

Формулы для вычисления координат точки: зачем они нужны

Координаты помогают точно описывать положение точки
и находить новые положения

Координатная плоскость: как читать запись точки

- На координатной плоскости каждая точка задаётся двумя числами. Ось Ox показывает горизонталь, ось Oy — вертикаль, а запись в скобках сразу говорит, где находится объект относительно начала координат $O(0; 0)$.





Как читаются координаты точки

Первая координата

Число x показывает, насколько точка смещена вправо или влево от оси Oy . Оно задаёт горизонтальное положение и помогает быстро понять, в какой стороне плоскости находится объект.

Вторая координата

Число y показывает, как точка расположена выше или ниже оси Ox . По этой координате легко определить вертикальное положение без дополнительного построения на сетке.

Положительные значения

Если x положительное, точка находится справа от оси Oy . Если y положительное, она расположена выше оси Ox . Такие знаки сразу подсказывают направление движения по плоскости.

Отрицательные значения

Если x отрицательное, точка лежит слева от оси Oy . Если y отрицательное, она находится ниже оси Ox . Это удобно для быстрого чтения координат в задачах.

Знаки координат в четырёх четвертях

Знаки координат сразу показывают, в какой части плоскости расположена точка.

Если известны знаки x и y , можно сразу определить четверть без построения точки.

Четверть	x	y
I	+	+
II	-	+
III	-	-
IV	+	-

Школьная координатная плоскость

Построение точки по координатам

Шаг по оси Ox

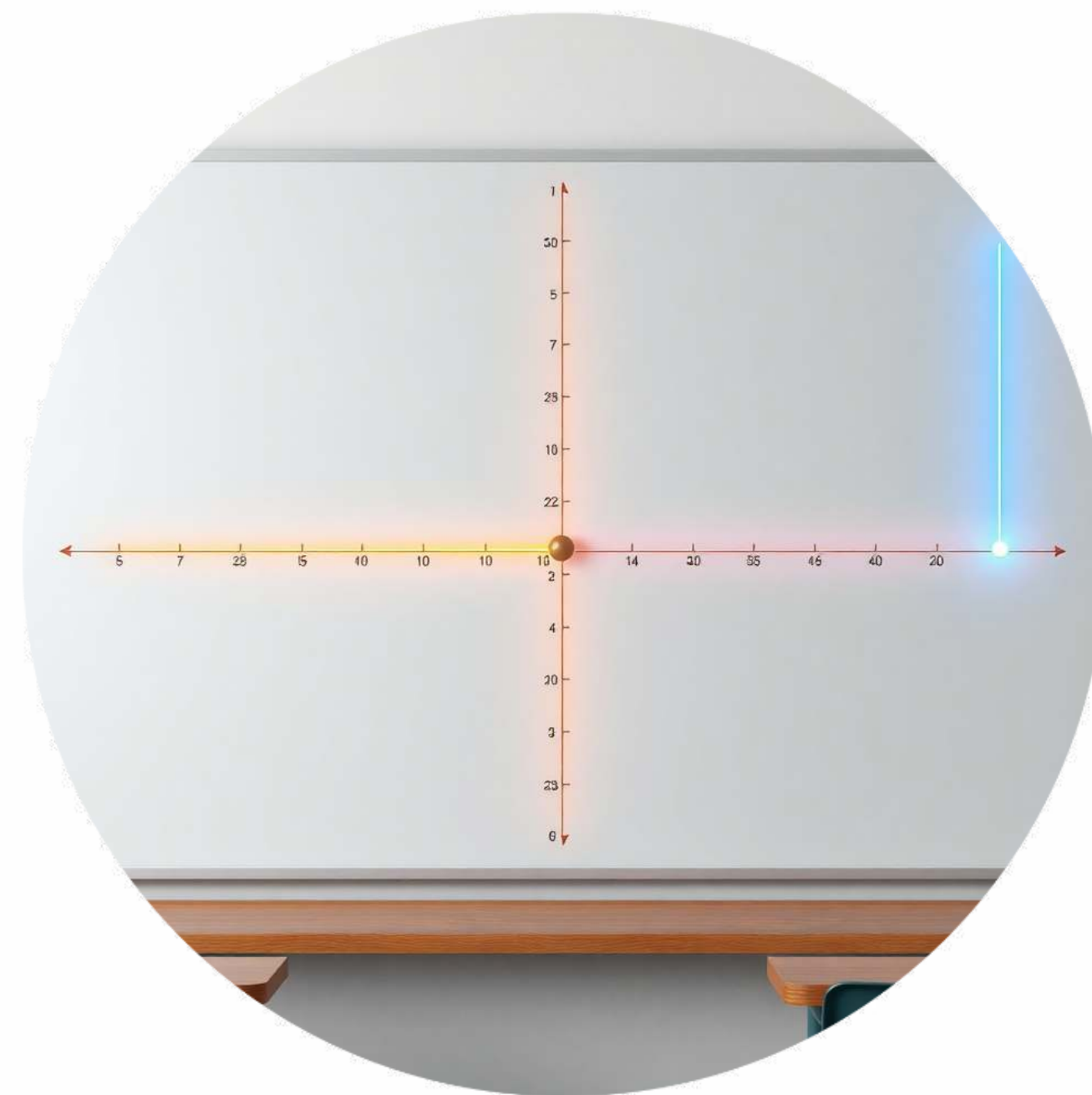
Сначала откладывают первую координату вдоль оси Ox . Это определяет, насколько далеко точка будет находиться от начала координат по горизонтали.

