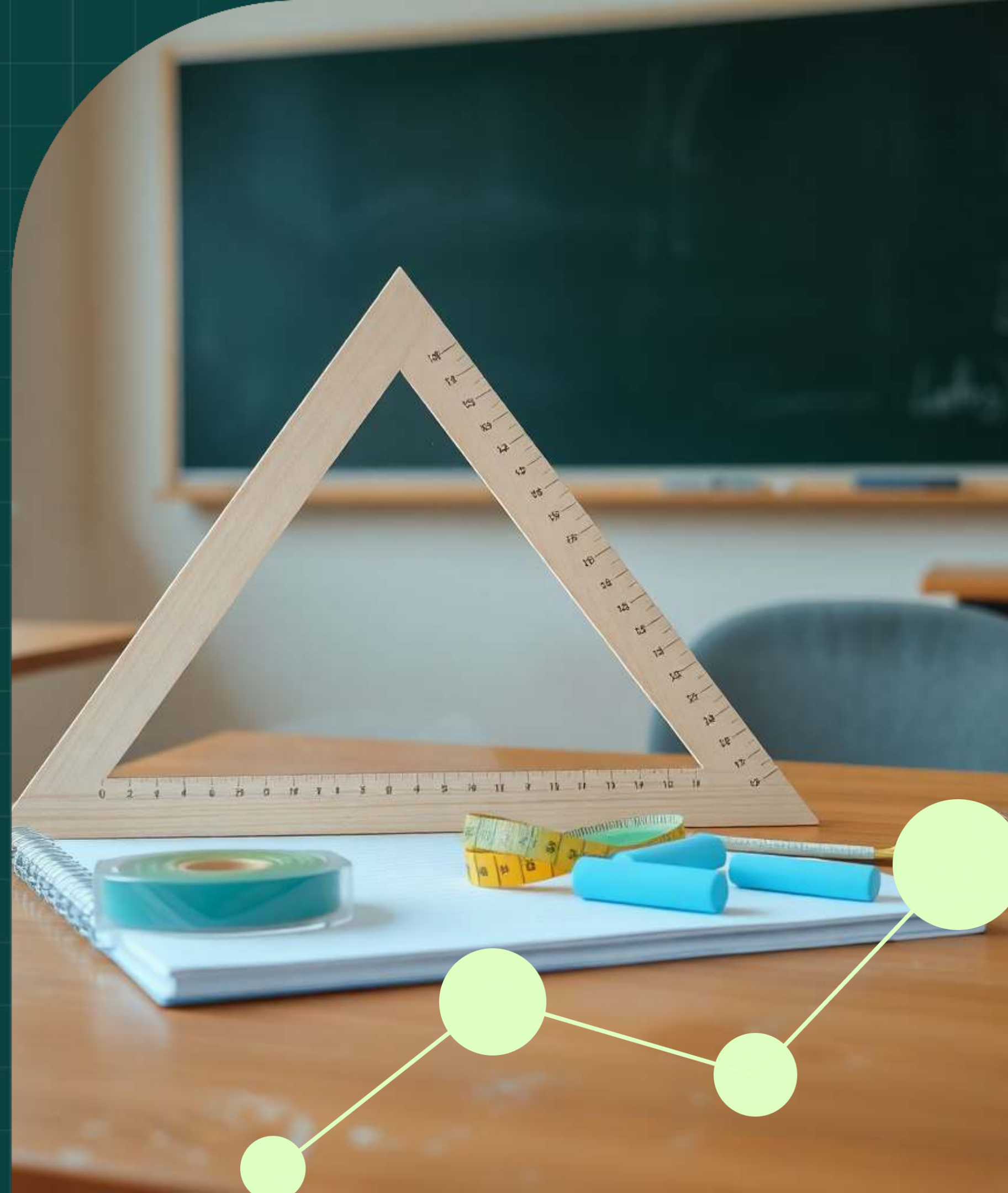




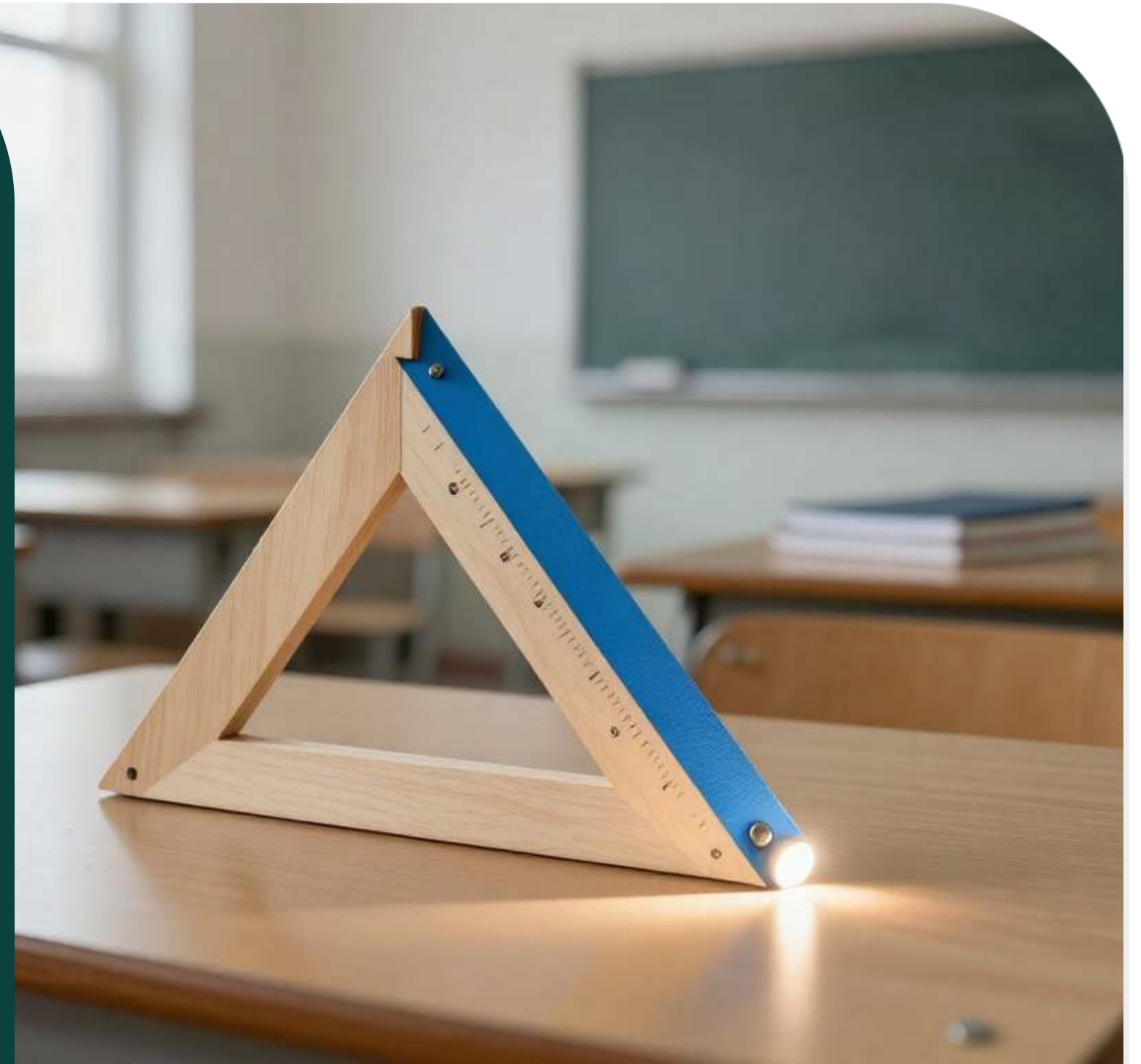
Косинус острого угла: что это и зачем нужно в 8 классе

Первые шаги в тригонометрии
через треугольник, угол
и измерения.



Косинус в курсе 8 класса

Эта тема показывает, как угол связан со сторонами треугольника. Косинус помогает находить неизвестные отрезки по чертежу и быстро проверять ответ, потому что его значение для острого угла всегда от 0 до 1.



