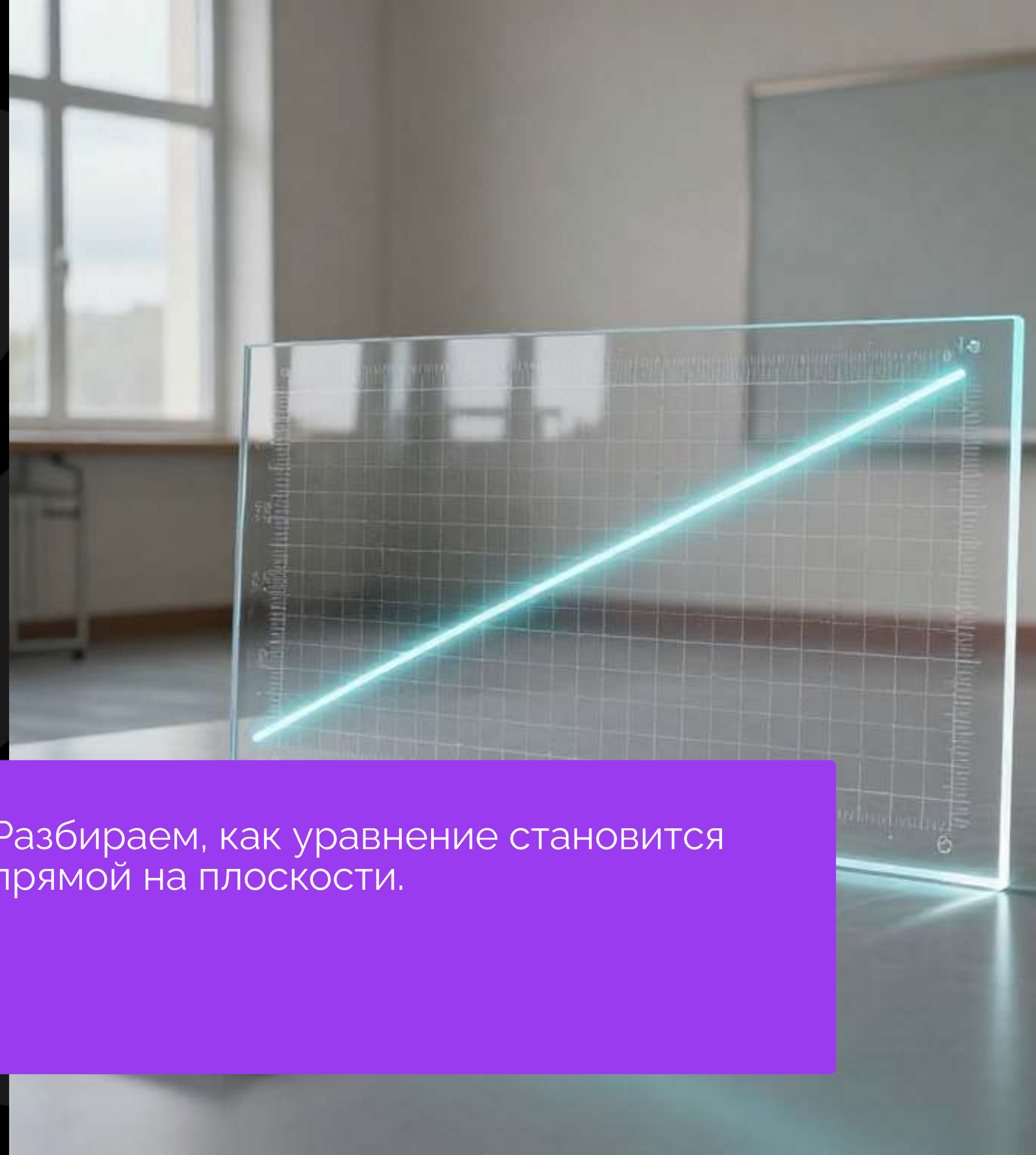


Линейное уравнение с двумя переменными

Разбираем, как уравнение становится
прямой на плоскости.



Зачем изучать уравнения с двумя неизвестными



Уравнения с одной переменной учат находить одно число, а здесь нужно работать с парой значений. Эта тема соединяет алгебру и координатную плоскость, поэтому помогает читать графики, проверять решения и решать школьные задачи точнее и быстрее.



Общий вид линейного уравнения с двумя переменными

01 Запись уравнения

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$. Здесь x и y — неизвестные, a и b — коэффициенты, а c — заданное число.

02 Что важно о коэффициентах

Коэффициенты a и b не могут быть равны нулю одновременно, иначе выражение теряет линейный характер. При этом один из коэффициентов может быть нулём.

03 Что считается решением

Решением называют такую пару чисел, при которой после подстановки вместо x и y получается верное числовое равенство. Одно уравнение может иметь много таких пар.

