

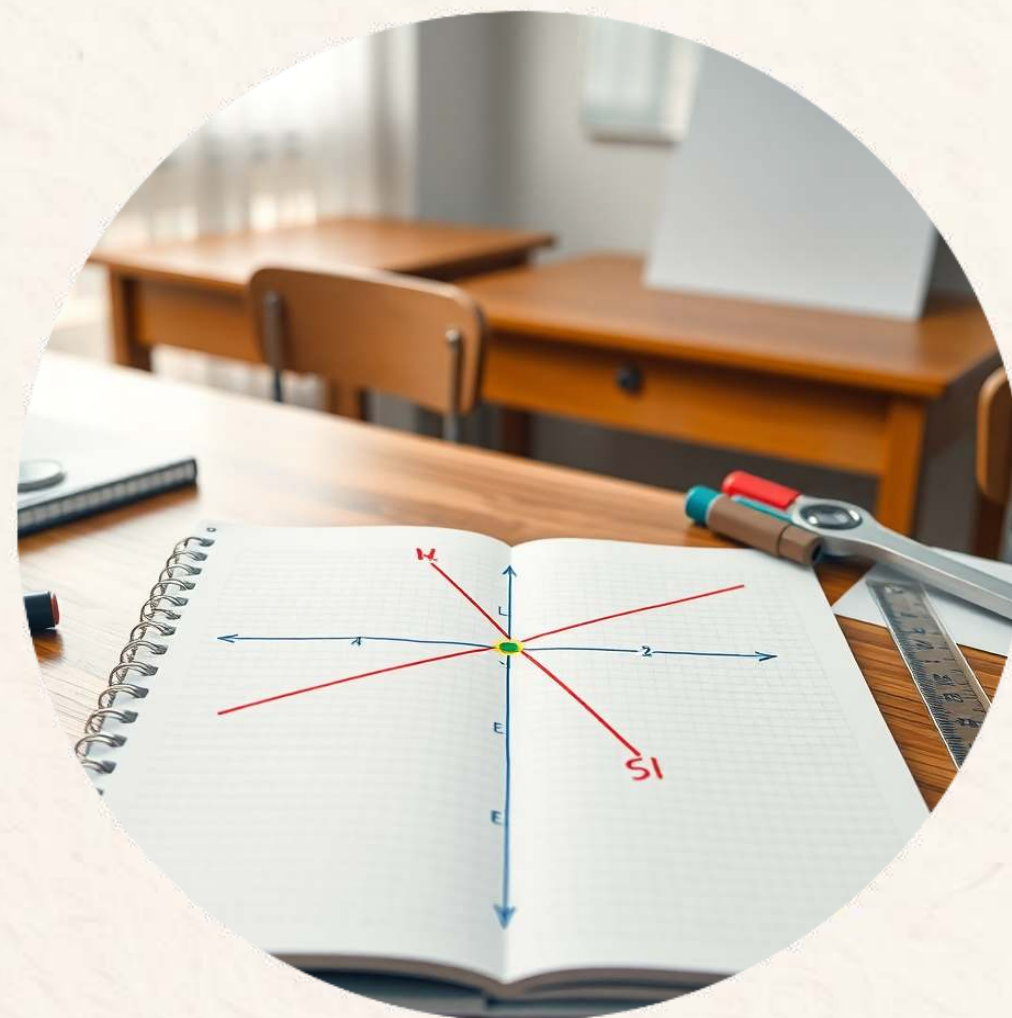
Геометрическое представление решений систем уравнений

Алгебраические ответы можно увидеть на координатной плоскости.



Графики помогают увидеть ответ сразу

- В 9 классе графический способ соединяет уравнения и рисунок: каждая формула с двумя переменными задаёт линию или кривую, а решение системы находится в точке их пересечения.



Что считается решением системы уравнений

1 Один набор значений

Решением системы называют такие значения переменных, которые одновременно подходят каждому уравнению. Для двух переменных ответ обычно записывают как пару чисел $(x; y)$.

2 Проверка подстановкой

Если подставить найденную пару в оба уравнения и получить верные равенства, точка действительно является решением системы. Это главный способ убедиться в правильности ответа.

3 Если хотя бы одно условие не выполнено

Когда одна из подстановок даёт неверное равенство, точка не подходит. Значит, она лежит не на обоих графиках, а только на одном или не принадлежит ни одному.

