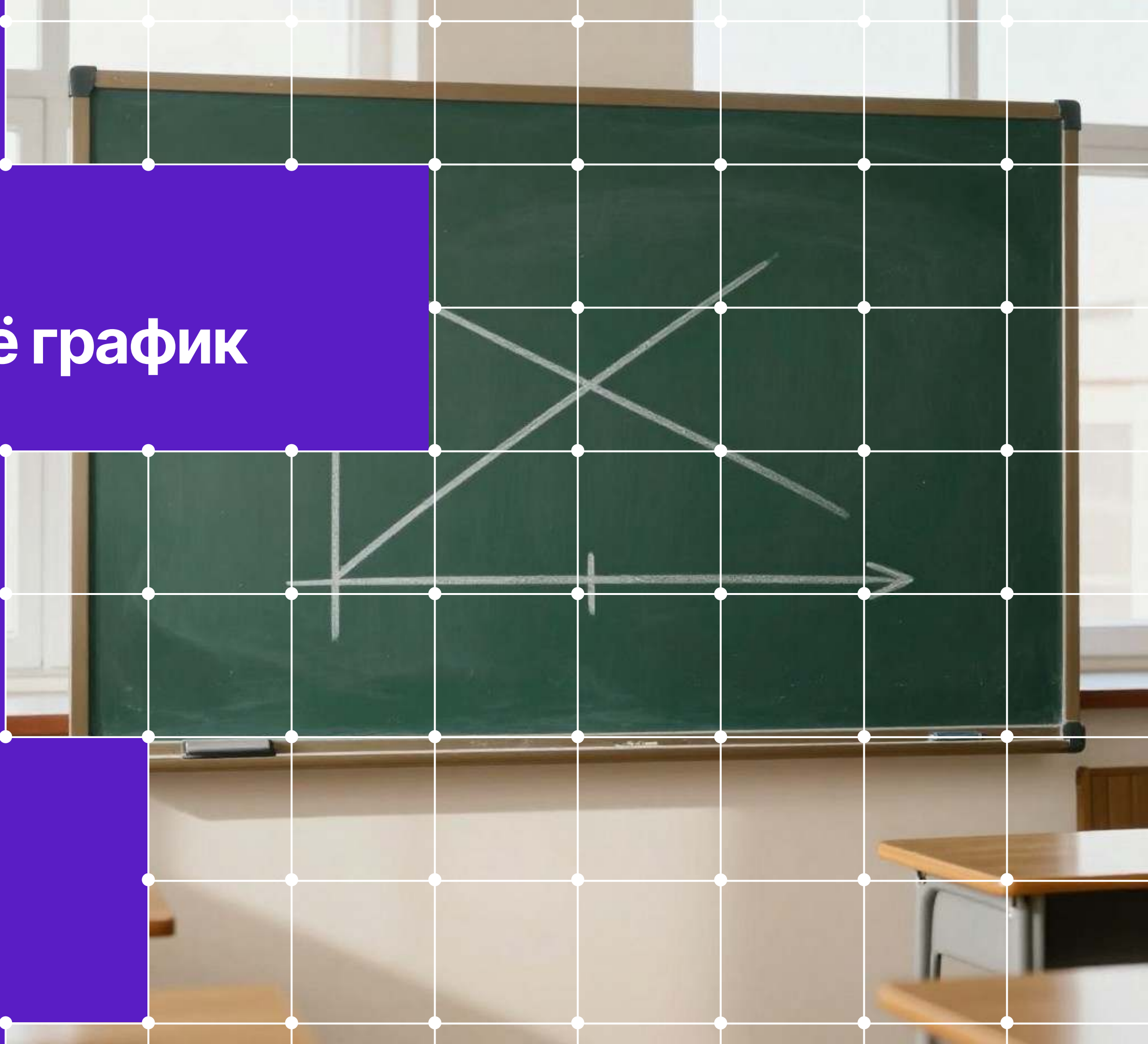


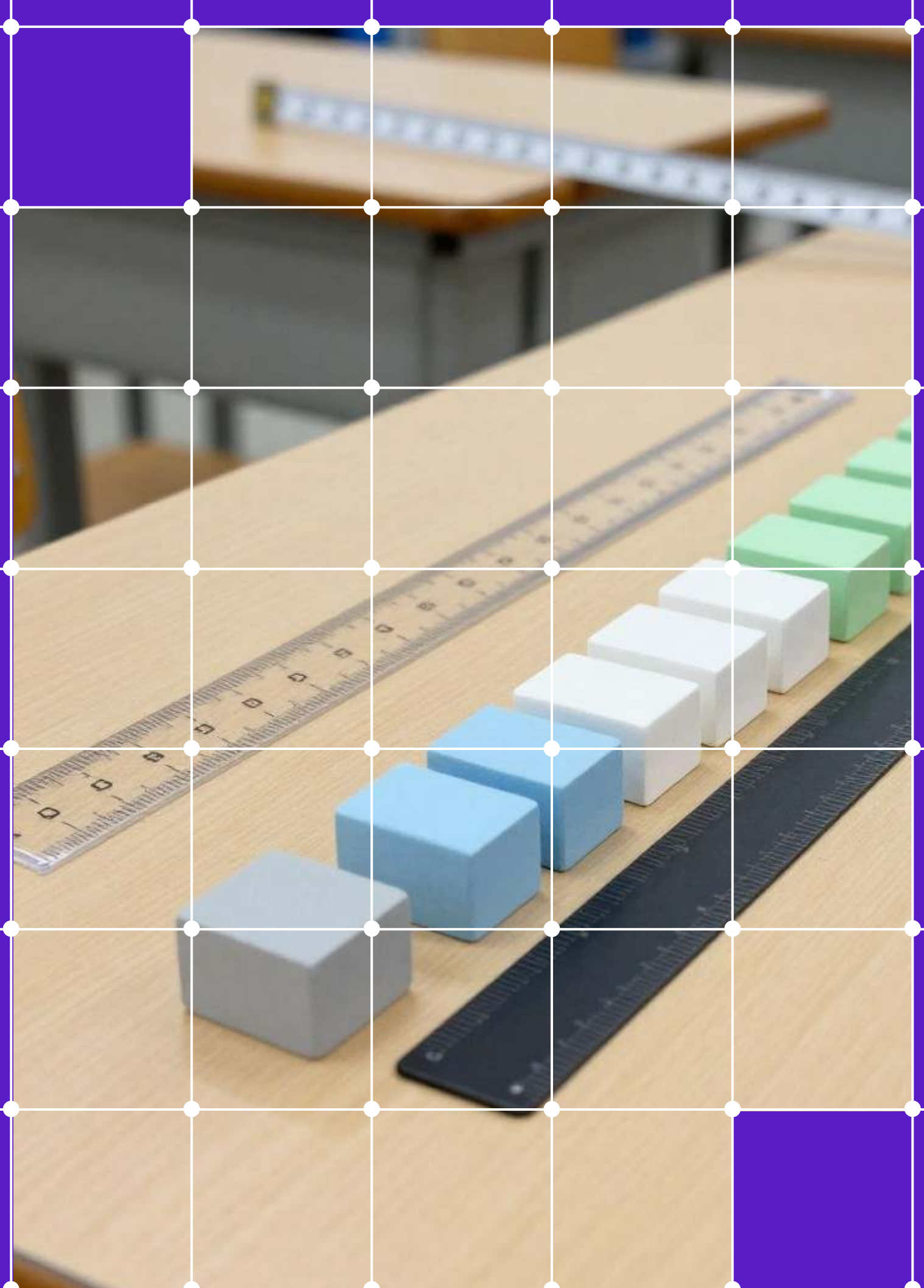
Линейная функция и её график

Формула, таблица и прямая на координатной плоскости



Зачем нужна линейная функция

Линейная функция помогает описывать понятные зависимости: стоимость, путь при равномерном движении, изменение величин во времени. Она связывает формулу, координатную плоскость и график, поэтому учит быстро находить и сравнивать значения.



Что такое линейная функция

1.

Общий вид

Линейная функция задаётся формулой $y = kx + b$. В ней каждая переменная играет свою роль, а вся зависимость описывается одной прямой линией на координатной плоскости.

2.

Роль x и y

Переменная x является независимой: её выбирают или задают сначала. Значение y зависит от x , поэтому при изменении x меняется и результат вычисления функции.

3.

Коэффициент k

Число k стоит при x и показывает, как быстро изменяется y при изменении x . Именно оно определяет наклон графика и направление движения прямой.

4

Свободный член b

Число b не умножается на x и задаёт значение функции при $x = 0$. Через него легко узнать, где график пересекает ось Oy .