04 Примеры записи

К этому виду относятся уравнения $2x + y = 7$, $x - 3y = 9$ и $4x + 2y = 10$. Во всех них можно выделить две переменные и одно равенство.

05 Как распознать тему

Если в записи есть две переменные и знак равенства, а неизвестные входят только в первой степени, перед вами линейное уравнение с двумя переменными.



Решение уравнения как точка на плоскости

Пара чисел

Каждое решение записывают как пару $(x; y)$. Порядок важен: сначала указывают абсциссу, затем ординату, потому что именно так точка читается на координатной плоскости.

Точка на координатной плоскости

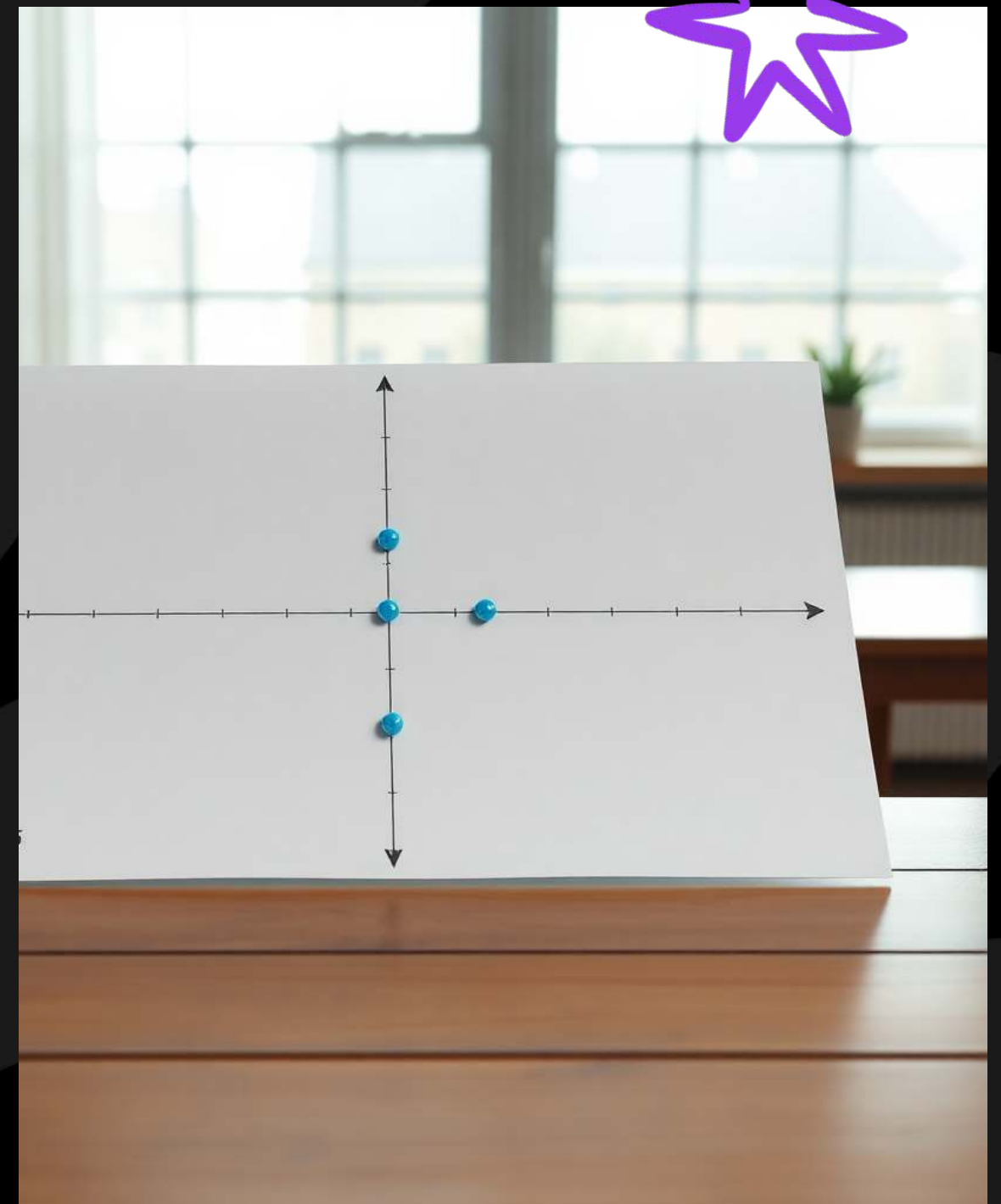
Любая пара чисел соответствует одной точке. Поэтому каждое найденное решение можно не только записать, но и изобразить, поставив точку с нужными координатами.

Пример для $x + y = 5$

Для уравнения $x + y = 5$ подходят пары $(0; 5)$, $(1; 4)$, $(2; 3)$ и $(5; 0)$. Все они дают верное равенство после подстановки.

Общий вывод

Если отметить все точки-решения, они окажутся на одной прямой. Это показывает, что одно уравнение описывает не отдельную точку, а целое множество точек.



