

Графики $y=f(x)$ и $y=f(-x)$: что меняется при смене знака аргумента

Как меняется график, если заменить x на $-x$?

Функция и координатная плоскость

Функция связывает число x с числом y , а график показывает все такие точки на плоскости. Сегодня разберём, как знак аргумента влияет на положение и симметрию графика в 7 классе.

Запись $y=f(x)$: что означает график функции

1 Одна точка для каждого x

График функции состоит из всех точек вида $(x; f(x))$. Каждому допустимому значению x соответствует своя точка, а её высота равна значению функции.

2 Как читать график

По рисунку удобно видеть, как меняется y при изменении x . Если x растёт или уменьшается, точки поднимаются, опускаются или остаются на одном уровне.

3 Примеры знакомых графиков

Для $y=x$ получается прямая, для $y=x^2$ — парабола, а для $y=|x|$ — ломаная с вершиной в начале координат. Каждый пример показывает свой характер зависимости.

4 Зачем это нужно

Понимание записи $y=f(x)$ помогает быстро находить точки по формуле, таблице или рисунку и сравнивать, как ведут себя разные функции на координатной плоскости.

Запись $y=f(-x)$: что происходит со значением аргумента

Меняется входное число

Вместо x подставляют противоположное число. Если было a , то в записи $y=f(-x)$ используется $-a$, поэтому аргумент оказывается по другую сторону от нуля.

Ордината остаётся прежней

Значение функции не меняется: точка $(a; b)$ переходит в точку $(-a; b)$. Меняется только абсцисса, а высота точки на графике сохраняется.

Основа отражения

Такое преобразование удобно рассматривать как движение точки через ось Oy на такое же расстояние. Именно поэтому график часто выглядит как зеркальное отображение исходного.

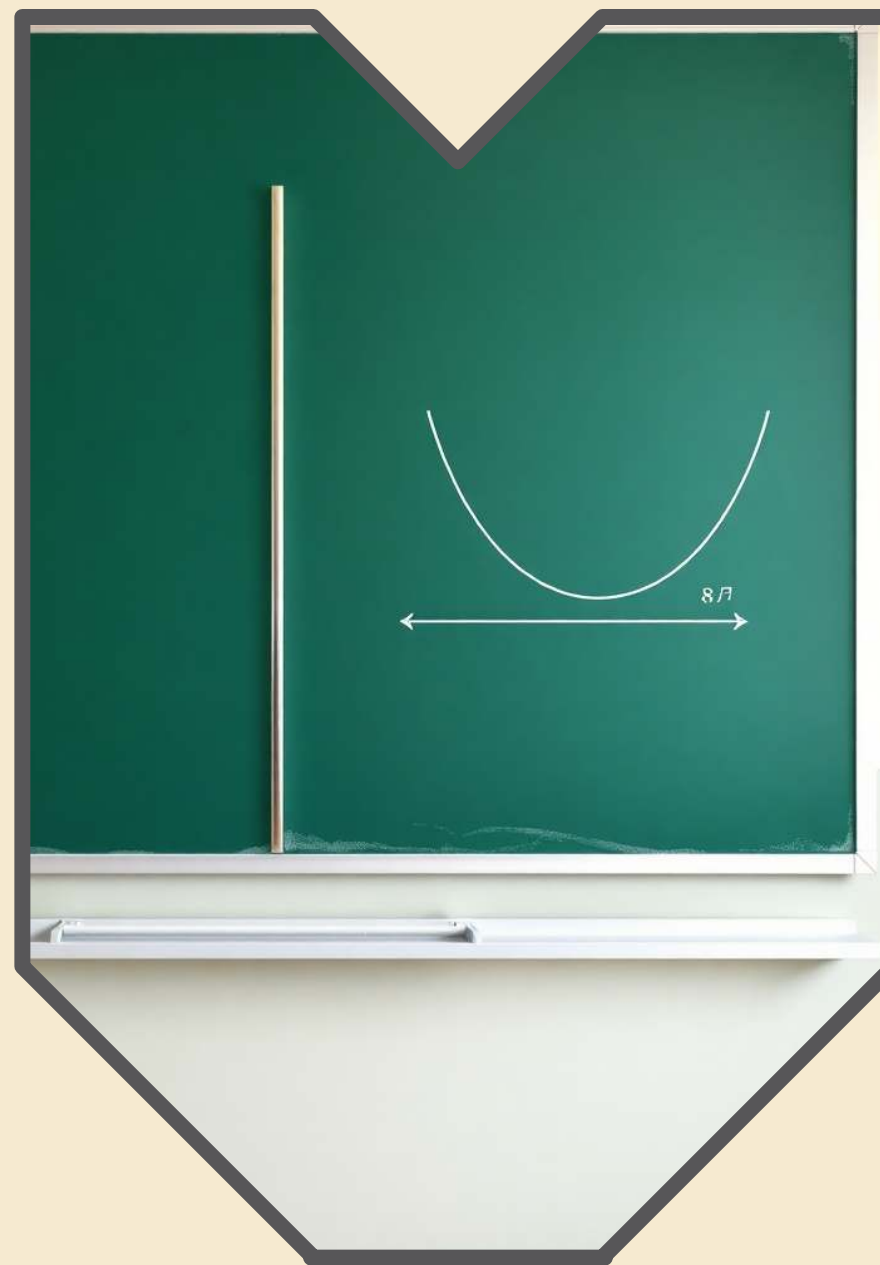
Отражение графика относительно оси Oy

Зеркальное расположение

График функции $y=f(-x)$ получается отражением графика $y=f(x)$ относительно оси Oy . Точки справа переходят в точки слева, а точки слева — вправо, без изменения высоты.