Шаг по оси Oy

Затем от полученной отметки поднимаются или опускаются параллельно оси Oy на значение второй координаты. Так получается точное положение точки на плоскости.

Пример $A(3; 2)$

Точка $A(3; 2)$ показывает, как две координаты задают конкретное место на сетке. По чертежу легко увидеть, что сначала смещение идёт вправо, а затем вверх.



Формула середины отрезка

1

Записываем концы

Пусть даны точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Чтобы найти середину отрезка, нужно использовать координаты обоих концов и работать с каждой осью отдельно.

2

Находим среднее

Для каждой координаты берут среднее арифметическое: складывают соответствующие значения и делят сумму на 2. Так получают положение точки ровно посередине отрезка.

3

Получаем М

Итоговая формула: $M((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$. Она удобна, потому что сразу даёт координаты точки, которая находится между А и В на одинаковом расстоянии от обоих концов.

Как найти середину отрезка

Последовательность
вычислений по координатам
концов отрезка АВ

Пример координат точки А, точки В и середины М

Диаграмма помогает увидеть, как отдельно меняются горизонтальная и вертикальная координаты у концов отрезка и его середины.

Координаты М совпадают со средними значениями соответствующих координат А и В, значит формула середины работает корректно.



Учебный пример по формуле середины отрезка

1

точка, которая делит отрезок пополам, является его серединой.

Для такого деления используется та же формула, что и для середины отрезка.
Равные расстояния до концов подтверждают правильность результата.

Школьное правило о середине отрезка

Координаты точки на осях

1

Точка на Ox

Если точка лежит на оси Ox , её вторая координата равна нулю. Тогда запись имеет вид $(x; 0)$, а положение точки определяется только по горизонтали.

2

Точка на Oy

Если точка находится на оси Oy , её первая координата равна нулю. В этом случае запись выглядит как $(0; y)$, и точка смещена только по вертикали.

3

Примеры

Точки $A(5; 0)$ и $B(0; -3)$ показывают оба случая на практике. По записи сразу видно, на какой оси расположена точка и в какую сторону она направлена.

Частые случаи и готовые формулы

Случай	Формула
На Ох	$(x; 0)$
На Оу	$(0; y)$
Середина	$((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$
Симметрия Ох	х тот же, у со знаком

Сводка основных случаев помогает быстро выбирать нужное правило и не путаться в вычислениях.

По таблице видно, что во всех типичных задачах достаточно помнить знак нуля, среднее арифметическое и правило смены знака при отражении.

Школьные правила работы с координатами

Симметрия относительно осей координат

Отражение от Ox

При симметрии относительно оси Ox точка сохраняет своё положение по горизонтали, а вертикальная координата меняет знак. Поэтому расстояние до оси остаётся одинаковым, но точка оказывается по другую сторону.

Отражение от Oy

Если отражение выполняется относительно оси Oy , то неизменной остаётся координата y . Меняется только x : положительное число становится отрицательным, а отрицательное — положительным, сохраняя расстояние до оси.