Прямоугольный треугольник — основа определения косинуса

● Три стороны

В прямоугольном треугольнике есть гипотенуза и два катета. Гипотенуза лежит напротив прямого угла и всегда длиннее остальных сторон, поэтому именно с ней сравнивают катеты.

● Нужный катет

Для выбранного острого угла прилежащим называют катет, который образует этот угол вместе с гипотенузой. Именно его длина входит в формулу косинуса и определяет значение отношения.

● Запись формулы

Косинус острого угла записывают так: $\cos \alpha = \text{прилежащий катет} / \text{гипотенуза}$. Эта запись показывает, какую часть гипотенузы составляет сторона, находящаяся рядом с углом.

● Что важно на рисунке

На чертеже обязательно отмечают прямой угол, выбранный острый угол и подписи сторон. Без этих обозначений легко перепутать катеты и получить неверное значение косинуса.



Определение косинуса через элементы треугольника

Элемент	Обозначение	Роль
Гипотенуза	c	Самая длинная сторона
Прилежащий катет	a	Стоит рядом с углом
Острый угол	α	Для него ищут cos
Формула	$\cos \alpha = a/c$	Сравнивает стороны

Таблица показывает, какие элементы нужны для записи формулы и что означает каждое обозначение.

Косинус показывает отношение прилежащего катета к гипотенузе, то есть часть большей стороны, приходящуюся на соседний катет.

Гипотенуза всегда длиннее катета, поэтому дробь $\cos \alpha$ не превышает единицу. Для острого угла она ещё и остаётся положительной.

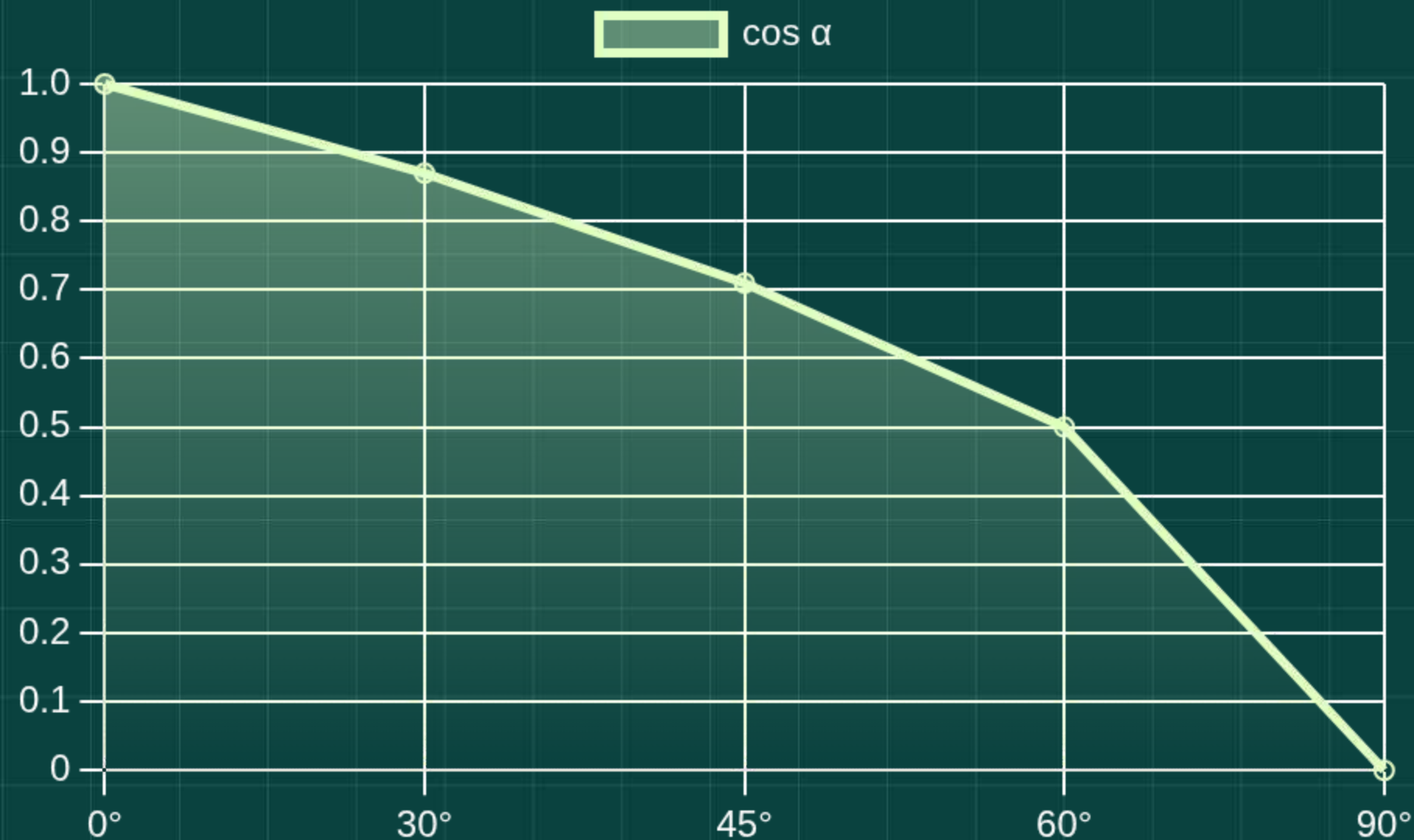
Свойство прямоугольного треугольника: гипотенуза длиннее любого катета