2

**знака коэффициента
достаточно, чтобы
определить, куда пойдёт
прямая**

Правила изменения графика линейной функции в зависимости от знака коэффициента k

Положительный и отрицательный знак k сразу показывают, возрастает функция или убывает: этого достаточно для быстрого чтения графика.

Свободный член b и точка на оси Oy

Значение при $x = 0$

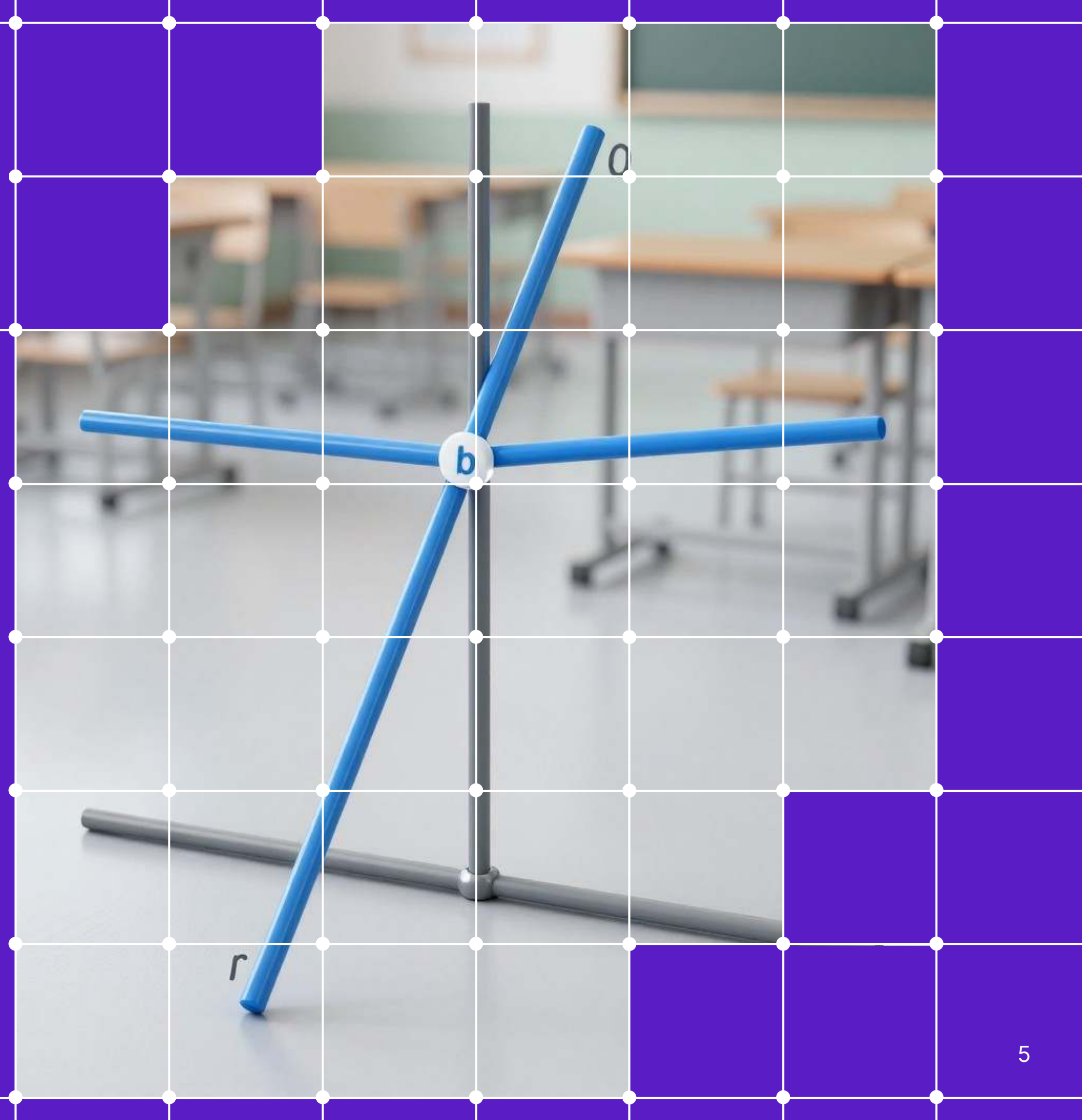
Если подставить $x = 0$, остаётся $y = b$. Поэтому число b показывает, какое значение имеет функция в начале координат по горизонтали.