Пример с параболой

Для $y=x^2$ график не меняется, потому что левая и правая части параболы совпадают. Отражение накладывается на исходный рисунок.



Пример с прямой

Если исходная функция задана формулой $y=x$, то после замены аргумента получается $y=-x$. Это уже другая прямая, симметричная исходной относительно оси Oy .

Пример с модулем

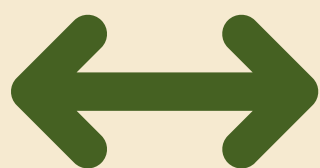
График $y=|x|$ тоже остаётся тем же: его левая и правая ветви одинаковы. Такой случай хорошо показывает, что отражение не всегда видно как новый рисунок.

Построение графика $y=f(-x)$ по графику $y=f(x)$

Алгоритм отражения точек относительно оси Oy



Что сохраняется при замене x на $-x$



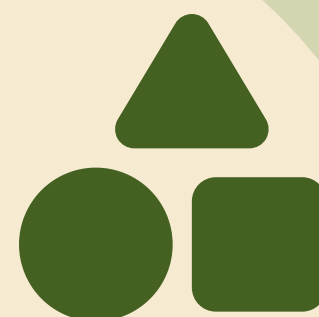
Та же высота

Ордината точки не меняется, поэтому каждая точка остаётся на том же уровне. Изменяется только её положение слева или справа от оси Oy .



Расстояние до оси

Каждая точка оказывается на таком же расстоянии от оси Oy , как и раньше. Меняется только сторона, на которой она расположена.



Форма графика

Если соединить новые точки, получится та же линия или кривая, что и у исходного графика. Не исчезают вершины, изгибы и характерные участки.



Совпадение при симметрии

Если исходный график уже симметричен относительно оси Oy , отражение совпадает с ним. Тогда после замены x на $-x$ рисунок не изменяется.

Сравнение точек на графиках $y=f(x)$ и $y=f(-x)$

x	$f(x)$	$y=f(x)$	$y=f(-x)$
2	5	(2; 5)	(-2; 5)
-3	1	(-3; 1)	(3; 1)
0	4	(0; 4)	(0; 4)

В таблице видно, как одна и та же ордината сохраняется, а знак абсциссы меняется на противоположный.

При переходе к $y=f(-x)$ меняется только абсцисса; ордината остаётся прежней.

Учебный пример по построению точек на координатной плоскости

Как отражаются разные виды графиков



На диаграмме показано, что одинаковая операция по-разному влияет на разные функции: иногда меняется вид графика, а иногда он совпадает сам с собой.

Замена x на $-x$ может дать новый график или оставить прежний вид; всё зависит от свойств функции.

Школьные графики функций $y=x$, $y=x^2$ и $y=|x|$

Чётные и нечётные функции в 7 классе

1 Чётная функция

Функция называется чётной, если $f(-x)=f(x)$. Её график симметричен относительно оси Oy , поэтому правая и левая части рисунка совпадают.

2 Примеры чётных функций

К чётным функциям относятся $y=x^2$ и $y=|x|$. У них значения для x и $-x$ одинаковы, поэтому отражение относительно оси Oy не меняет график.

3 Нечётная функция

Функция называется нечётной, если $f(-x)=-f(x)$. Такой график имеет симметрию относительно начала координат, а точки переходят в противоположные точки.