1

**ВЫШЕ ЭТОГО ЗНАЧЕНИЯ ОТНОШЕНИЕ
КАТЕТА К ГИПОТЕНУЗЕ БЫТЬ НЕ МОЖЕТ.**

Как меняется $\cos \alpha$ для основных углов



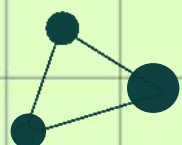
Значения подобраны так, чтобы было видно постепенное убывание косинуса при увеличении угла. Особенно удобно сравнивать середину ряда — угол 45° .

Чем больше острый угол, тем меньше косинус. Это помогает быстро оценивать, верен ли полученный ответ.

i Табличные значения $\cos 0^\circ$, 30° , 45° , 60° и 90°

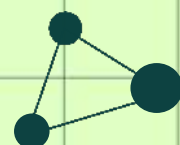
Точные значения косинуса, которые нужно знать

7



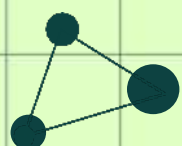
30 градусов

Для угла 30° точное значение равно $\sqrt{3}/2$. Его удобно запомнить как число, немного меньше единицы, которое часто встречается в задачах на треугольники.



45 градусов

Для угла 45° косинус равен $\sqrt{2}/2$. Это значение особенно важно, потому что оно возникает в равнобедренном прямоугольном треугольнике и часто используется в проверочных работах.



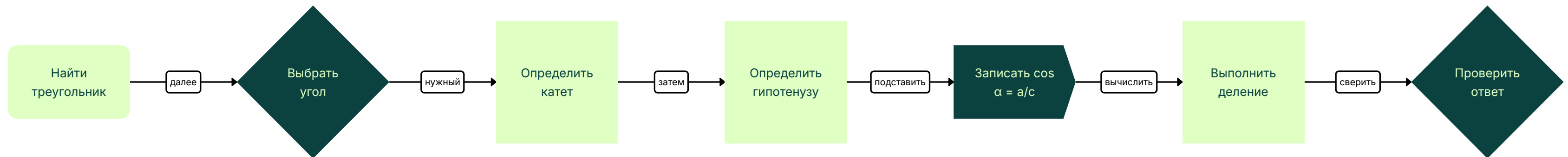
60 градусов

Для угла 60° $\cos \alpha = 1/2$. Такое значение легко проверить по чертежу: при большем угле косинус становится меньше, чем у 30° и 45° .



Алгоритм нахождения косинуса по чертежу

Последовательность действий для решения школьной задачи по теме косинуса острого угла



Пример из жизни: лестница у стены



Лестница и угол у пола

Лестница, поставленная к стене, сразу образует прямоугольный треугольник. Пол, стена и сама лестница становятся его сторонами, а угол у пола помогает выбрать нужный косинус для вычислений.

