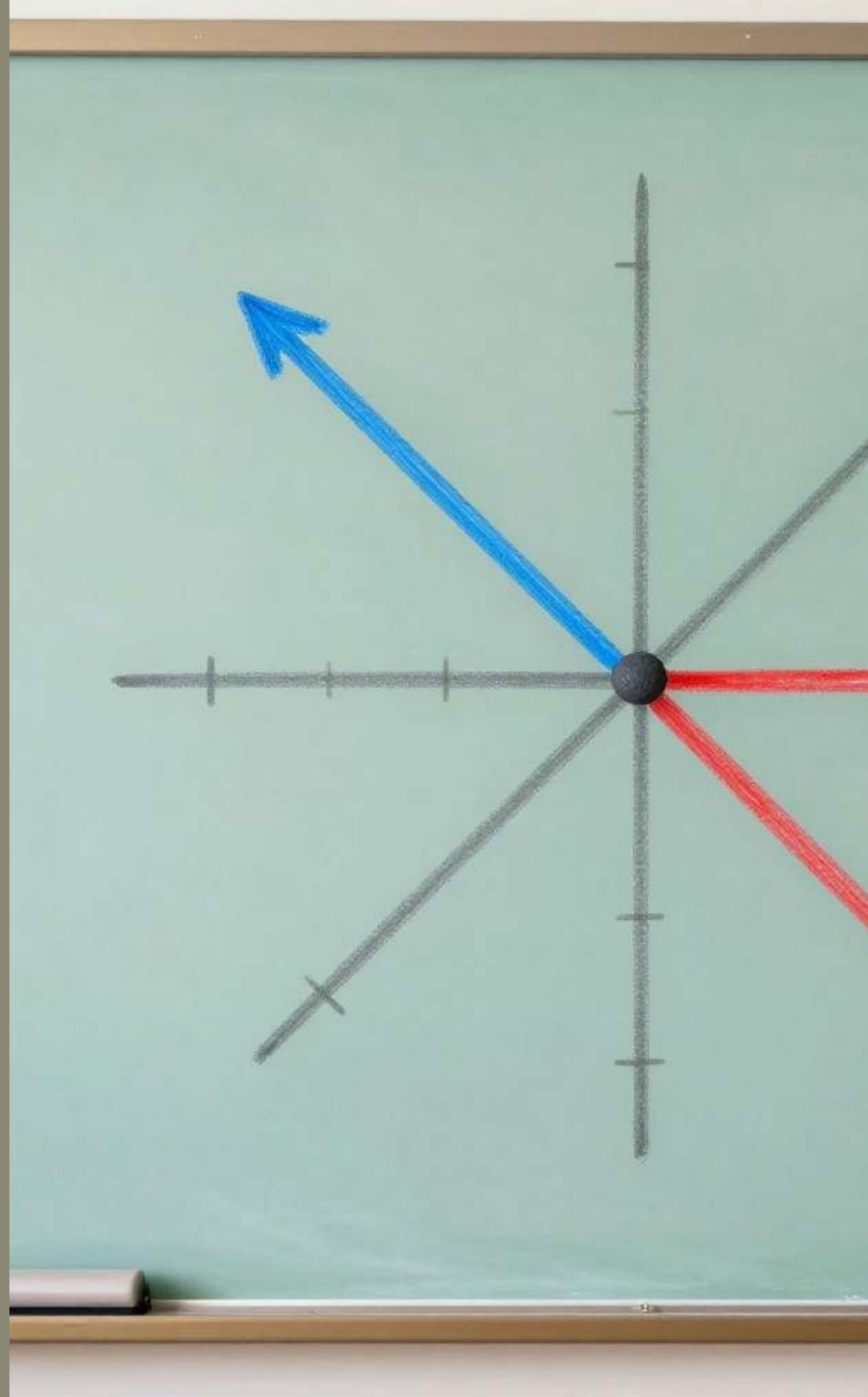
Компьютерные игры

В играх вектор задаёт движение персонажа, прыжок или полёт объекта. Благодаря этому программа понимает не только путь, но и направление перемещения.



Физика и погода

Вектором удобно описывать силу ветра, скорость и направление движения тела. В физике это позволяет записывать перемещение строго и без лишних слов.



Путают начало и конец

Если перепутать точки А и В, координаты вектора изменятся на противоположные. Из-за этого направление окажется неверным, хотя сами числа могут выглядеть знакомо.