Точка пересечения

Точка $(0; b)$ всегда лежит на графике линейной функции. Именно в этой точке прямая пересекает ось Oy , если не совпадает с ней.

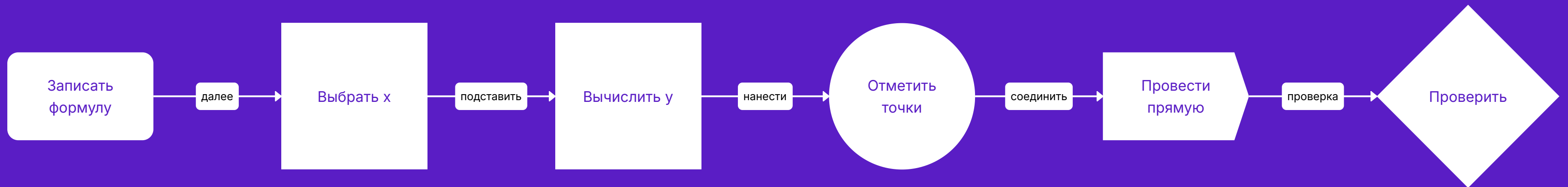
Сдвиг прямой

При изменении b прямая остаётся параллельной самой себе, но поднимается вверх или опускается вниз. Так легко сравнить несколько графиков с одинаковым наклоном.



Как построить график по формуле

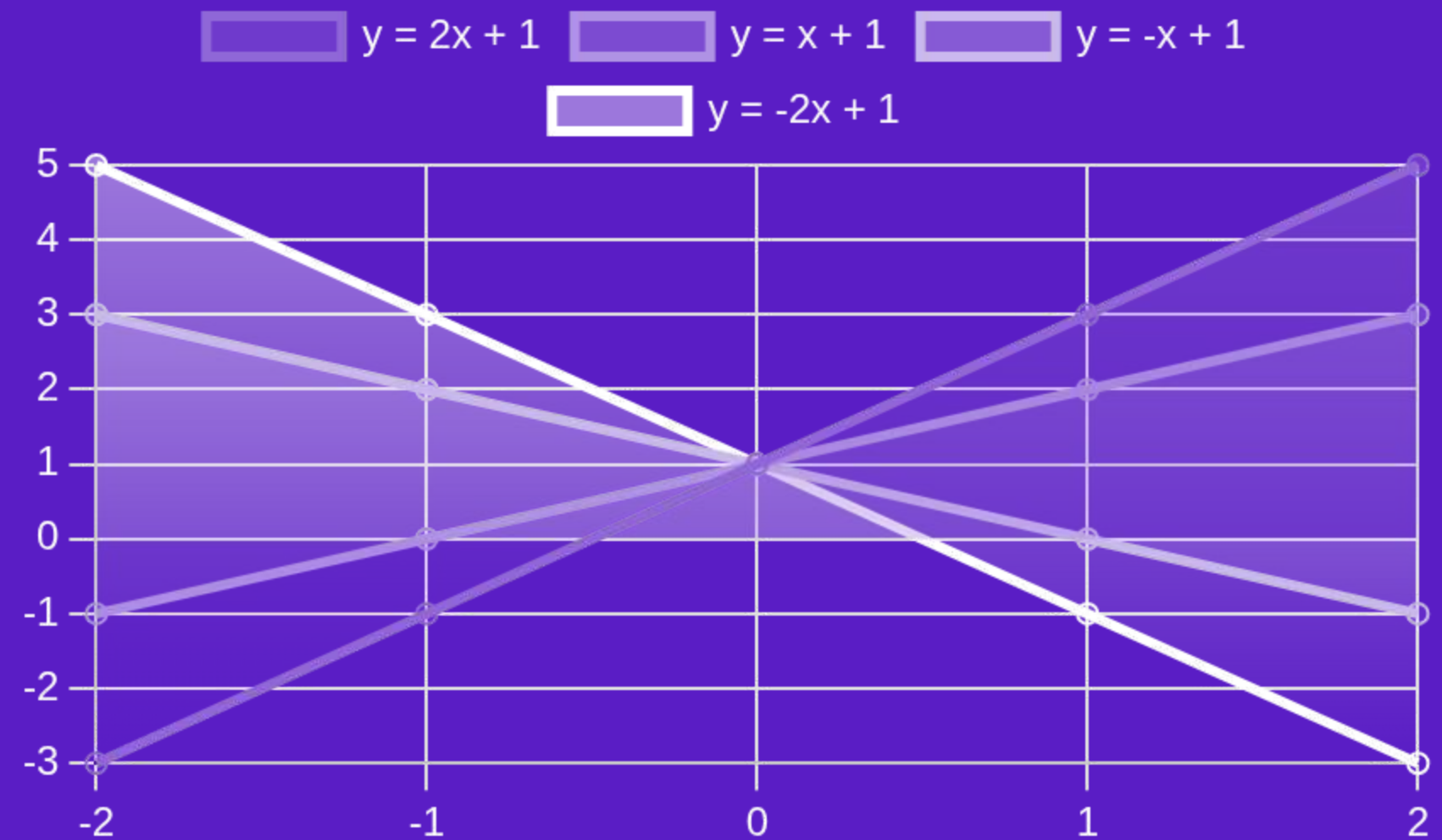
Последовательность действий при построении прямой по двум точкам