Что можно найти

Если известна длина лестницы и расстояние от стены до её основания, косинус помогает определить высоту подъёма. Им также удобно находить угол наклона, когда нужно аккуратно поставить лестницу.

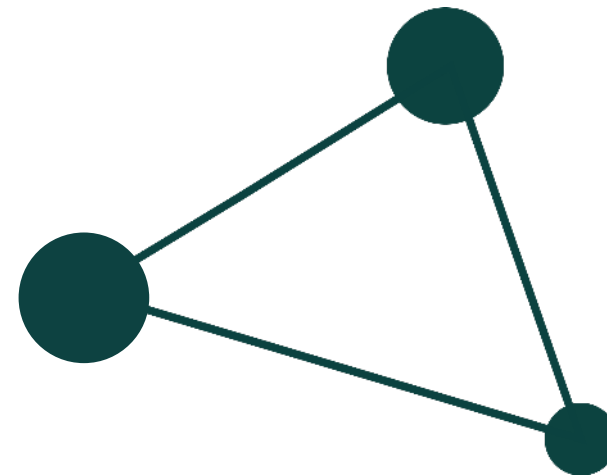
Связь косинуса и синуса одного угла

10

1

Один угол — разные катеты

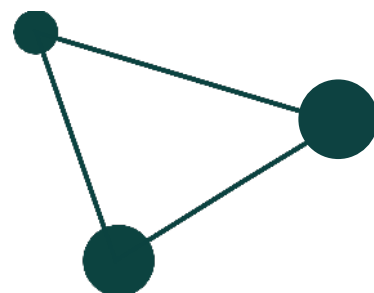
В одном и том же прямоугольном треугольнике синус и косинус относятся к одному острiu, но берут разные катеты. Косинус смотрит на прилежащий катет, а синус — на противолежащий.



2

Почему значения связаны

Если рассматривать дополнительный острый угол, то роли катетов меняются местами. Поэтому то, что было прилежащим катетом для одного угла, становится противолежащим для другого.



3

Полезное равенство

Для углов 30° и 60° значения синуса и косинуса меняются местами: $\cos 30^\circ = \sin 60^\circ$, а $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ$. Это удобно для проверки вычислений.



Синус и косинус: в чём различие

Величина	Формула	Что показывает
$\sin \alpha$	противолежащий / гипотенуза	дальнюю сторону
$\cos \alpha$	прилежащий / гипотенуза	соседнюю сторону
оба	для одного угла	отношение катета к гипотенузе

Сравнение показывает, что обе величины связаны с одним и тем же углом, но используют разные катеты.

Различие только в выборе катета: у синуса — противолежащий, у косинуса — прилежащий.



Определения синуса и косинуса в прямоугольном треугольнике

Как не перепутать катеты



Прилежащий катет

Он лежит рядом с выбранным острым углом и вместе с ним образует этот угол. Именно его берут в формуле косинуса, поэтому важно смотреть на расположение сторон.