Координатная плоскость и точки решений

— Две оси

Координатная плоскость строится на двух перпендикулярных осях: x и y . Вместе они помогают точно указывать положение любой точки на рисунке.

— Пара координат

Каждая точка задаётся двумя числами. Сначала называют координату по оси x , затем по оси y . Например, точка $A(2; 3)$ показывает сдвиг вправо и вверх.

— График как множество точек

График уравнения состоит из всех точек, которые ему подходят. Поэтому решение системы можно искать не только вычислениями, но и через общий участок двух графиков.



График одного уравнения и график системы



Одно уравнение

Сначала каждое уравнение с двумя переменными строят отдельно: оно задаёт свою линию или кривую на плоскости.



Два графика

Затем оба графика совмещают на одной системе координат, чтобы увидеть, где они имеют общие точки.



Общий ответ

Точки пересечения показывают решения системы. Именно их координаты записывают как ответ и затем обязательно проверяют.

Сколько решений может иметь система линейных уравнений

Расположение	Решения
Пересекаются	1
Параллельны	0
Совпадают	∞

— Для линейных систем ответ зависит от того, как расположены две прямые на плоскости.

Количество решений можно определить по виду графиков: одна точка даёт единственное решение, а совпадение прямых — бесконечно много решений.

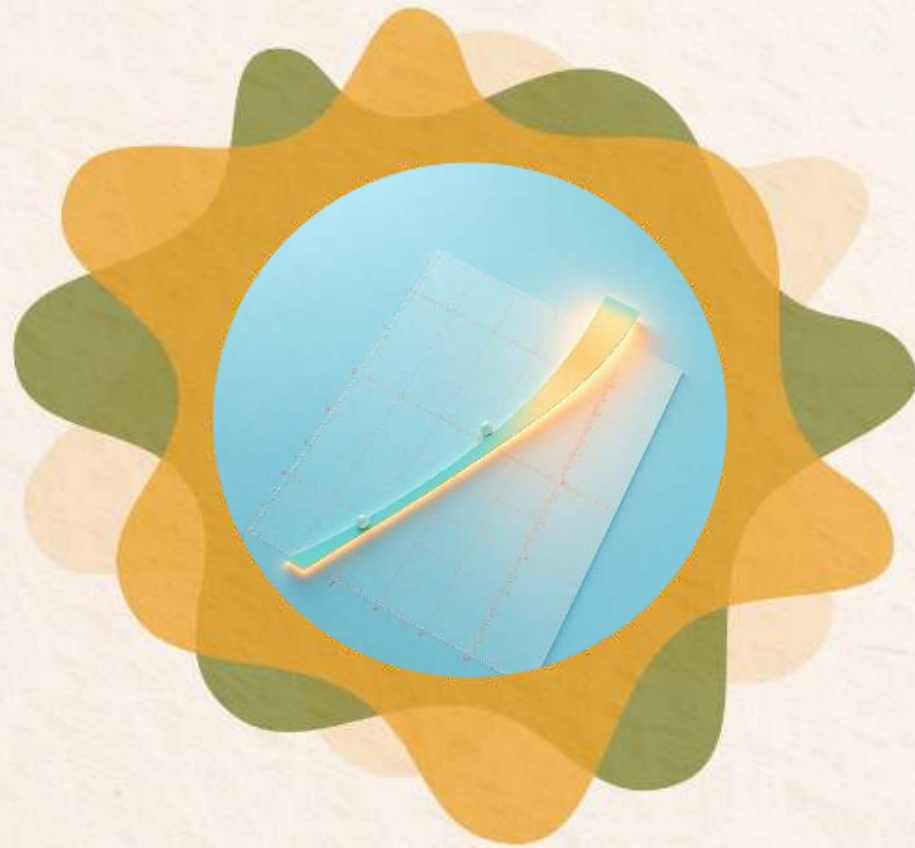
— Школьный курс алгебры 9 класса

Как решать систему графически

Последовательность действий при построении и проверке ответа.