Проверка пар чисел для уравнения $2x + y = 7$



Пара	Проверка	Результат
(1; 5)	$2 \cdot 1 + 5 = 7$	верно
(2; 3)	$2 \cdot 2 + 3 = 7$	верно
(0; 7)	$2 \cdot 0 + 7 = 7$	верно
(3; 1)	$2 \cdot 3 + 1 = 7$	неверно

Сравниваем несколько пар чисел и проверяем, выполняется ли равенство после подстановки.

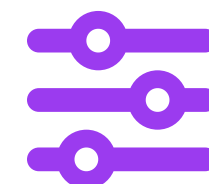
Одна формула может иметь несколько решений, но не любая пара чисел подходит.

Почему у уравнения много решений



Бесконечно много пар

В уравнении с двумя переменными можно подбирать новые значения бесконечно долго. Каждая удачная пара делает равенство верным, поэтому решений не одно, а очень много.



Одна переменная подстраивается

Если выбрать значение x , вторую переменную можно вычислить так, чтобы равенство сохранилось. Именно поэтому одна величина меняется свободно, а другая зависит от неё.



Точки на одной прямой

Для уравнения $x + y = 6$ подходят пары $(0; 6)$, $(1; 5)$, $(2; 4)$, $(3; 3)$ и другие. Все эти точки выстраиваются на одной прямой.

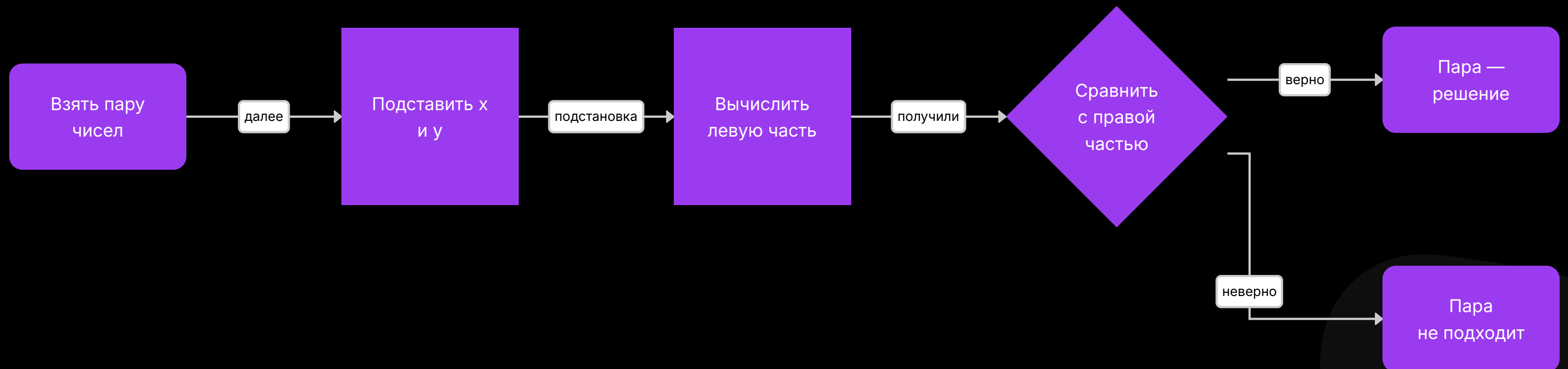


Связь с графиком

Чем больше решений находит ученик, тем яснее видно, что уравнение описывает не отдельное число, а целую линию на координатной плоскости.

Как проверить, является ли пара чисел решением

Алгоритм проверки подстановкой в линейное уравнение



Равносильные преобразования уравнения

Смысл преобразований

01

Равносильные преобразования не меняют множество решений. После них уравнение остаётся тем же по смыслу, даже если запись становится короче или удобнее для вычислений.

Перенос слагаемых

02

Слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, обязательно меняя знак. Это помогает быстрее собирать члены с x и y в нужной части.

Работа со скобками

03

Скобки разрешается раскрывать, а подобные слагаемые — приводить. Такие действия упрощают выражение и делают уравнение понятнее перед проверкой или построением графика.