Противолежащий катет

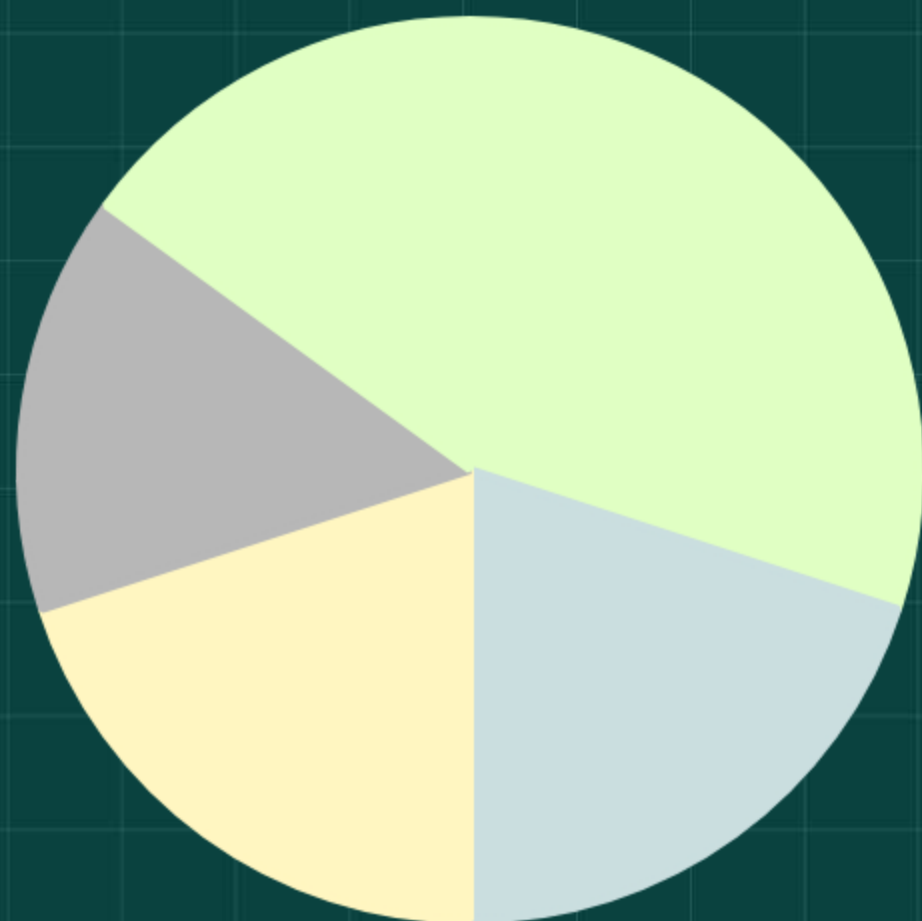
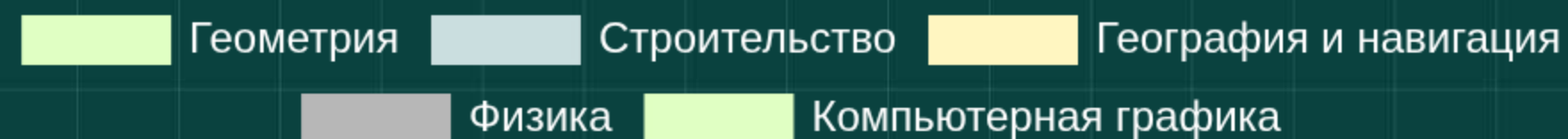
Эта сторона находится напротив угла и не касается его. Если случайно взять её вместо прилежащего катета, значение косинуса получится неверным и решение задачи сойдётся.



Гипотенуза

Гипотенуза всегда лежит напротив прямого угла и является самой длинной стороной. Её легко узнать на чертеже: это общая сторона для обоих катетов, но не для самого угла.

Где применяется косинус острого угла



Косинус помогает переводить геометрический чертёж в измеримые величины, когда прямое измерение неудобно или невозможно.

Наибольшая доля применения связана с геометрией, но принцип полезен и в практических науках, и в вычислениях.



Обобщение школьных и прикладных задач по теме «косинус острого угла»

Формула $\cos \alpha = a/c$ и её смысл

14

● Что означает a

Буква a обозначает прилежащий катет, то есть сторону, которая находится рядом с выбранным острым углом. Именно её сравнивают с гипотенузой, чтобы получить косинус.

● Что означает c

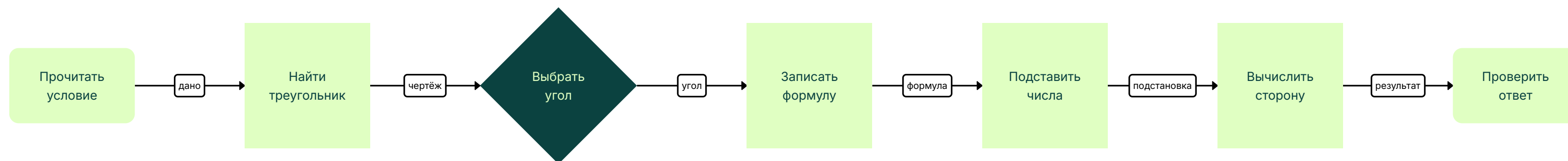
Буква c обозначает гипотенузу — самую длинную сторону прямоугольного треугольника. Она стоит в знаменателе, поэтому косинус всегда показывает долю от целой стороны.