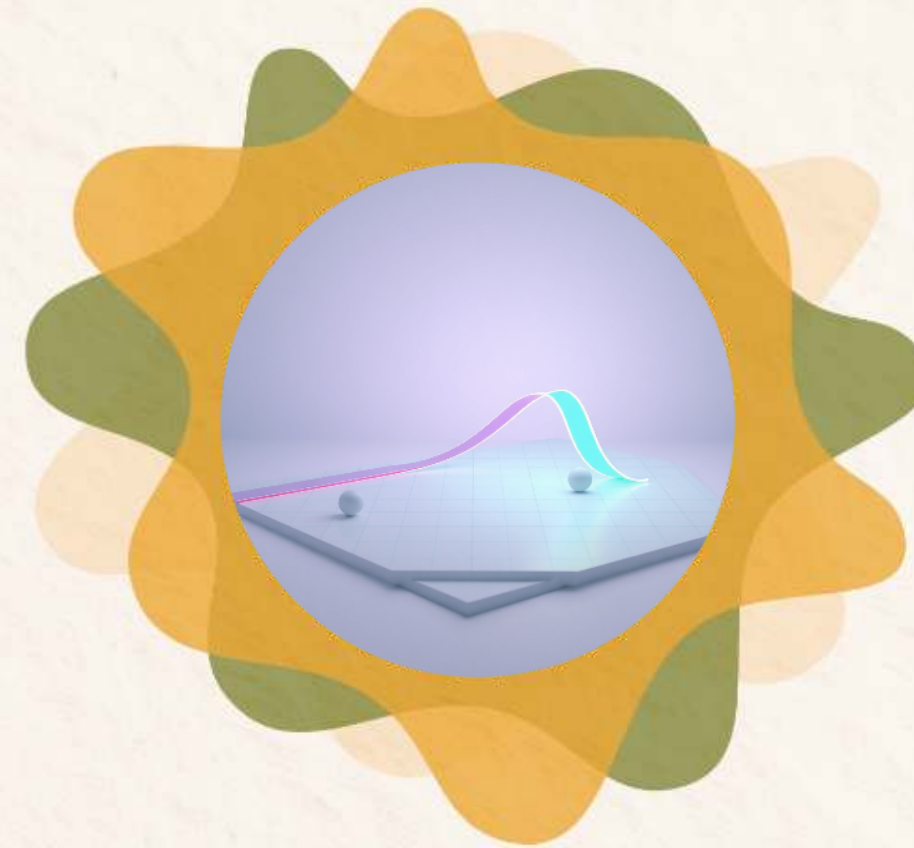


Две прямые и одна точка пересечения



Первая прямая идёт вверх

Уравнение $y = x + 1$ задаёт возрастающую прямую: при увеличении x значение y тоже растёт. На координатной плоскости она легко строится по двум точкам, поэтому удобно увидеть её наклон и направление.