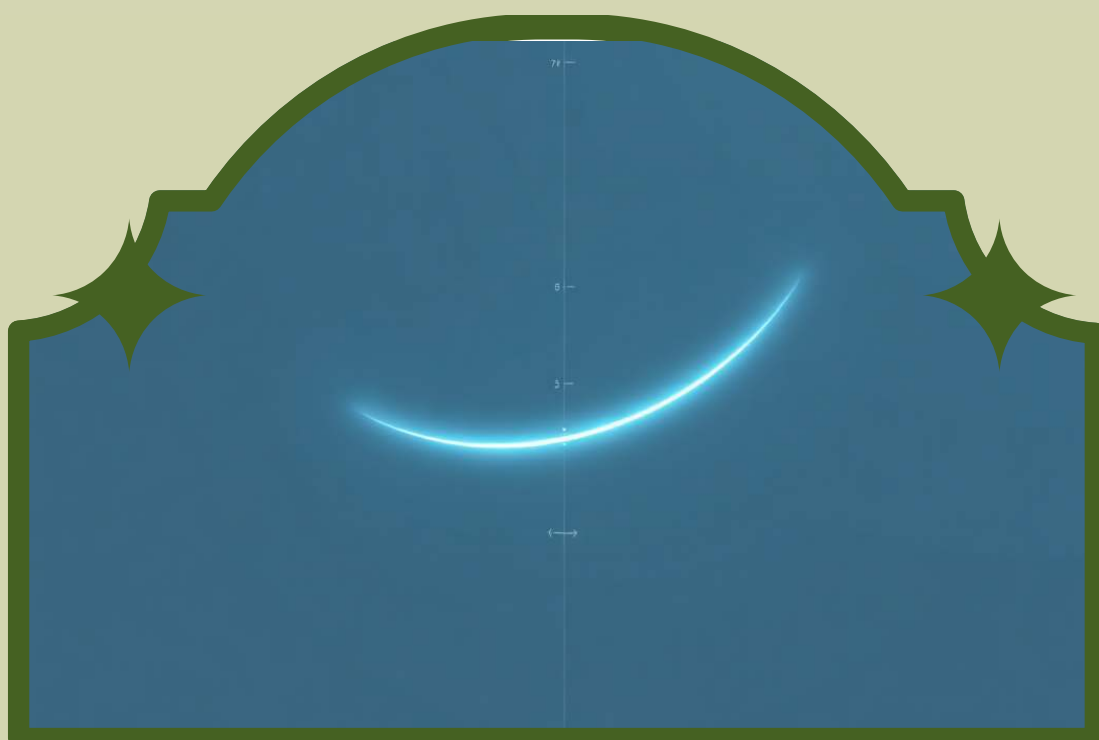
4 Пример нечётной функции

Функция $y=x^3$ — знакомый пример нечётной функции. Если заменить x на $-x$, получится $-x^3$, поэтому график сохраняет особую центральную симметрию.

5 Зачем знать определения

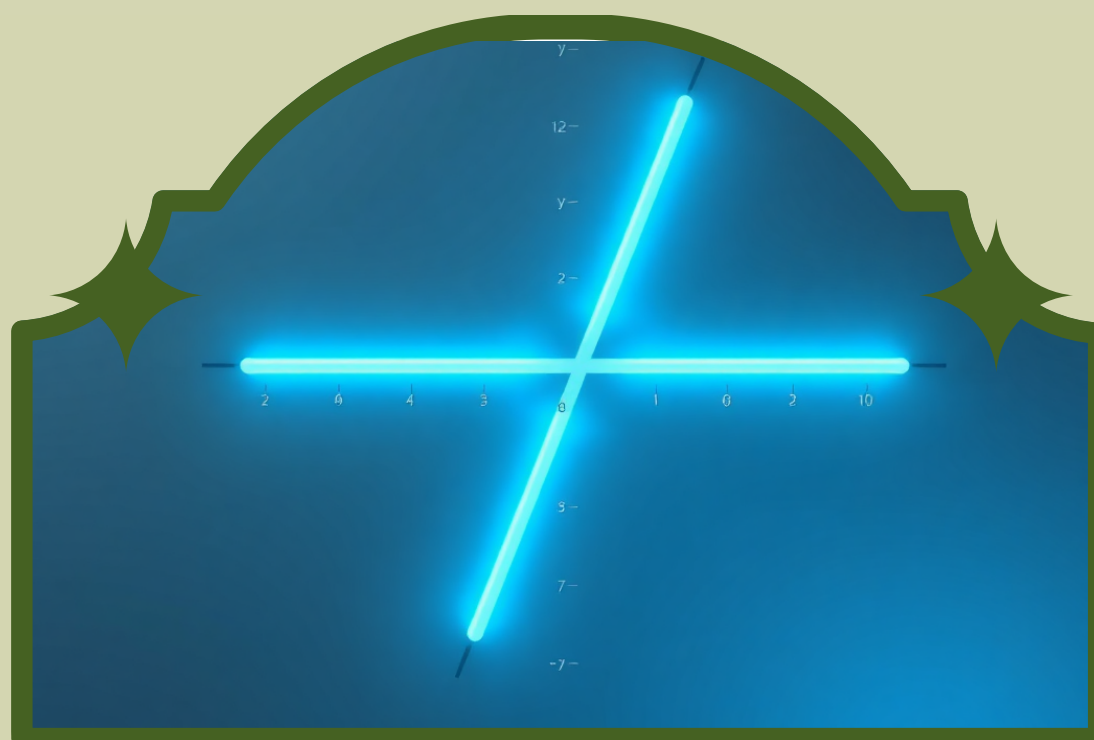
Эти признаки помогают быстро проверять формулы и понимать, как будет выглядеть график без долгого построения. Это особенно полезно при работе с таблицами и рисунками.