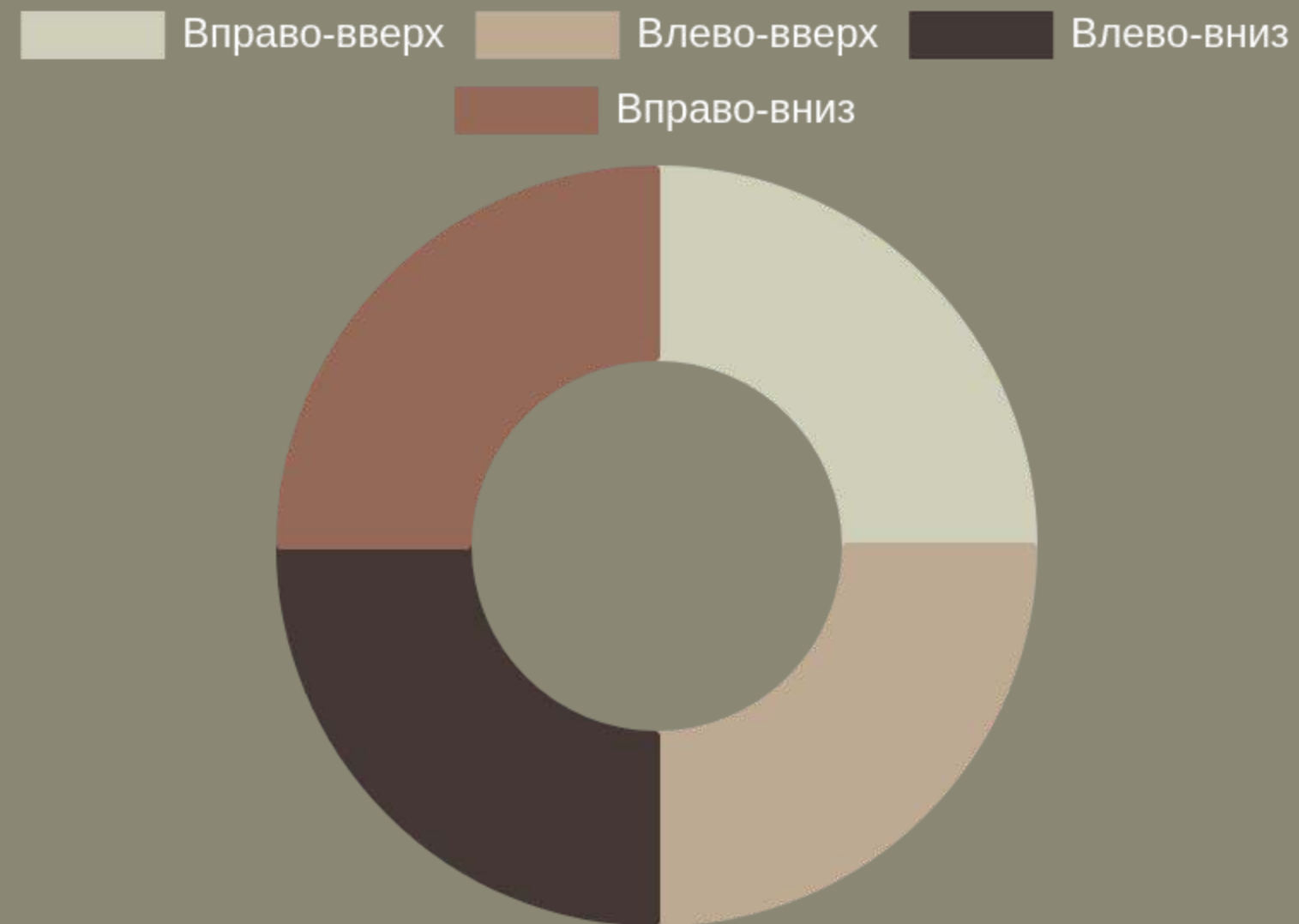
Частая ошибка — не учитывать знак при вычитании координат. Один пропущенный минус меняет результат и может полностью исказить направление вектора.

Меняют местами x и y

Координаты нельзя переставлять местами, потому что каждая из них отвечает за свою ось. Если перепутать x и y, построение на плоскости получится неверным.

Типичные ошибки при работе с координатами вектора

> Направления векторов и знаки координат



Знаки координат сразу подсказывают, в какую сторону направлен вектор. Для этого достаточно посмотреть, положительные числа стоят или отрицательные.

Каждая комбинация знаков соответствует своему направлению, поэтому знак координаты работает как быстрый ориентир на плоскости.

> Что нужно уметь после изучения темы

01 Находить координаты

Нужно уметь по двум точкам быстро находить координаты вектора, правильно вычитать x и y и записывать ответ в стандартном виде.

04 Складывать и вычитать

Нужно уверенно выполнять действия с координатами по компонентам и проверять результат на простых примерах без лишних построений.

02 Строить вектор

Важно уметь отмечать начало и конец на координатной плоскости, двигаться по осям в нужную сторону и изображать стрелку без ошибок.

05 Читать направление

Полезно по знакам координат сразу определять, куда направлен вектор, и использовать это при решении более сложных геометрических задач.

03 Сравнивать векторы

Ученик должен распознавать равные и противоположные векторы, понимая, что важны не только размеры, но и направление на плоскости.

> Вектор — это движение, записанное числами

Векторы помогают точно описывать перемещение на координатной плоскости: направление видно по знакам, длина — по расстоянию, а вычисления сводятся к простым правилам по компонентам.