Вторая прямая идёт вниз

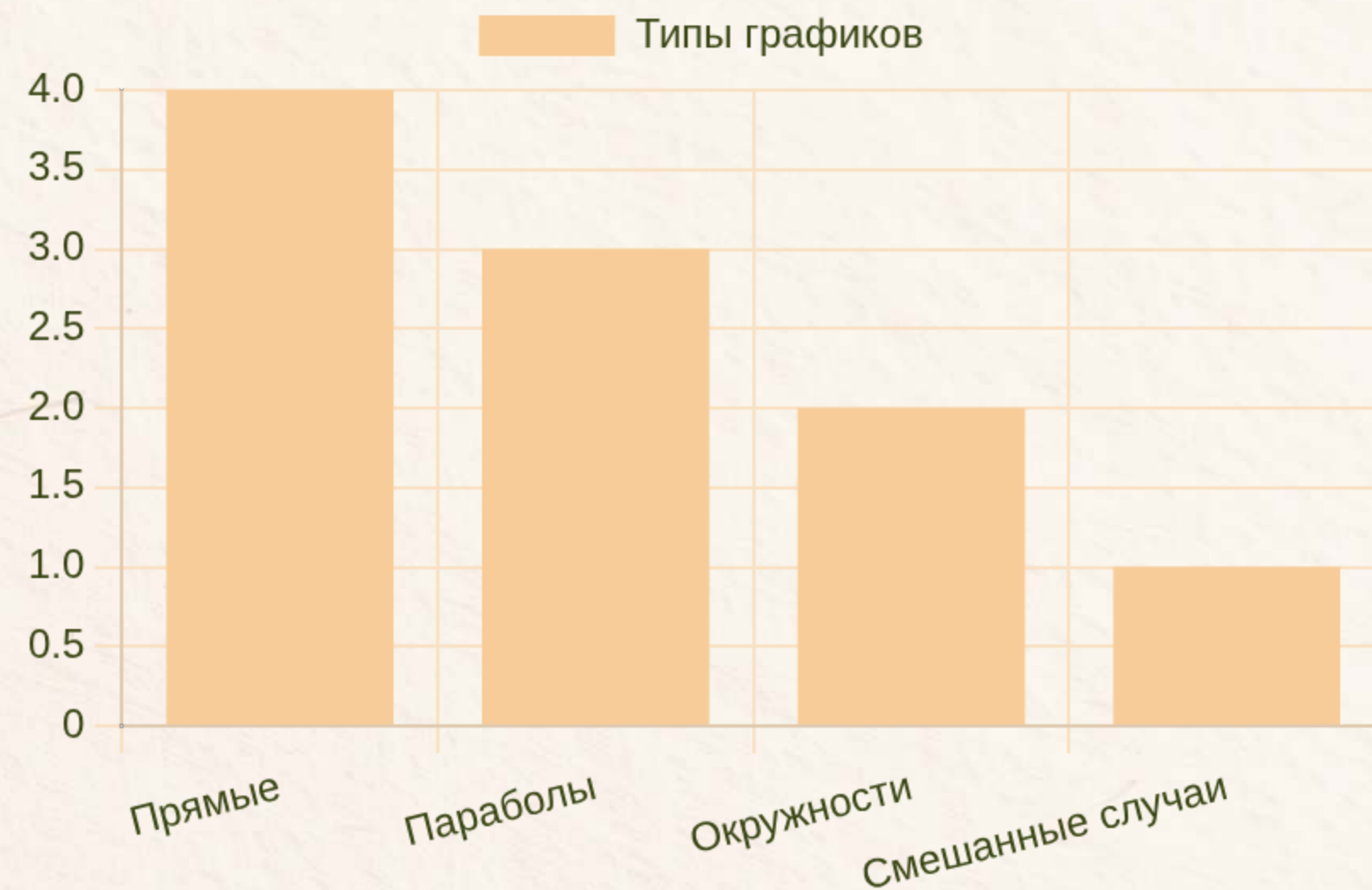
Уравнение $y = -x + 5$ задаёт убывающую прямую: чем больше x , тем меньше y . Когда обе прямые изображены вместе, становится заметна их общая точка, в которой совпадают оба условия системы.

Какие графики чаще всего встречаются в системах

Разные графики требуют разного способа построения: одни строятся по точкам, другие — по вершине, центру или ключевым значениям.

Чем сложнее форма графика, тем важнее смотреть не только на построение, но и на количество общих точек.

Иллюстративная схема по курсу алгебры 9 класса



0–2

решений обычно даёт система, если прямая не пересекает, касается или пересекает параболу.

Для пары «прямая и парабола» число ответов определяется количеством точек пересечения, поэтому геометрический рисунок сразу показывает возможный результат.