Примеры симметрии на знакомых графиках



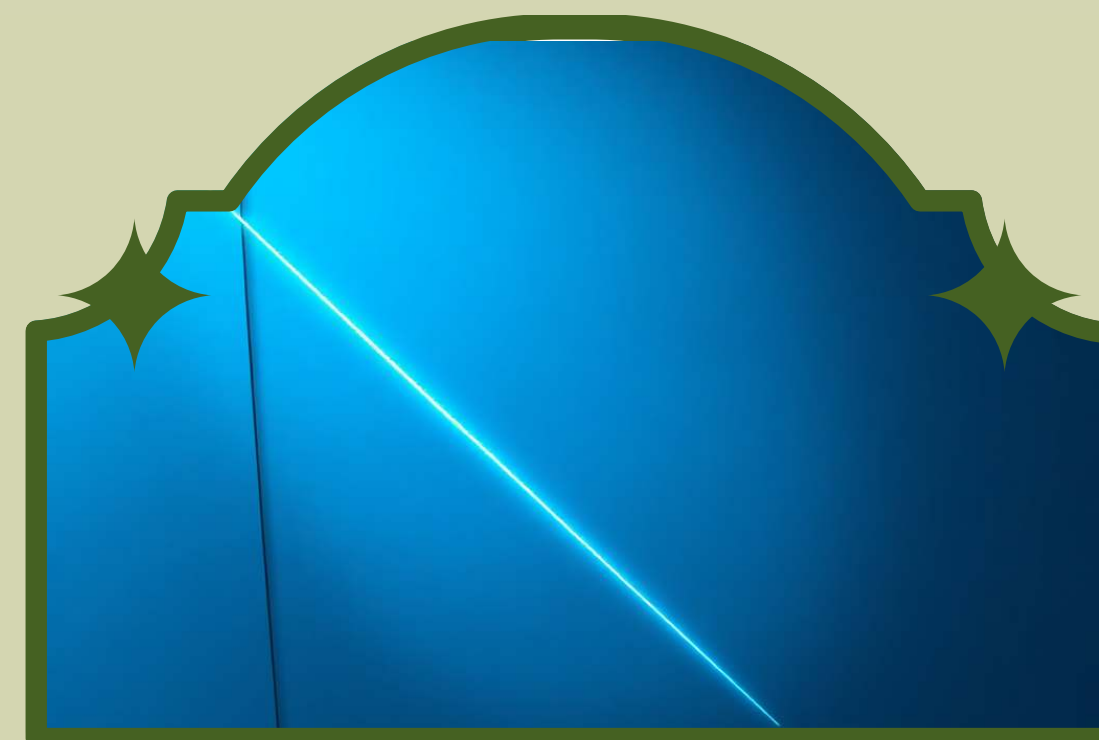
Парабола, которая не меняется

График $y=x^2$ после замены x на $-x$ выглядит точно так же. Левая и правая части совпадают, поэтому вся фигура остаётся на месте. Это удобный пример чётной функции и симметрии относительно оси Oy .



Модуль по обе стороны одинаков

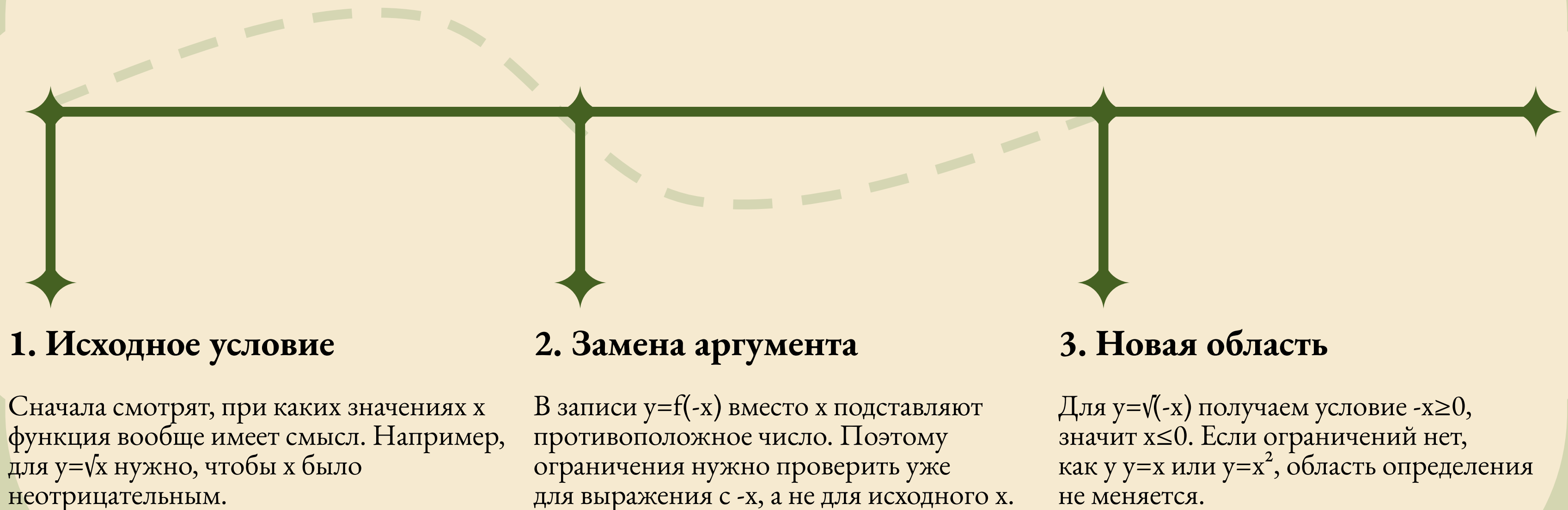
У графика $y=|x|$ обе половины зеркально повторяют друг друга. Если поменять знак аргумента, точки просто переходят на другую сторону оси Ox , но вершина и форма ломаной сохраняются без изменений.