Наклон прямой при разных k

Все четыре прямые проходят через одну и ту же точку на оси Oy . Различие видно только по скорости изменения значений при одинаковом шаге по x .

Чем больше $|k|$, тем круче наклон; знак k определяет направление: вверх или вниз.



Построение значений по формулам $y = 2x + 1$, $y = x + 1$, $y = -x + 1$, $y = -2x + 1$

Примеры линейных функций и их точек

Функция	$x = 0$	Две точки	Направление
$y = 2x + 1$	1	$(0; 1), (1; 3)$	возрастает
$y = -x + 3$	3	$(0; 3), (2; 1)$	убывает
$y = 0,5x - 2$	-2	$(0; -2), (4; 0)$	возрастает

Для каждой формулы показаны значение при $x = 0$, две точки графика и направление изменения. По этим данным удобно увидеть, как строится прямая.

Двух точек достаточно, чтобы провести прямую, а знак k сразу показывает рост или убывание функции.

Подстановка выбранных значений x в заданные формулы линейных функций

Точка графика и запись координат

1. Как записывают точку

Точку на плоскости записывают в виде $(x; y)$. Сначала указывают абсциссу x , затем ординату y , чтобы не перепутать положение точки.

2. Проверка принадлежности

Если подставить координаты точки в формулу и получить верное равенство, значит, точка лежит на графике. Это самый надёжный способ проверки.

3. Пример для функции

Для функции $y = x + 2$ точка $(3; 5)$ подходит, потому что $5 = 3 + 2$. Значит, эта точка действительно принадлежит графику.

Линейная функция в жизни

Поездка на такси

В стоимости поездки часто есть постоянная часть и доплата за каждый километр. Если посадка стоит 100 рублей, а километр — 50 рублей, зависимость удобно записать формулой $y = 50x + 100$. На графике сразу видно, как растёт цена при увеличении пути.



Равномерное движение

Когда тело движется равномерно, расстояние увеличивается на одно и то же число единиц за равные промежутки времени. Такая ситуация хорошо описывается линейной функцией: прямая на графике показывает одинаковый прирост расстояния.



Покупки и счёт

Если цена за одну тетрадь постоянна, общая сумма зависит от количества купленных предметов линейно. К ней можно добавить фиксированную стоимость доставки или упаковки, и тогда получится формула с двумя частями — постоянной и переменной.



Три случая: рост, убывание и постоянство

Знак коэффициента сразу задаёт общий вид прямой, а число b лишь переносит её вверх или вниз.

По одному коэффициенту k можно определить направление изменения функции, не строя весь график.



Составлено по материалу презентации

Координатная плоскость и чтение графика



Две оси

Ось Ox показывает значения x , а ось Oy — значения y . Вместе они образуют координатную плоскость, на которой удобно описывать положение точки и строить графики.



Начало координат

Точка $O(0; 0)$ — это начало координат. От неё отсчитывают все значения, поэтому именно здесь удобнее всего ориентироваться при чтении графика и поиске пересечений.