Школьный курс алгебры 9 класса

Система с окружностью и прямой

Что задаёт окружность

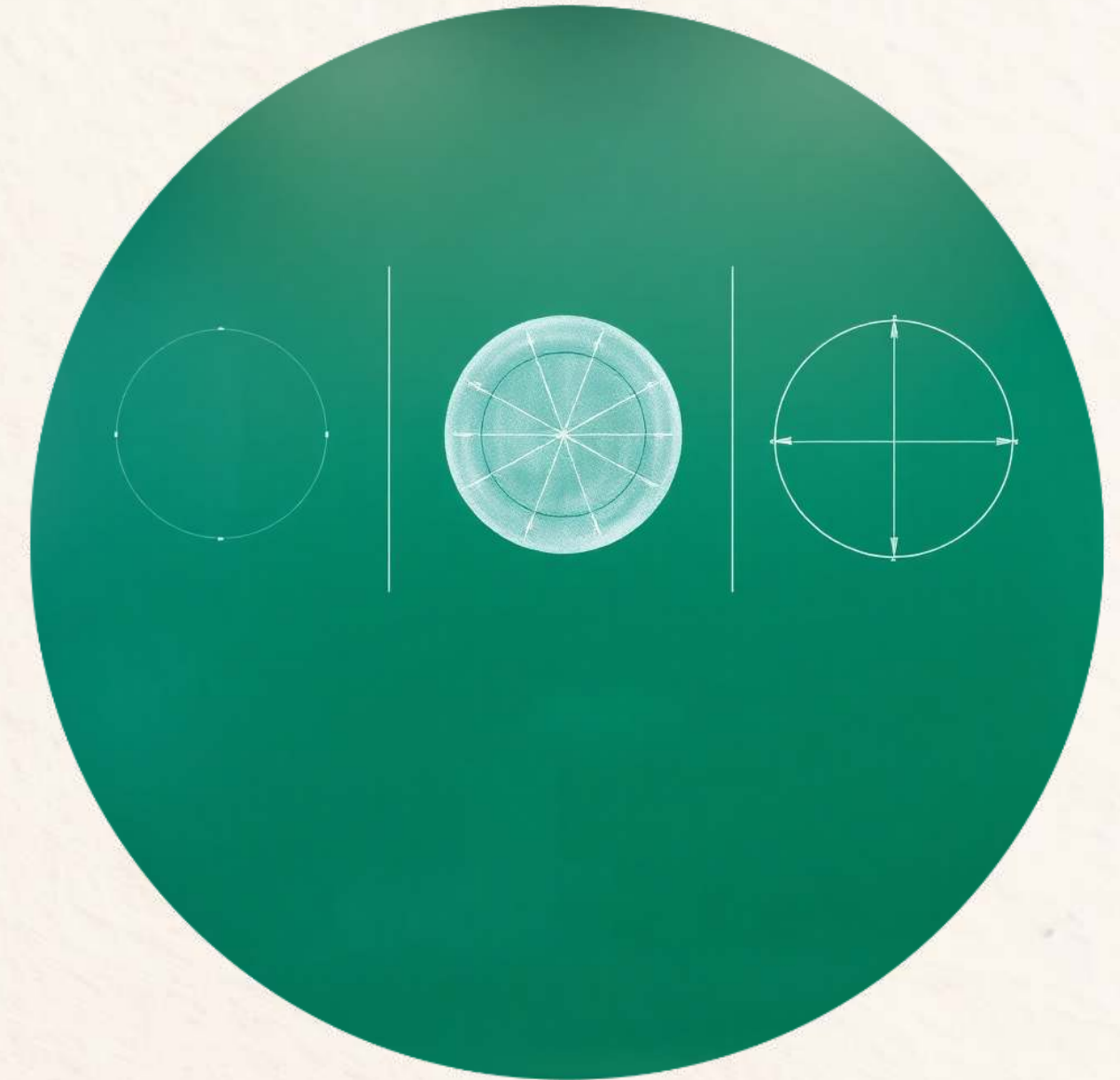
Окружность состоит из всех точек, удалённых от центра на одно и то же расстояние. Поэтому её уравнение описывает не одну точку, а целый набор возможных положений на плоскости.

Возможные пересечения

Прямая может совсем не встретиться с окружностью, коснуться её в одной точке или пройти через неё дважды. От этого напрямую зависит, сколько решений получит система уравнений.

Почему это важно

Такой пример показывает, что форма графиков влияет на ответ не меньше, чем сами формулы. По изображению сразу видно, есть ли решения, и сколько общих точек нужно искать.



Типичные результаты пересечения графиков

Ситуация	Результат
1 общая точка	1 решение
2 общие точки	2 решения
Нет пересечения	решений нет
Совпадают	бесконечно много

Геометрический вид пересечения позволяет быстро определить число решений системы без длинных вычислений.

Чем больше общих точек у графиков, тем больше решений; совпадение графиков даёт бесконечное число ответов.

Школьный курс алгебры 9 класса

Почему важен правильный масштаб

Точность чтения

Если деления на осях выбраны неудачно, точка пересечения может выглядеть смещённой. Тогда даже правильное решение трудно заметить на рисунке и легко записать с ошибкой.

Сравнение координат

Одинаковый шаг по осям x и y помогает честно сравнивать расстояния и углы наклона. Благодаря этому график отражает положение точек так, как оно есть на самом деле.