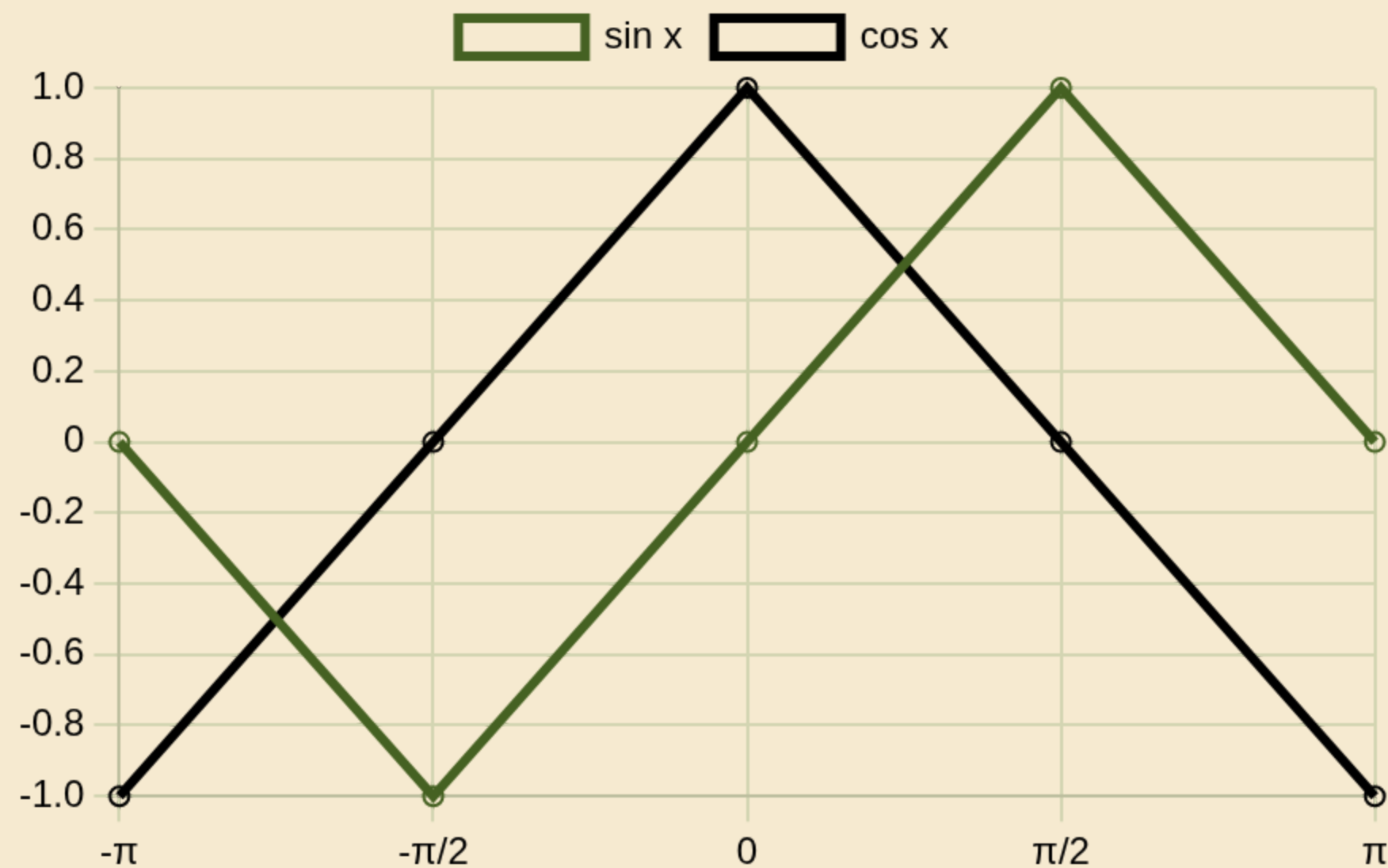
Прямая, которая отражается

Для $y=x$ отражение даёт уже не тот же график, а прямую $y=-x$. Здесь видно, что смена знака аргумента не всегда оставляет рисунок прежним: иногда получается только зеркальная копия.

Как меняется область определения



Синус и косинус на одних и тех же точках



На одних и тех же значениях аргумента хорошо видно различие между синусом и косинусом. Смена знака x по-разному влияет на их графики.

У $\sin x$ значение меняет знак при замене x на $-x$, а у $\cos x$ остаётся тем же. Это подтверждает разную симметрию графиков.

Школьные графики тригонометрических функций; стандартные значения для π , $\pi/2$ и 0 .