Если $y = 0$

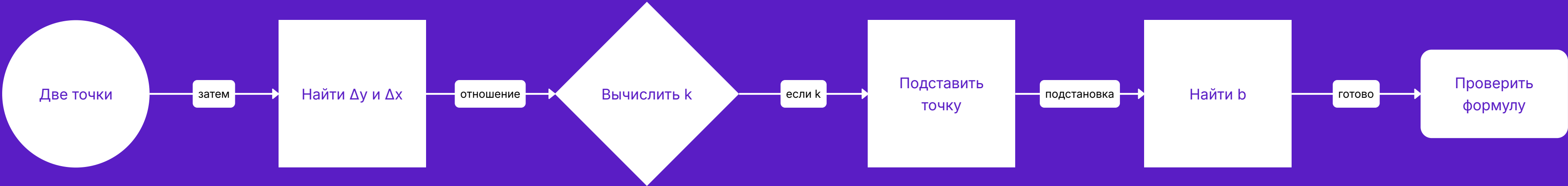
Когда y точки ордината равна нулю, она лежит на оси Ox . Это помогает быстро находить места, где график пересекает горизонтальную ось, без лишних вычислений.

Если $x = 0$

Если абсцисса равна нулю, точка находится на оси Oy . Так легко увидеть значение функции при $x = 0$ и определить, где прямая пересекает вертикальную ось.

Как найти формулу линейной функции по графику

Последовательность действий при восстановлении формулы по двум точкам прямой



Сравнение параллельных прямых

Функция	k	b
$y = x - 2$	1	-2
$y = x$	1	0
$y = x + 3$	1	3

Составлено по материалу презентации

Три функции имеют одинаковый коэффициент при x , поэтому их графики не пересекаются и идут с одним наклоном.

Одинаковый k означает одинаковый наклон; различие b только сдвигает прямые выше или ниже оси Ox .

Особый случай: горизонтальная прямая

$$k = 0$$

Когда коэффициент при x равен нулю, формула упрощается до $y = b$. Значение функции перестаёт зависеть от x , и прямая становится горизонтальной.

Постоянное значение

На графике все точки имеют одну и ту же высоту. Поэтому такую зависимость удобно использовать для описания величины, которая в модели не меняется.

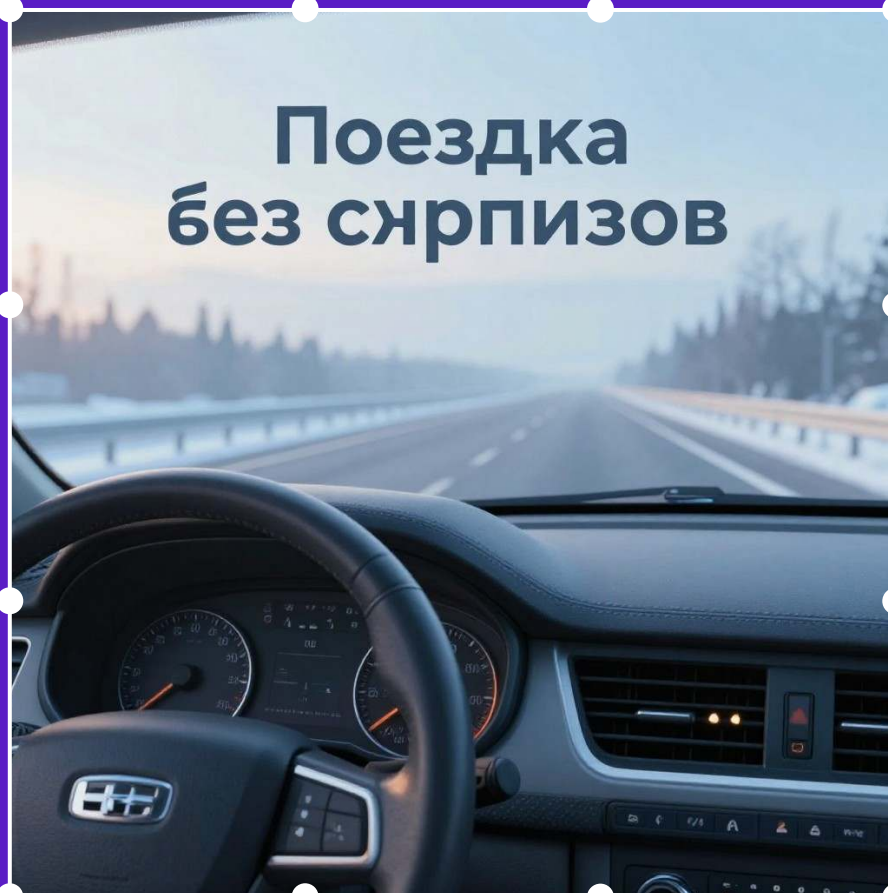
Примеры из жизни

Так бывает с фиксированной ценой, почти неизменной температурой на коротком промежутке и постоянным уровнем воды в простой задаче.