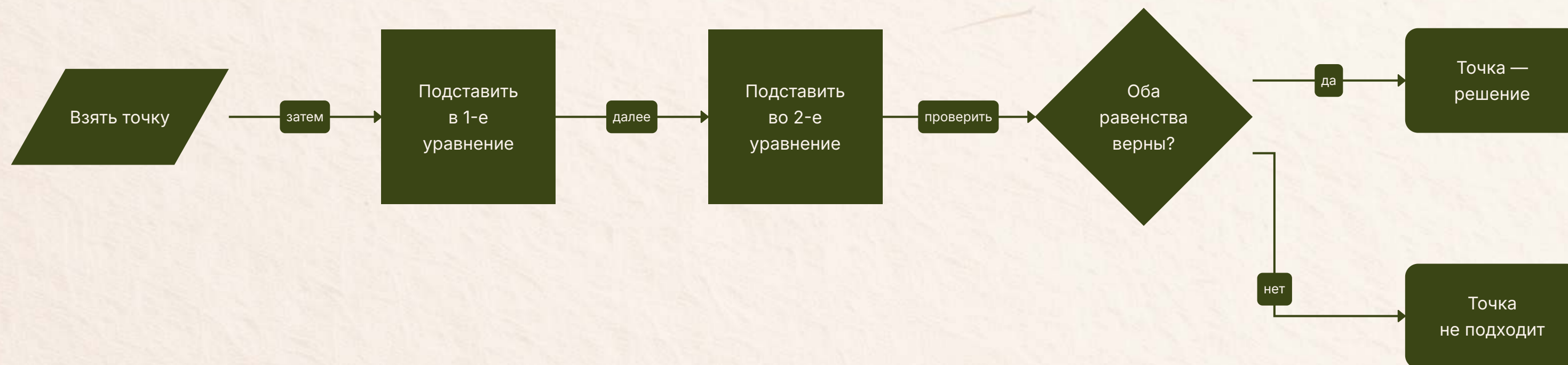
Удобство построения

При разумном масштабе график помещается в тетрадь, а важные детали остаются видимыми. Это особенно полезно, когда линии или кривые проходят близко друг к другу.



Проверка найденной точки подстановкой

Последовательность проверки предполагаемой точки решения системы уравнений.



Геометрический смысл ответа на систему

1 Ответ как точка

Решение системы — это не просто число, а конкретная точка на координатной плоскости. Она показывает, где одновременно выполняются оба уравнения и где графики имеют общую позицию.

2 Связь с реальной задачей

В прикладных примерах одна координата может означать количество, а другая — стоимость, время или расстояние. Тогда точка решения помогает увидеть, при каких значениях величин условия совпадают.

3 Понятный способ проверки

Если точка найдена на графике, её легко проверить подстановкой в оба уравнения. Так рисунок, вычисления и ответ объединяются в один удобный и наглядный способ решения.

Пример из жизненной ситуации

Два тарифа

Пусть две формулы описывают стоимость покупки при разных тарифах. Их графики показывают, для какого количества товара расходы окажутся одинаковыми, то есть найдётся общая точка.

Смысл пересечения

Точка пересечения означает, что оба варианта дают одну и ту же цену. Если пересечений нет, выгоднее всегда один тариф; если есть, можно сравнить условия.

Практическая польза

Такие задачи учат читать графики как описание реальной ситуации. Вместо длинных вычислений достаточно найти точку, где линии стоимости совпадают по координатам.