Пример для A

Для точки $A(4; -2)$ отражение относительно оси Ox даёт $A'(4; 2)$: первая координата не меняется, а вторая меняет знак. Это удобно проверять по чертежу.

Что запомнить

При отражении одна координата всегда сохраняется, а другая становится противоположной. Это простое правило позволяет быстро находить симметричную точку без дополнительных построений и уверенно проверять ответ.

Поиск симметричной ТОЧКИ

Последовательность
действий при отражении
точки относительно
координатной оси

Параллельный перенос точки

Правило переноса

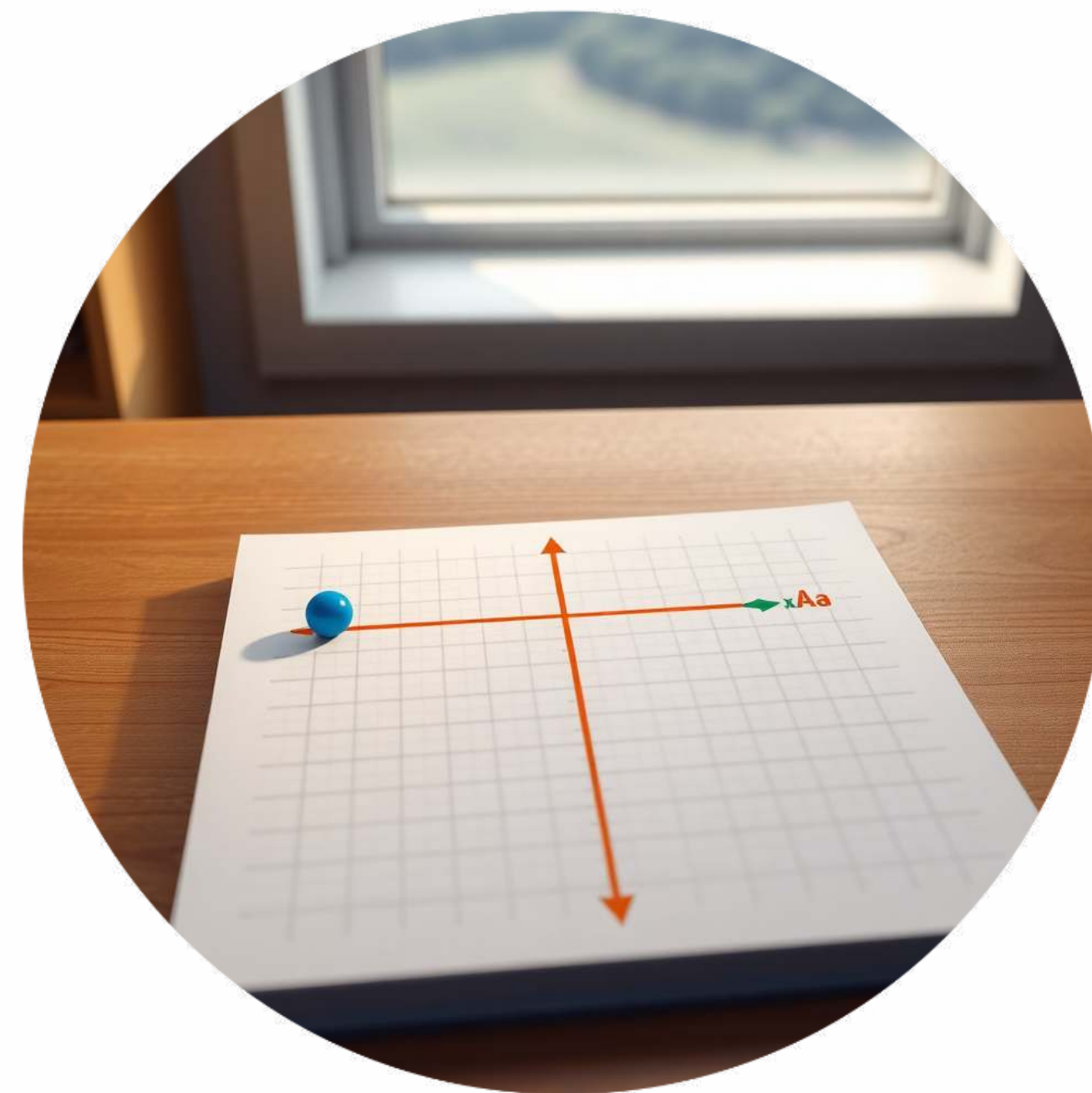
При переносе на вектор $(a; b)$ к первой координате прибавляют a , а ко второй — b . Так задаётся новое положение точки без изменения её формы и взаимного расположения.