Типичные ошибки при чтении записей $f(-x)$ и $-f(x)$

1 Путают, что именно меняется

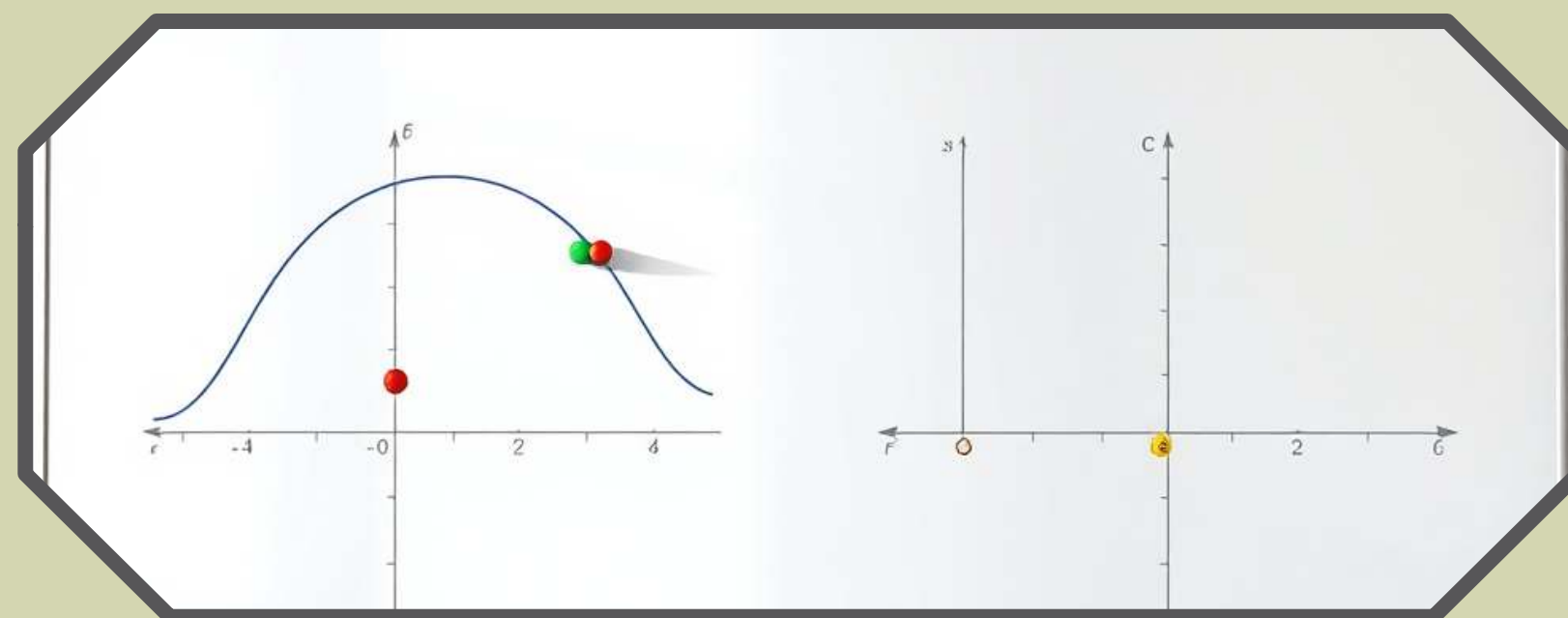
В записи $f(-x)$ меняется аргумент, а в $-f(x)$ меняется значение функции. Если перепутать эти действия, можно получить неверный график и неправильный вывод о симметрии.

2 Ожидают сдвиг вместо отражения

Некоторые думают, что график просто смещается вправо или влево. На самом деле при замене x на $-x$ каждая точка отражается относительно оси Oy на таком же расстоянии.

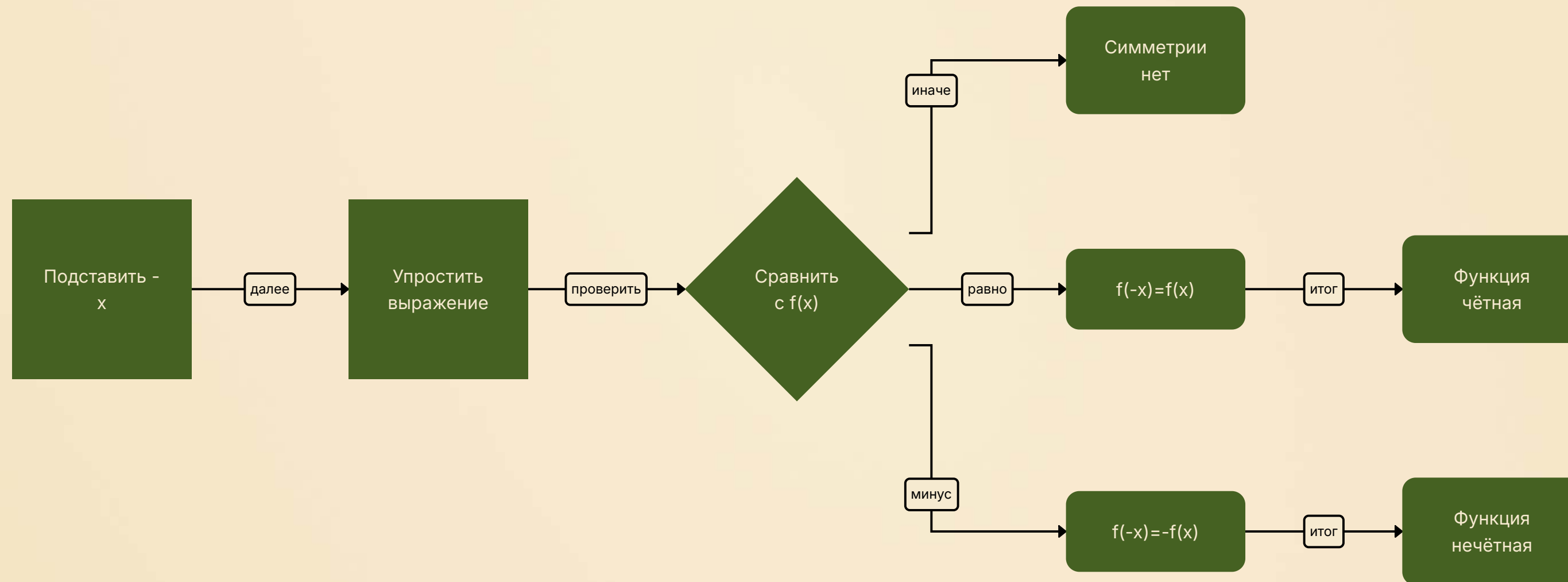
3 Не проверяют точки отдельно

Самый надёжный способ избежать ошибки — взять несколько точек и сравнить пары $(x; y)$ и $(-x; y)$. Тогда сразу видно, где сохраняется высота, а где меняется сторона.