Деление и умножение

04

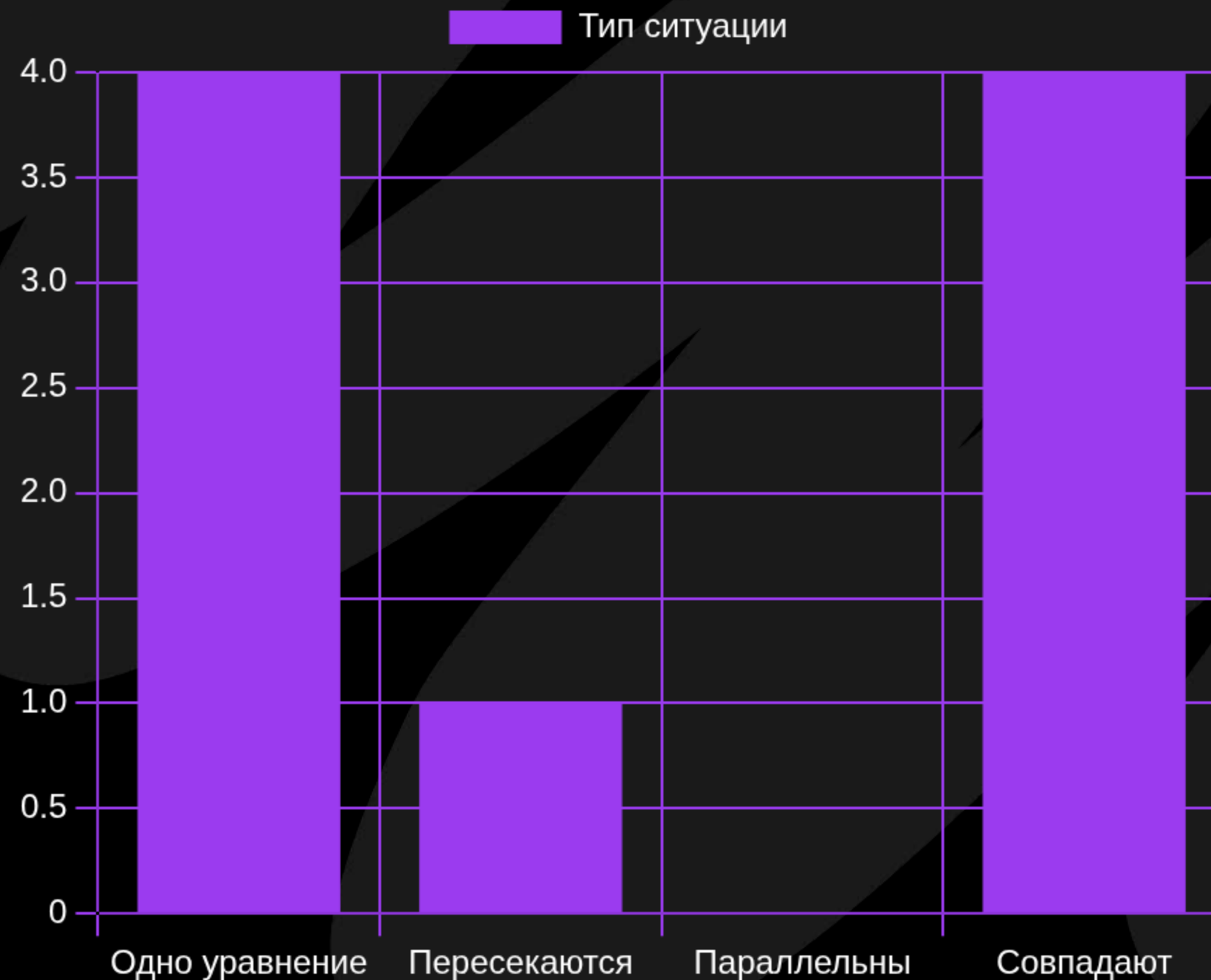
Если обе части умножить или разделить на одно и то же ненулевое число, решения сохранятся. Например, $2x + 4y = 8$ можно упростить до $x + 2y = 4$.

Зачем это нужно

05

Удобная запись помогает быстрее находить точки, строить график и решать задачи без лишних вычислений. Поэтому преобразования — важный инструмент работы с уравнениями.