Где в жизни встречается линейность

Поездка без сюрпризов

Если маршрут оплачивается по формуле «посадка плюс цена за километр», стоимость растёт ровно и предсказуемо. На графике это выглядит как прямая, которая поднимается с одинаковым темпом при каждом новом километре.



Покупка по одной цене

Когда каждый товар стоит одинаково, общая сумма зависит только от количества покупок. Чем больше предметов, тем выше итог, а скорость роста остаётся постоянной. Это удобно показывать прямой линией на координатной плоскости.



Равномерный путь

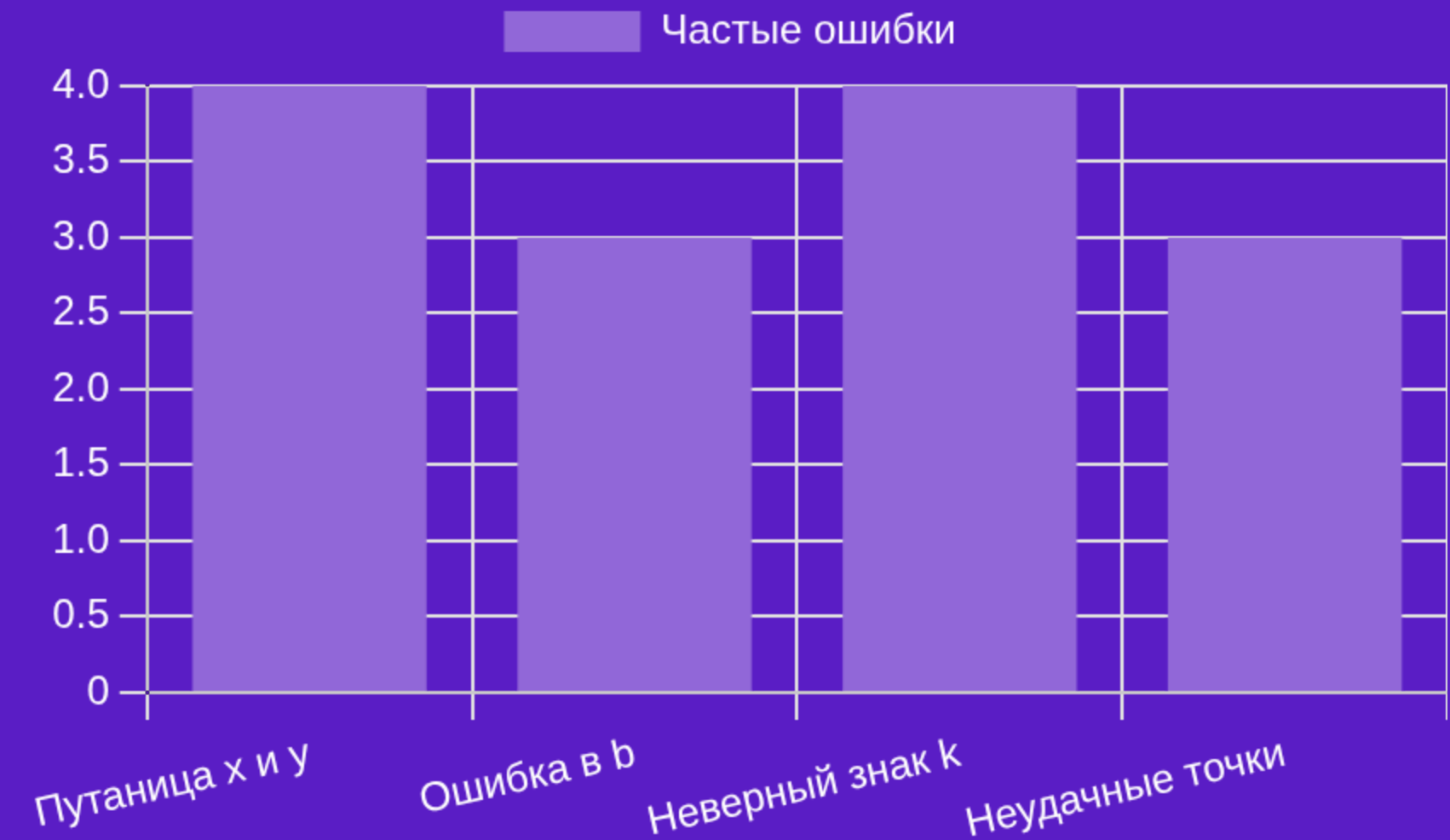
Если объект движется без ускорения, за равные промежутки времени он проходит одинаковые расстояния. Поэтому график «расстояние — время» получается прямым и помогает быстро увидеть, как меняется положение объекта со временем.