Проверка симметрии функции по формуле

Последовательность действий при подстановке $-x$ и сравнении результата с исходной формулой



Три примера: чётная, нечётная и без симметрии

Сравнение трёх простых функций показывает, как знак в аргументе влияет на вид графика и на наличие симметрии.

Если после подстановки $-x$ формула не меняется, график симметричен относительно оси Oy .
Если появляется общий минус, симметрия относительно начала координат.

Учебные примеры для проверки симметрии функций

Функция	$f(-x)$	Вид
$y=x^2$	x^2	чётная
$y=x^3$	$-x^3$	нечётная
$y=x+1$	$-x+1$	без симметрии

Где встречается симметрия графиков



В математике

Симметрия помогает быстро строить графики и проверять формулы. Достаточно найти несколько точек одной половины, а вторую получить отражением относительно оси или начала координат.



В физике

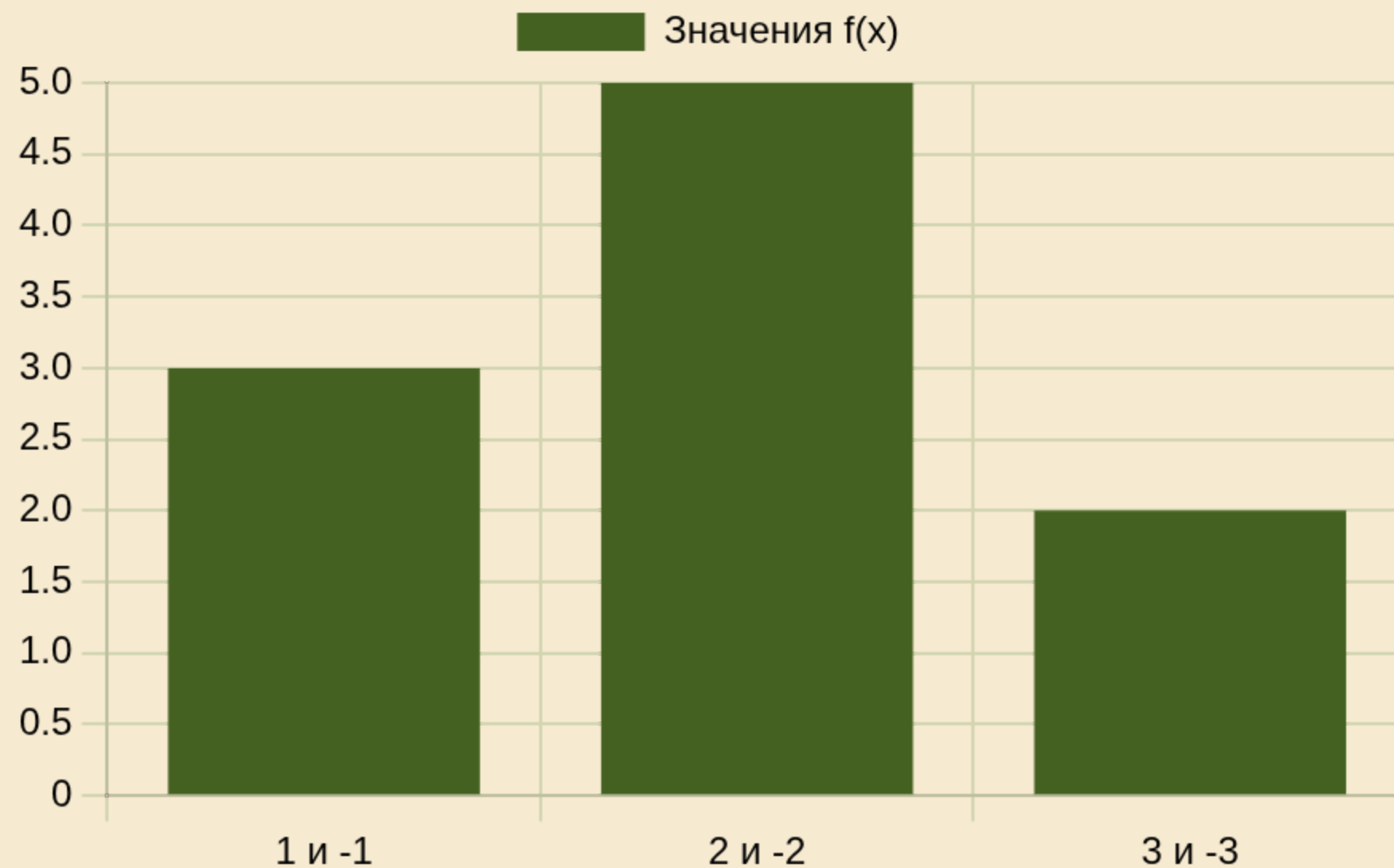
При изучении движения симметрия позволяет сравнивать поведение объекта слева и справа от выбранного момента. Это удобно, когда изменения происходят одинаково в противоположных направлениях.



В информатике и геометрии

При работе с рисунками, моделями и координатами симметрия упрощает построение и проверку правильности. Она особенно полезна, когда нужно быстро восстановить недостающую часть изображения.