Направление сдвига

Положительное значение a означает сдвиг вправо, отрицательное — влево. Положительное b поднимает точку вверх, отрицательное — опускает вниз. Знаки вектора сразу показывают направление движения.

Пример с координатами

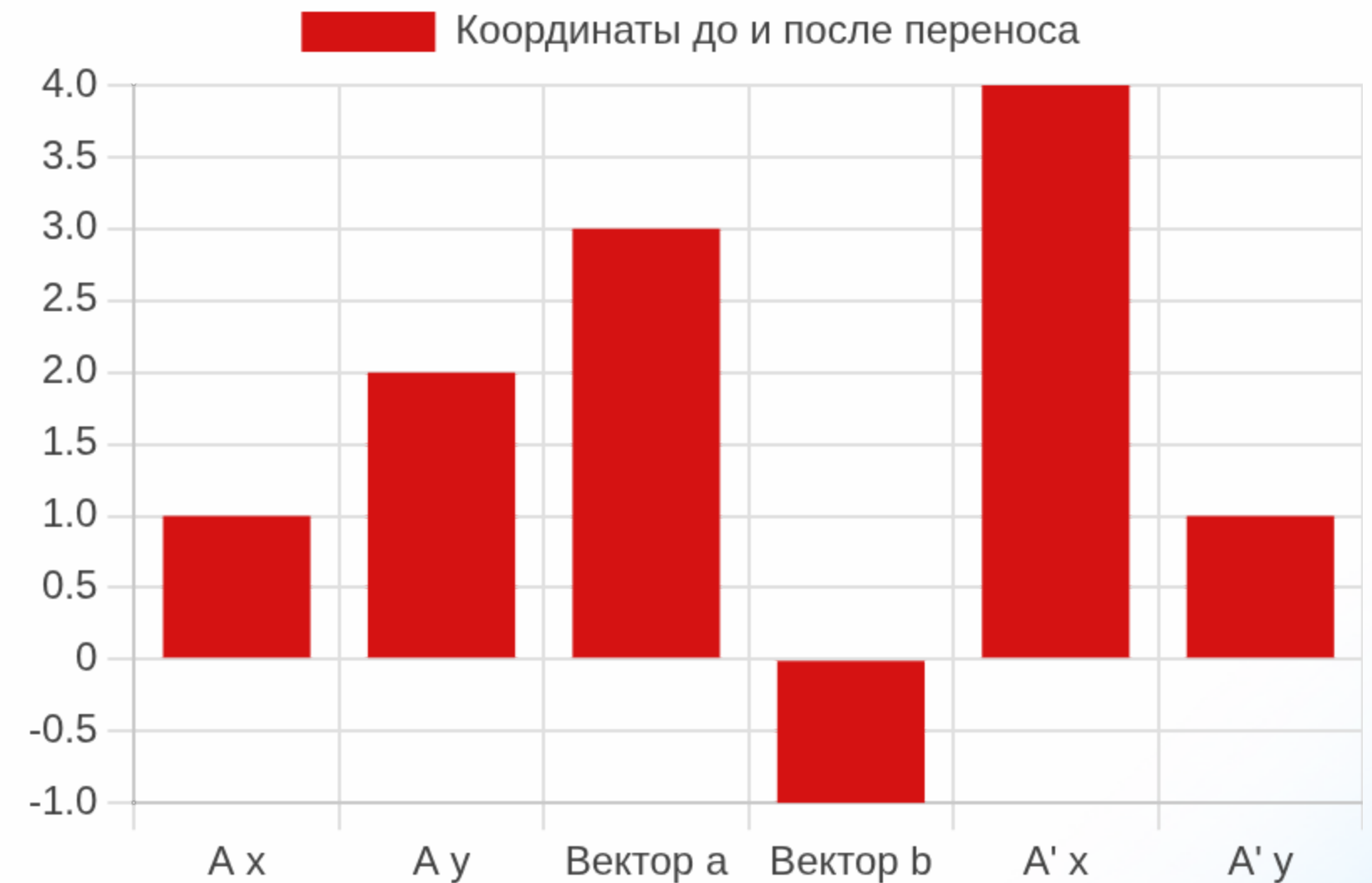
Если $A(1; 2)$ перенести на вектор $(3; -1)$, получится $A'(4; 1)$. Координаты изменились сложением: $1+3$ и $2+(-1)$, а не перестановкой чисел местами.