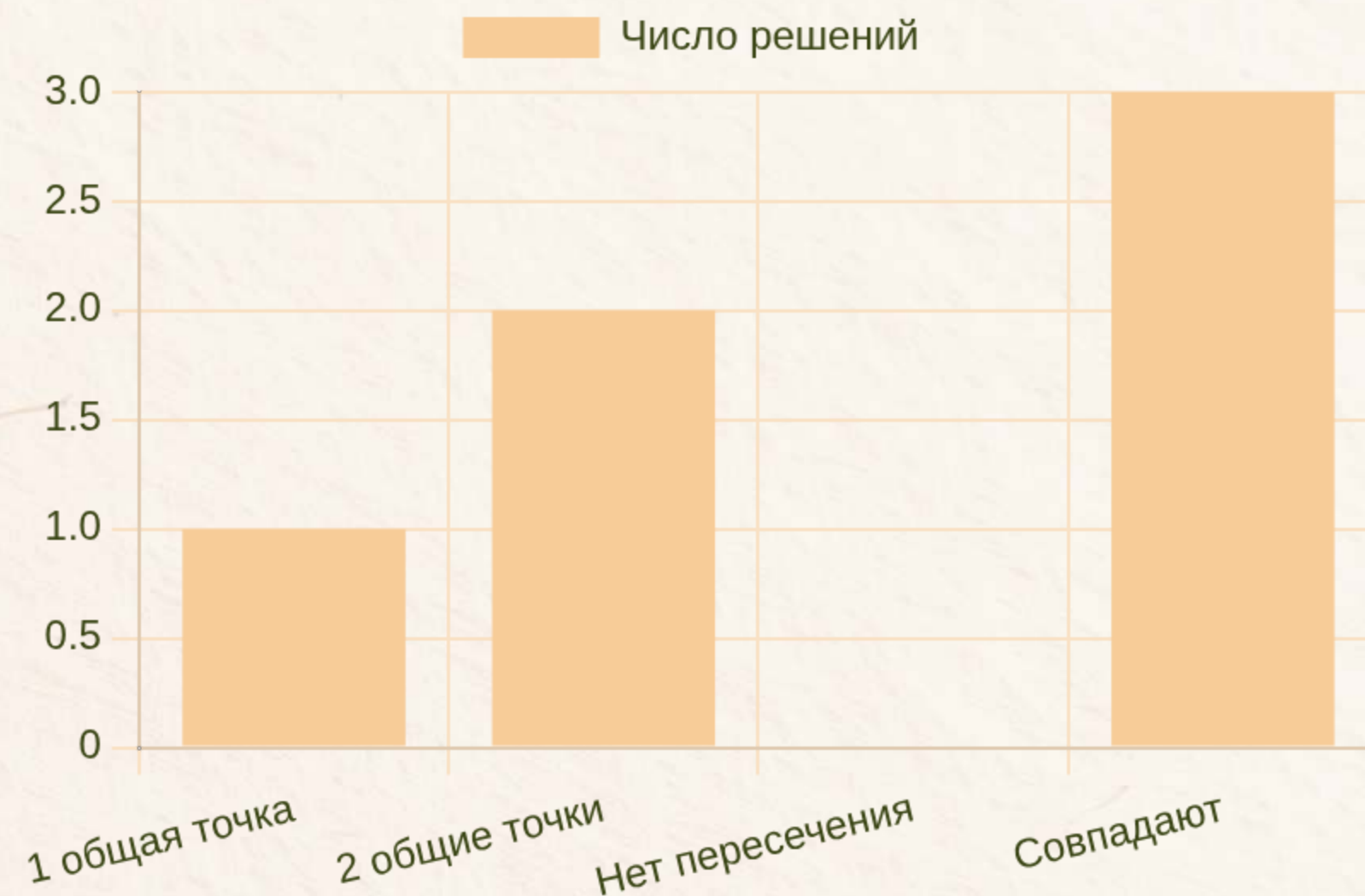


Как меняется число решений у разных систем

На рисунке показаны основные случаи пересечения графиков в школьных задачах. Для совпадающих графиков число решений считают бесконечным, поэтому на диаграмме отмечен условный высокий уровень.

Число решений определяется количеством общих точек: одна точка даёт одно решение, две — два, отсутствие пересечения — ноль.

Обобщение по теме «Системы уравнений», алгебра 9 класса



Типичные ошибки при работе с графиками



Путают координаты

Иногда точки записывают как $(y; x)$ вместо $(x; y)$. Из-за этого даже правильно найденное пересечение превращается в неверный ответ, поэтому порядок координат нужно проверять особенно внимательно.



Неверный масштаб

Слишком крупный или слишком мелкий шаг на осях искажает картину графика. Тогда точка пересечения выглядит смещённой, а расстояния между точками трудно сравнивать точно.



Неточное нанесение

Если точка пересечения отмечена приблизительно, ответ может оказаться неправильным, особенно при близко расположенных линиях. Лучше сначала определить координаты по делениям, а затем аккуратно подписать их.



Нет проверки

Даже найденную на рисунке точку нужно подставить в оба уравнения. Без проверки легко принять похожую точку за правильную, особенно когда графики пересекаются рядом с краем сетки.

Что важно помнить о геометрическом способе

Правило	Смысл
Общая точка	решение системы
Каждое уравнение	свой график
Положение графиков	число ответов
Подстановка	проверка ответа

— Краткие правила помогают быстро ориентироваться при решении систем уравнений по графикам.

Графический способ помогает увидеть ответ сразу, а затем подтвердить его вычислением.

— *Школьный курс алгебры*

Главная идея темы

Графический способ превращает систему уравнений в понятный рисунок на плоскости. Общие точки графиков показывают решения, а их число зависит от расположения линий и кривых.