● Зачем нужна формула

Если известны угол и гипотенуза, формула помогает найти неизвестный катет. Если известны две стороны, по ней удобно проверить, правильно ли записано решение.

Решение задачи на нахождение стороны

Последовательность действий для типовой задачи по теме косинуса острого угла



Проверка ответа по чертежу и по смыслу

16

1

Сравнить длины

Найденный катет должен быть короче гипотенузы, иначе в решении допущена ошибка. Полезно ещё раз посмотреть на рисунок и убедиться, что стороны подписаны верно.

3

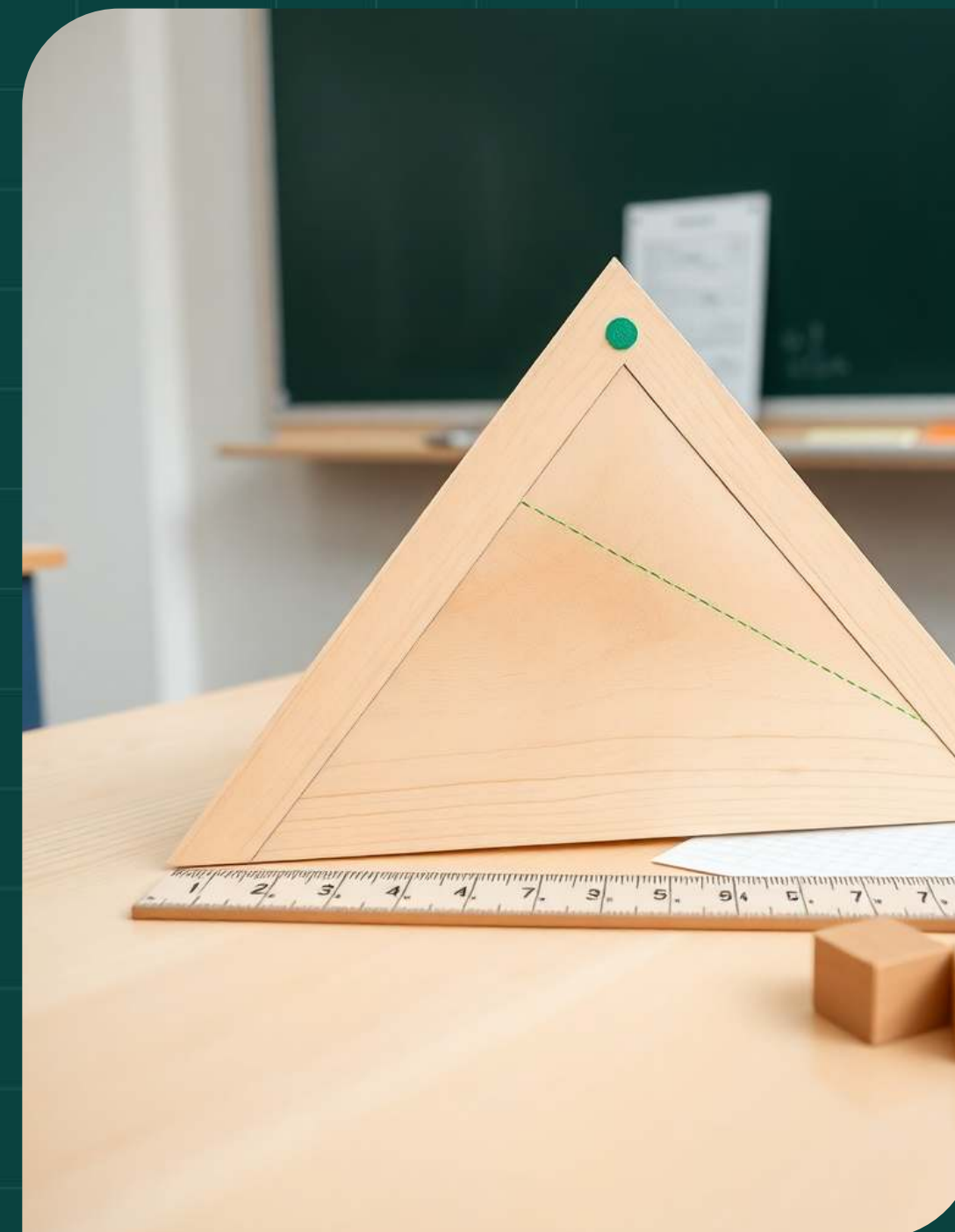
Оценить здравым смыслом

Ответ должен соответствовать чертежу: слишком большое или слишком маленькое значение сразу заметно по рисунку. Такая проверка помогает заметить ошибку ещё до записи окончательного ответа.

2

Проверить диапазон

Значение косинуса для острого угла всегда находится между 0 и 1. Если получилось число больше 1 или отрицательное, нужно искать неверно выбранную сторону или угол.



Типичные ошибки при работе с косинусом



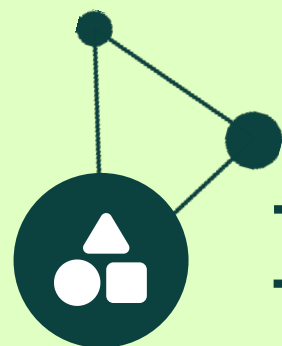
Большинство ошибок связано не с вычислением, а с невнимательным чтением чертежа и выбором сторон.

Чаще всего путают катеты, поэтому перед расчётом важно ещё раз определить прилежащую сторону и гипотенузу.



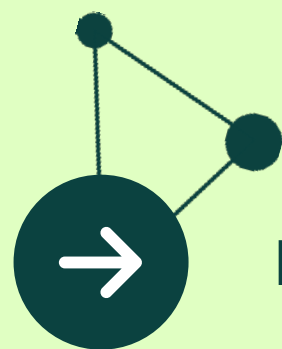
Методический анализ типичных ошибок при решении задач на косинус острого угла

Короткие правила для запоминания



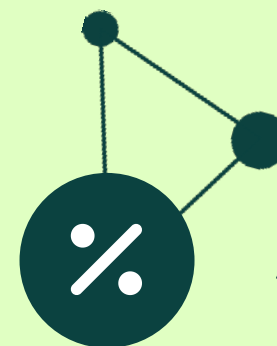