Сравнение значений в точках x и $-x$



Каждая пара точек показывает, что при смене знака аргумента меняется только положение по горизонтали. Высота точки остаётся той же.

Если значения $f(x)$ и $f(-x)$ совпадают, точки лежат на одинаковой высоте по разные стороны оси Oy . Это признак симметрии.

Учебная точечная диаграмма для сравнения значений функции в точках x и $-x$

Короткий алгоритм для работы с графиком

1. Найти точки



Возьмите несколько точек исходного графика $y=f(x)$. Чем точек больше, тем легче увидеть общую форму и проверить симметрию.

3. Нанести на плоскость



Отметьте новые точки на той же координатной плоскости и сравните их с исходными. Видно, как меняется расположение относительно оси Oy .

5. Сделать вывод



Если точки не образуют ни одно из этих отражений, симметрия отсутствует. Тогда график нужно строить по обычным точкам без дополнительных правил.



2. Изменить знак x

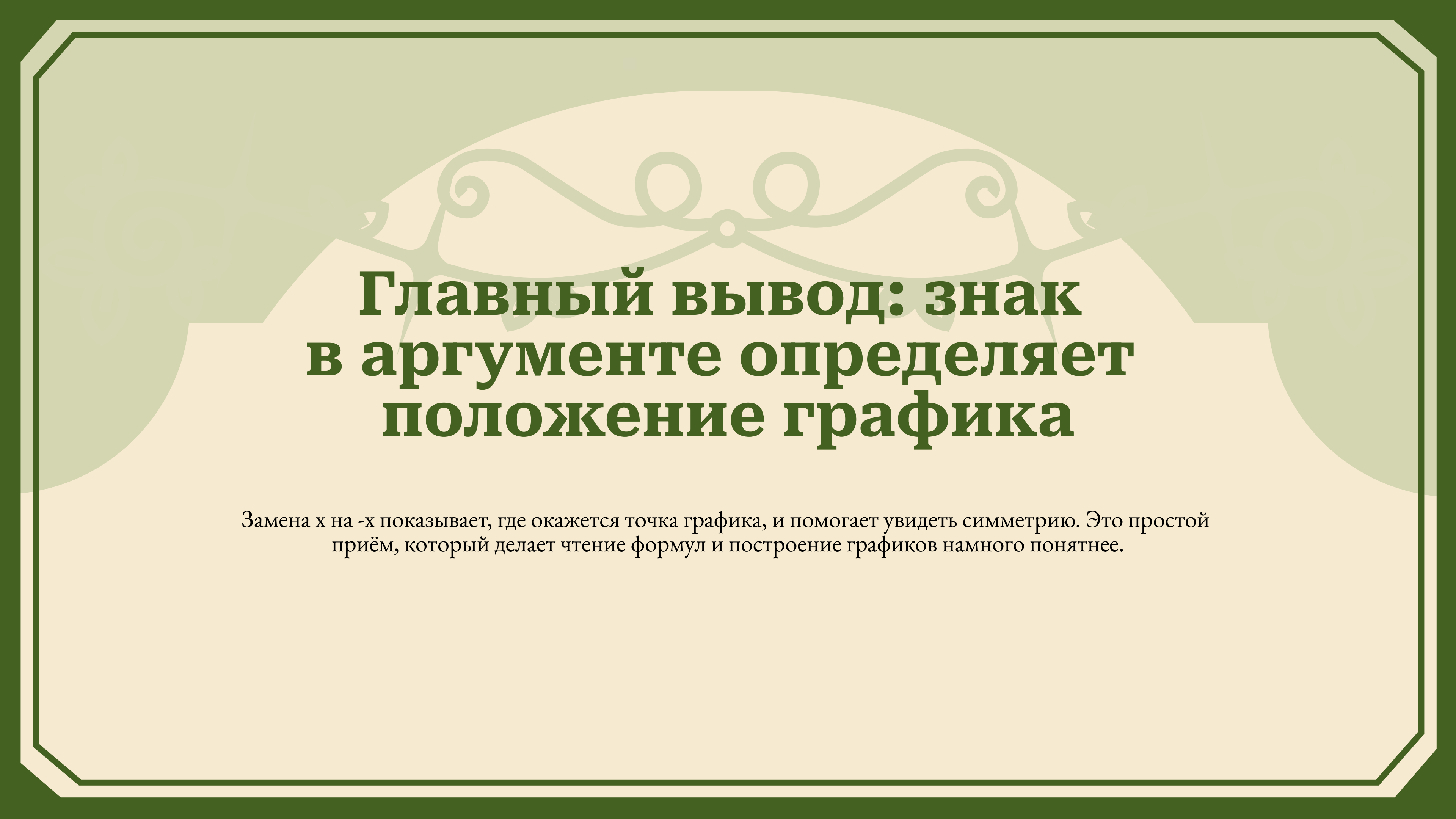


Для каждой точки запишите новую координату: x замените на $-x$, а значение y оставьте прежним. Так получаются парные точки.

4. Определить вид функции



Если график совпадает сам с собой, функция чётная. Если получается отражение, связанное с общим минусом, функция нечётная.



Главный вывод: знак в аргументе определяет положение графика

Замена x на $-x$ показывает, где окажется точка графика, и помогает увидеть симметрию. Это простой приём, который делает чтение формул и построение графиков намного понятнее.