Изменение координат при переносе

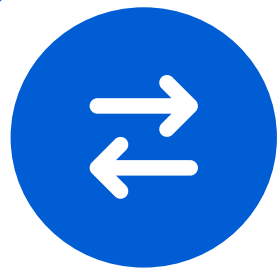
Диаграмма помогает увидеть, как отдельные значения складываются по каждой оси и формируют новую точку.

После переноса каждая координата изменяется независимо: к x прибавляется первая часть вектора, к y — вторая. Это исключает путаницу между осями.



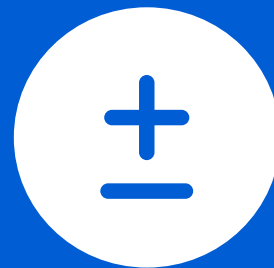
Вычисления по правилу переноса точки на вектор

Частые ошибки при работе с координатами



Путаница порядка

Часто координаты меняют местами и пишут у вместо х. Чтобы избежать ошибки, полезно сначала определить, что отвечает за горизонталь, а что — за вертикаль.



Потерянный знак

При вычислениях легко забыть минус у числа или заменить его на плюс. Особенно это важно при симметрии и переносе, где знак координаты меняется по правилу.



Неполное деление

При нахождении середины отрезка иногда делят на 2 только одну координату. Верный способ — отдельно обработать х и у, а затем записать обе части ответа.



Нет проверки

Если не сверить результат с рисунком и четвертью, ошибка может остаться незамеченной. Простая проверка показывает, совпадает ли ответ с ожидаемым положением точки.

Где координаты встречаются в жизни



Карты и навигация

На картах координаты помогают точно указать место, маршрут или объект. Это особенно важно, когда нужно сравнить положение точек и найти кратчайший путь.



Игры на поле

В настольных и компьютерных играх клетчатое поле позволяет задавать позицию фигур и шаги движения. Координаты делают ходы понятными и легко проверяемыми.



Компьютерная графика

В графике каждая точка экрана имеет своё положение. Координаты используются для рисования фигур, перемещения объектов и проверки симметрии изображений.



Измерения и сравнение

Координаты помогают сравнивать расстояния, находить середину отрезка и проверять отражения. Поэтому они полезны не только в геометрии, но и в прикладных задачах.

Примеры вычислений с ответами

Короткие примеры показывают, как работают формулы в разных ситуациях: середина, ось, симметрия и перенос.

Во всех примерах ответ получается прямым применением правила: среднее, смена знака или прибавление вектора. Это делает проверку быстрой и наглядной.

Ситуация	Ответ
$A(2; 6), B(8; 2)$	$M(5; 4)$
$C(0; -5)$	на Oy
$D(3; -4) \rightarrow Ox$	$D'(3; 4)$
$E(1; 1) + (2; 3)$	$E'(3; 4)$

Вычисления по формулам координат

Как выбрать нужную формулу

1

Найдите середину

Если в задаче нужно определить точку ровно между двумя концами отрезка, используйте формулу среднего арифметического для обеих координат. Она сразу даёт середину без дополнительных построений.

2

Проверьте отражение

Если требуется симметричная точка, выясните, относительно какой оси выполняется отражение. Затем измените знак только у координаты, перпендикулярной этой оси, а вторую оставьте без изменений.

3

Примените перенос

Если дан вектор, к координатам исходной точки прибавьте соответствующие числа из вектора. Такой способ подходит для сдвига точки на плоскости вправо, влево, вверх или вниз.

Координаты точки: три главных приёма

Координаты помогают точно описывать положение точки и решать три основные задачи: находить середину, строить отражение и выполнять перенос. Знание осей, четвертей и знаков делает ответы быстрее и надёжнее.