Сколько решений бывает у разных уравнений и систем

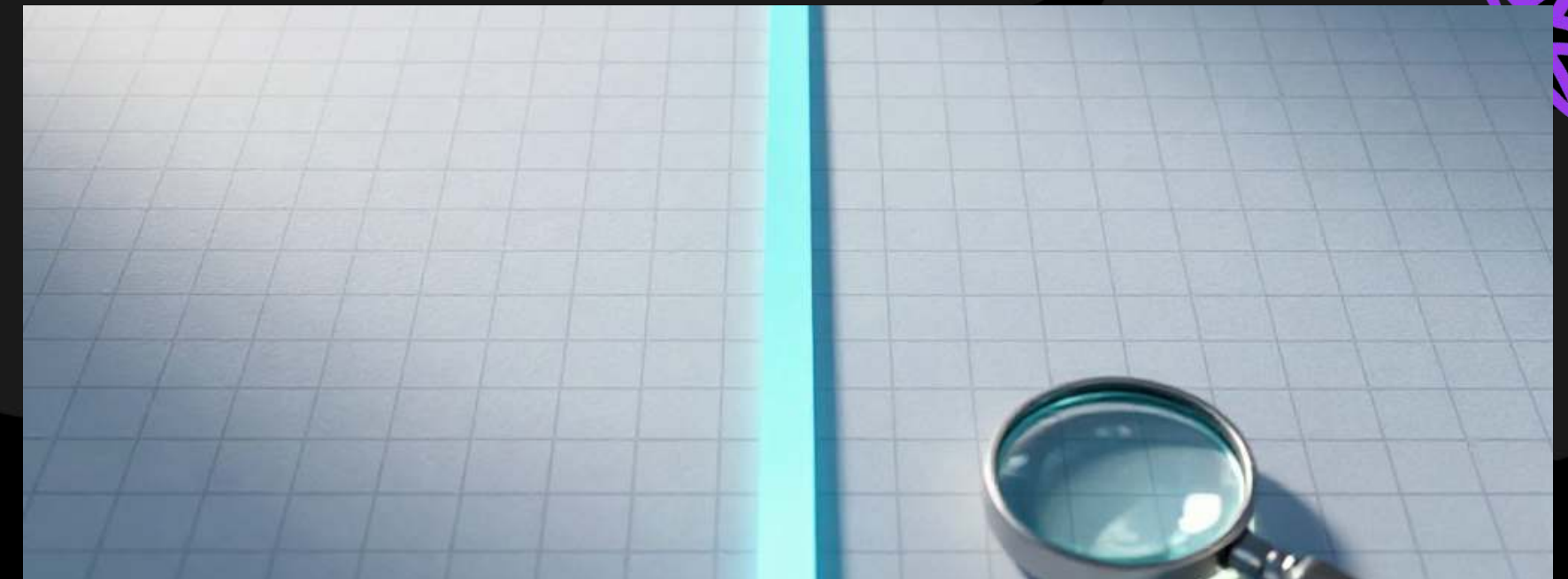
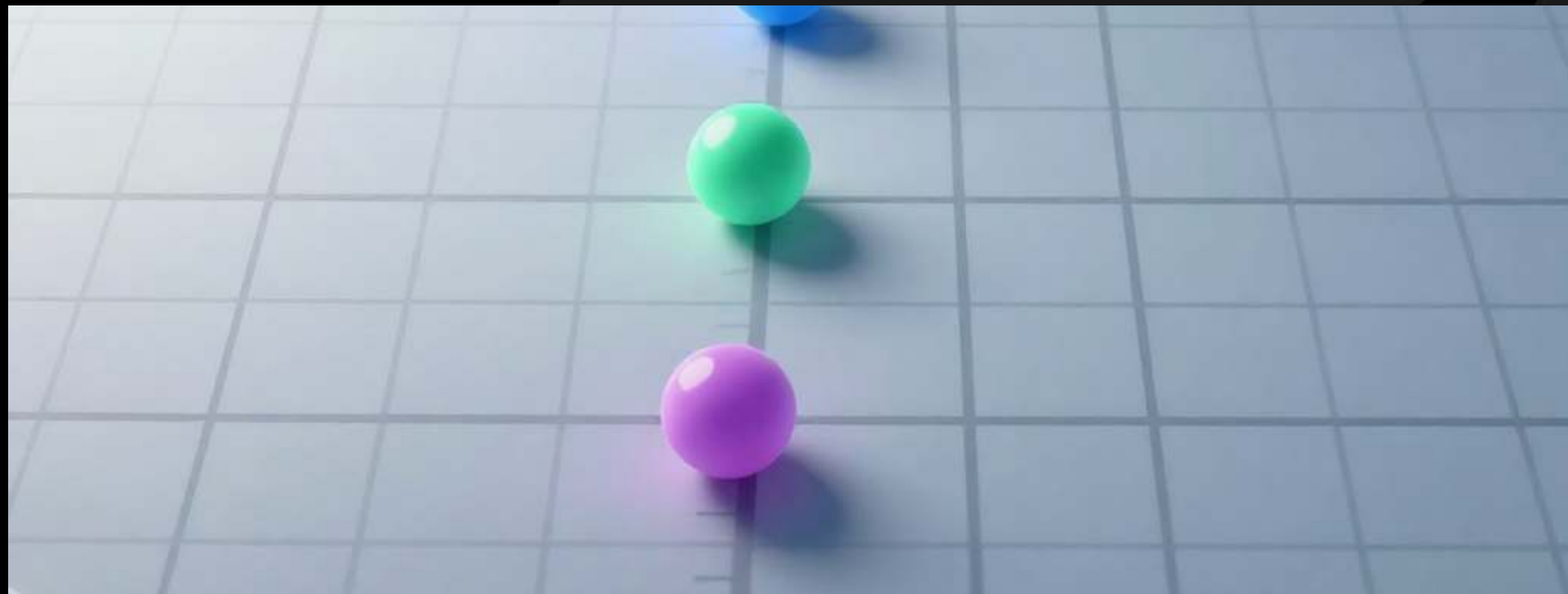


Сравнение показывает, что число решений зависит от связи между уравнениями и их графиками.

Одно уравнение даёт бесконечно много решений; для систем возможны одно решение, отсутствие решений и бесконечное число решений.