Только прямоугольный треугольник

Косинус острого угла рассматривают именно в прямоугольном треугольнике. Без прямого угла невозможно правильно определить гипотенузу и выбрать катет, который нужен в формуле.



Нужны нужные стороны

В формуле участвуют прилежащий катет и гипотенуза. Если взять противолежащий катет, получится уже синус, а не косинус, поэтому важно внимательно смотреть на расположение сторон.



Значение от 0 до 1

Для острого угла косинус всегда положителен и не превышает 1. Это удобно для проверки: если ответ вышел за пределы, значит, допущена ошибка в решении.



Проверяй результат

После вычислений сравни ответ с чертежом: катет не может быть длиннее гипотенузы. Такая проверка помогает быстро заметить неверную подстановку или ошибку в вычислениях.

Основные значения косинуса острого угла

Угол	$\cos \alpha$	Вывод
0°	1	максимум
30°	$\sqrt{3}/2$	чуть меньше 1
45°	$\sqrt{2}/2$	около 0,7
60°	$1/2$	уменьшается
90°	0	минимум

Эти значения стоит запомнить: они часто встречаются в задачах и помогают быстро проверять вычисления без калькулятора.

При увеличении угла косинус уменьшается, поэтому таблица удобна и для проверки ответа, и для оценки результата на глаз.



Что даёт знание косинуса острого угла

Косинус помогает связывать угол с длинами сторон и решать понятные практические задачи. Если знать определение, основные значения и уметь читать чертёж, ошибки становятся редкими, а тригонометрия — гораздо понятнее.