Типичные ошибки при построении графика

Проверка каждой точки подстановкой в формулу помогает заметить неточность ещё до того, как прямая будет проведена.

Чаще всего ошибки связаны с координатами и знаками; внимательная проверка формулы предотвращает неверный график.



Составлено по материалу презентации

Как понять свойства функции по графику

Направление прямой

Если линия поднимается слева направо, коэффициент k положительный. Если она опускается, k отрицательный. По одному наклону можно сразу понять, возрастает функция или убывает.

Свободный член

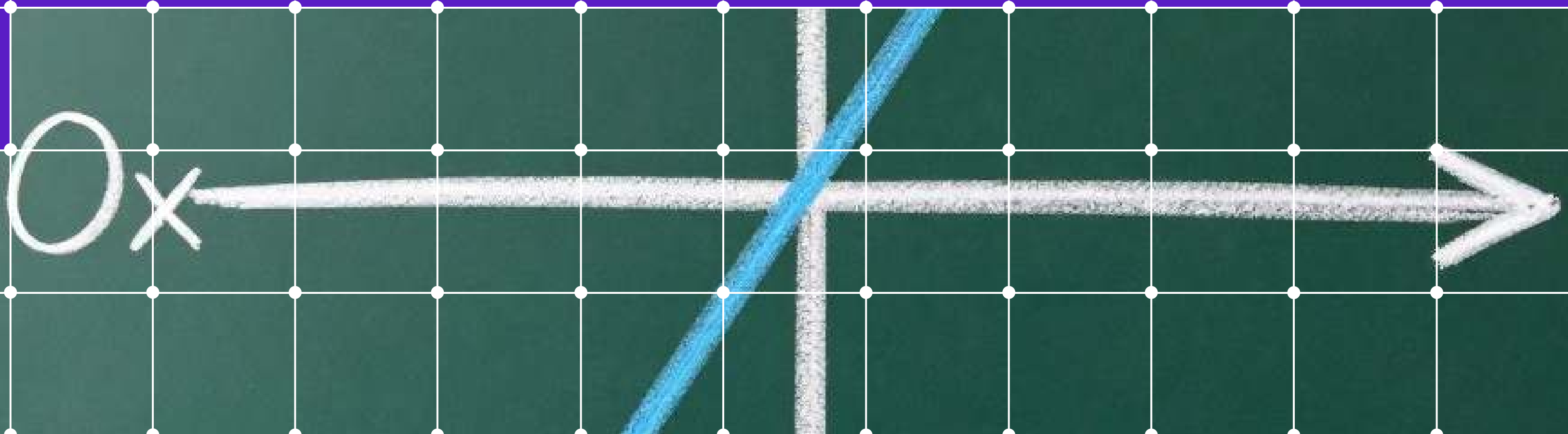
Точка пересечения с осью Oy показывает значение b . Именно в этой точке x равен нулю, поэтому график сразу сообщает значение функции при нулевом аргументе.

Знаки значений

Когда график расположен выше оси Ox , значения y положительные. Если линия проходит ниже оси Ox , соответствующие значения отрицательные. Это удобно для быстрой проверки ответа.

Быстрое сравнение

График позволяет сравнивать функции без длинных вычислений: достаточно посмотреть на наклон, пересечения с осями и расположение линии на плоскости.



Мини-практика по линейной функции

Функция	k, b	Две точки
$y = 3x + 2$	3; 2	(0; 2), (1; 5)
$y = -2x + 1$	-2; 1	(0; 1), (1; -1)
$y = x - 4$	1; -4	(0; -4), (4; 0)

Для каждой формулы определите коэффициенты, направление графика и две удобные точки для построения.

Во всех примерах формула сразу подсказывает наклон, пересечение с осью Oy и удобные точки для построения прямой.

Составлено по материалу презентации

Линейная функция: формула, график, смысл

Линейная функция связывает формулу, таблицу значений и прямую на координатной плоскости. Научившись читать коэффициенты k и b , можно уверенно строить графики, находить свойства функции и проверять ответы.