Условная схема по школьной алгебре, 7 класс

Частный случай: уравнение $x = 3$



01 Все точки стоят на одной вертикали

Когда уравнение записано как $x = 3$, значение y может быть любым. Поэтому точки $(3; 0)$, $(3; 2)$ и $(3; -4)$ все подходят и лежат на одной прямой, параллельной оси Oy .

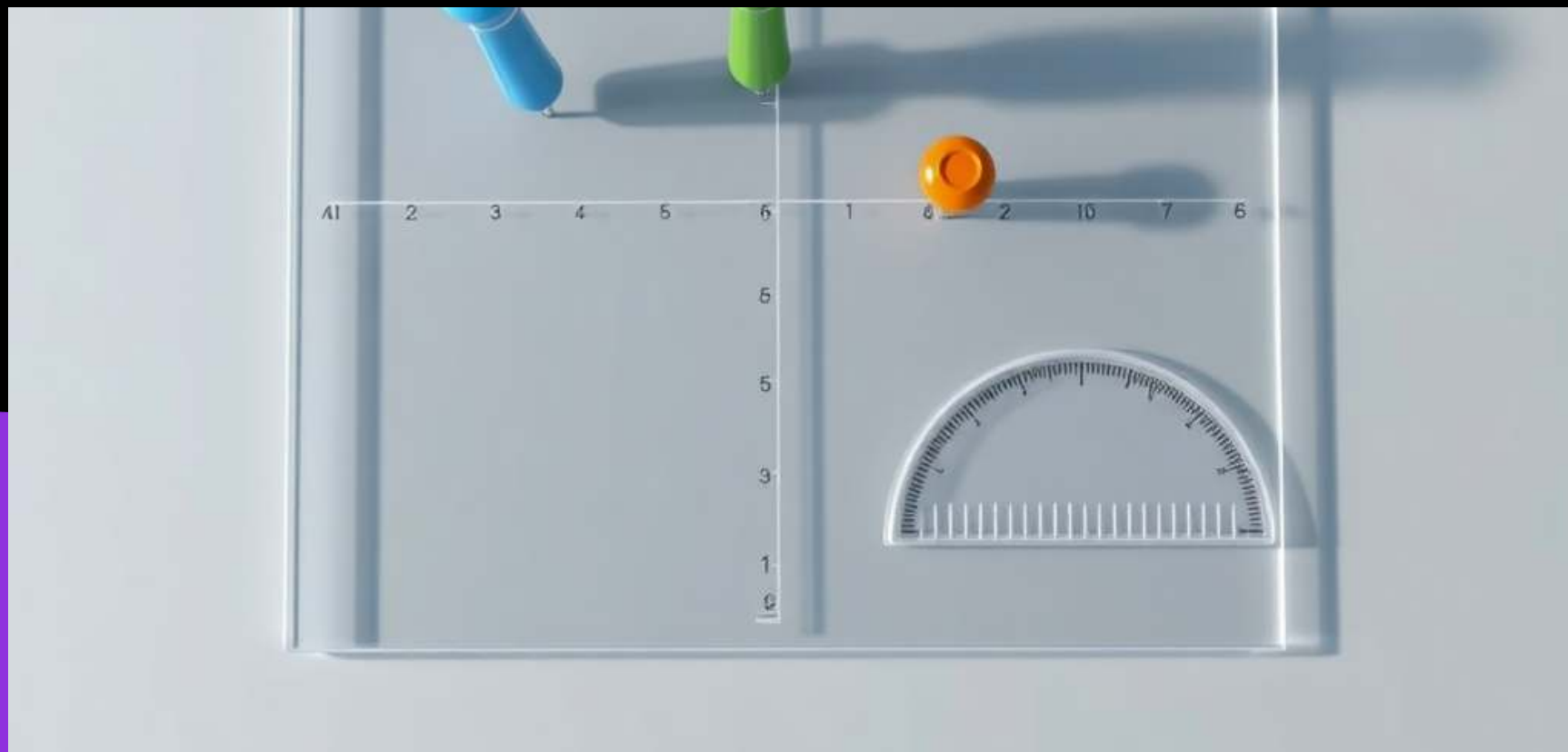
02 Как выглядит график

График такого уравнения — вертикальная прямая, которая проходит через все точки с абсциссой 3. На координатной сетке она помогает быстро увидеть, что фиксировано только значение x , а y свободно меняется.

Частный случай: уравнение $y = -2$

Одна линия для всех решений

Когда в уравнении значение y зафиксировано, каждая подходящая пара чисел имеет одну и ту же ординату. Для $y = -2$ это точки $(0; -2)$, $(4; -2)$ и $(-3; -2)$. На плоскости они лежат на одной горизонтальной прямой.



Прямая ниже оси Ox

График такого уравнения не поднимается и не опускается, а тянется параллельно оси Ox . Он проходит через все точки с ординатой -2 . Поэтому достаточно выбрать любое x , а y всегда останется равным -2 .



Как строят график по двум точкам

01

1. Находим решения

Подставляем в уравнение удобные значения x и получаем несколько пар чисел, которые его удовлетворяют.

02

2. Отмечаем точки

Наносим на координатную плоскость две подходящие точки, например $(0; 6)$ и $(3; 0)$ для уравнения $2x + y = 6$.

03

3. Проводим прямую

Соединяем отмеченные точки линией и продолжаем её в обе стороны. Если точки выбраны верно, вся линия будет графиком уравнения.

Как коэффициенты влияют на вид прямой

Уравнение	Точки	Вид прямой	Характер
$y = 2x + 1$	(0; 1), (1; 3)	возрастающая	поднимается вправо
$y = -x + 4$	(0; 4), (4; 0)	убывающая	опускается вправо
$3x + 2y = 6$	(0; 3), (2; 0)	наклонная	идёт под углом

Сравнение показывает, что знак и величина коэффициентов меняют наклон и положение прямой на координатной плоскости.

Школьный курс алгебры, 7 класс

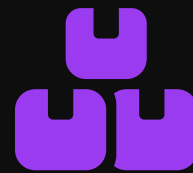
Если коэффициент при x положительный, прямая обычно возрастает; если отрицательный — убывает. Значения коэффициентов определяют, где именно проходит линия.

Где встречаются линейные уравнения с двумя переменными



Покупки

В задачах о покупке одна переменная может означать цену, а другая — количество товара. Уравнение помогает связать их и найти нужную стоимость или число предметов.



Распределение

Когда предметы делят на группы, удобнее описывать ситуацию через две величины. Тогда линейное уравнение показывает, сколько элементов попадёт в каждую часть.



Движение

При движении часто связаны скорость, время и расстояние. Если известно одно из них, уравнение позволяет найти другое и проверить, согласуются ли данные между собой.

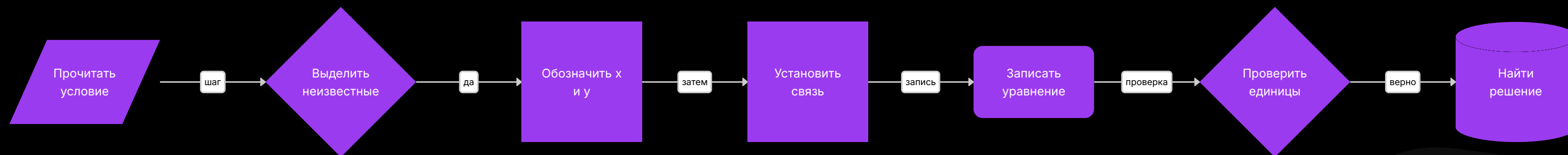


Смешивание

При смешивании двух компонентов уравнение связывает их количества. Оно помогает понять, как изменить один ингредиент, чтобы получить нужный результат всей смеси.

От текстовой задачи к уравнению

Последовательность показывает, как перевести условие задачи в математическую запись и проверить ответ.



Сравнение простых уравнений по удобству работы



Вертикальные и горизонтальные прямые строятся быстрее всего: для них достаточно одной фиксированной координаты. Наклонные уравнения требуют подбора двух точек, зато показывают связь между переменными.

Самыми простыми для работы оказываются уравнения вида $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$. Наклонные прямые сложнее строить, но они тоже легко проверяются подстановкой.

Сравнение составлено по типовым примерам школьного курса алгебры

Типичные ошибки при работе с уравнением

Путаница переменных

Часто ученик подставляет числа не в те буквы и получает неверный ответ. Чтобы избежать ошибки, нужно внимательно смотреть, какое значение относится к x , а какое — к y .

Неверный знак

При переносе слагаемого легко забыть изменить знак. Из-за этого уравнение становится другим, а найденная пара чисел перестаёт быть решением исходной записи.

Сбой в вычислениях

Ошибка может появиться после раскрытия скобок или умножения. Даже если ход решения правильный, один неверный счёт меняет результат и делает проверку бесполезной.

Одна точка вместо пары

Решение линейного уравнения с двумя переменными всегда записывается в виде пары чисел. Если указать только одно число, ответ будет неполным.

Путаница в координатах

Абсциссу и ординату иногда меняют местами, и точка оказывается не там, где должна быть. Поэтому важно помнить порядок записи: сначала x , потом y .

Примеры заданий для проверки понимания

01 Проверить пару

Подставьте $x = 2$ и $y = 1$ в уравнение $3x + y = 7$. После вычисления станет ясно, является ли эта пара решением.

02 Найти несколько решений

Для уравнения $x - y = 2$ подберите три разные пары чисел. Так можно увидеть, что одно уравнение допускает много правильных ответов.

03 Построить график

Возьмите точки $(0; 1)$, $(1; 2)$ и $(2; 3)$ для уравнения $y = x + 1$. Отметьте их и проведите через них прямую.

04 Сравнить точки

Проверьте, подходят ли точки $(0; 4)$ и $(4; 0)$ для уравнения $x + y = 4$. Это помогает тренировать подстановку и проверку равенства.



Связь алгебры и геометрии

Алгебраическая запись

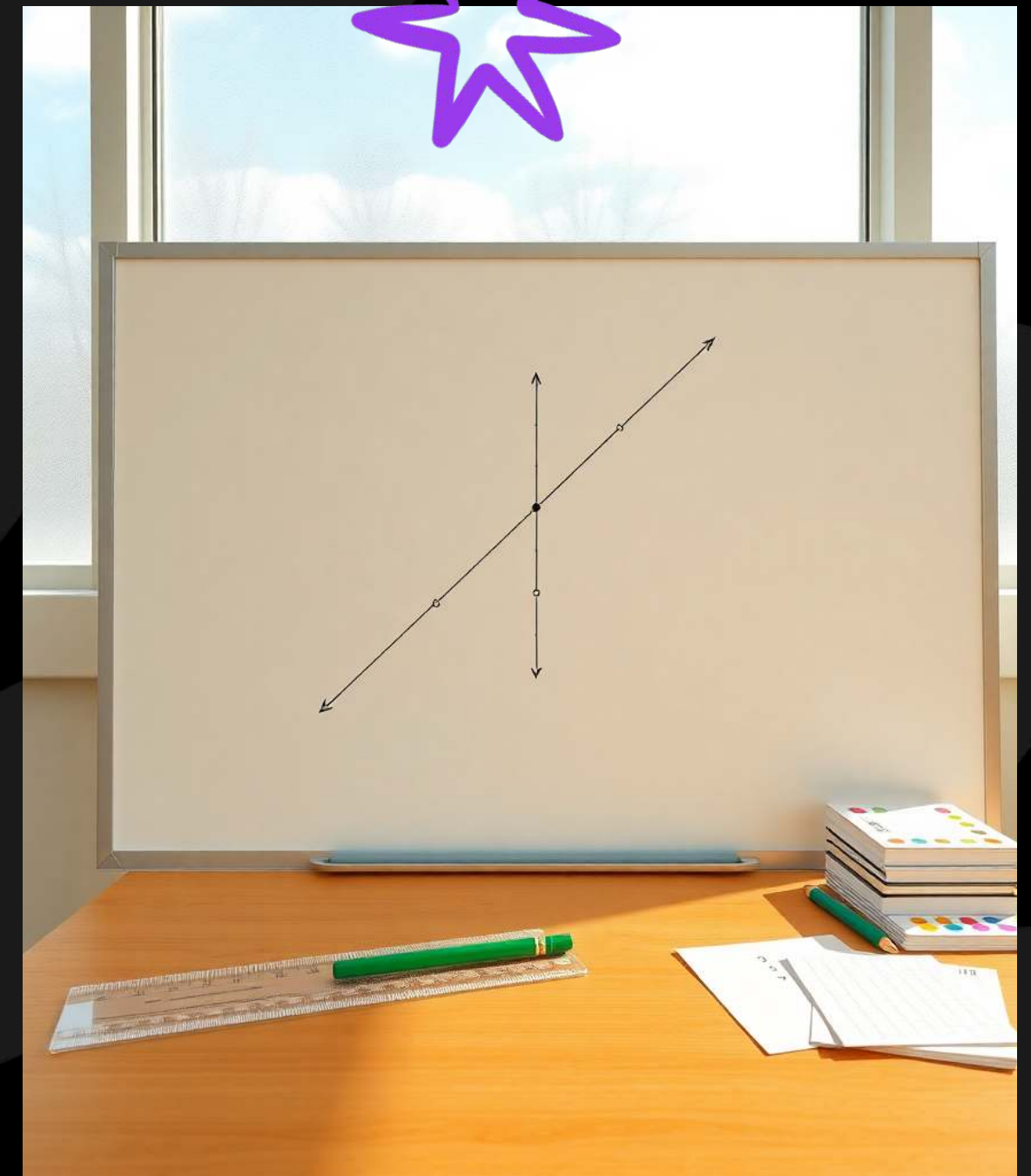
В алгебре линейное уравнение с двумя переменными выглядит как формула. Она позволяет вычислять и проверять пары чисел без чертежа, только с помощью подстановки и счёта.

Геометрическое изображение

В геометрии те же решения показываются точками на координатной плоскости. Все подходящие точки образуют одну прямую, поэтому уравнение можно увидеть глазами.

Одна формула — много точек

Главная идея темы в том, что одно уравнение описывает целый набор решений. Это соединяет вычисления и рисунок, делая задачу понятнее и нагляднее.



Что важно запомнить

Линейное уравнение с двумя переменными связывает числа, точки и прямую на координатной плоскости. Умение находить решения, проверять пары чисел и строить график помогает уверенно работать с задачами 7 класса.