

Функция $y = ax$ и её график: что важно знать на уроке алгебры

Разберём прямую пропорциональность, график и влияние коэффициента a .

Где встречается прямая пропорциональность

Прямая пропорциональность встречается там, где одна величина меняется вместе с другой в одинаковое число раз: в цене, пути, массе, количестве страниц. Формула $y = ax$ помогает быстро увидеть эту связь и проверить ответ без лишних вычислений.



Определение функции $y = ax$

01

Один коэффициент

Функция $y = ax$ задаётся числом a . Именно оно определяет, как быстро меняется y при изменении x , поэтому две одинаковые формулы с разными a ведут себя по-разному.

03

Знаки значений

Если $a > 0$, знак y совпадает со знаком x . Если $a < 0$, знак y становится противоположным. Это сразу показывает, в какую сторону направлена прямая.

02

Точка начала координат

Когда $x = 0$, произведение ax равно 0. Значит, график всегда проходит через начало координат $O(0; 0)$, и эта точка становится опорной при построении.

04

Особый случай

При $a = 0$ получаем $y = 0$ для любого x . Тогда функция перестаёт меняться, а её график превращается в горизонтальную прямую, совпадающую с осью Ox .

Как коэффициент a влияет на график

Таблица показывает, как меняются направление и крутизна прямой при разных значениях коэффициента a .

Знак a определяет направление наклона, а модуль $|a|$ — насколько прямая крутая.

a	График	Точка при $x=1$
2	возрастает	(1; 2)
0,5	пологий рост	(1; 0,5)
-3	убывает круто	(1; -3)
0	$y = 0$	(1; 0)

Координатная плоскость и построение прямой

Две координаты

Каждая точка на плоскости записывается парой чисел $(x; y)$. Первая координата показывает положение по горизонтали, вторая — по вертикали.

Достаточно двух точек

Чтобы построить график $y = ax$, обычно хватает двух точек. Если обе найдены верно, через них можно провести единственную прямую.

Удобные проверки

Для проверки удобно брать точки $(0; 0)$, $(1; a)$, $(2; 2a)$ и $(-1; -a)$. Они быстро показывают, правильно ли вычислены значения функции.

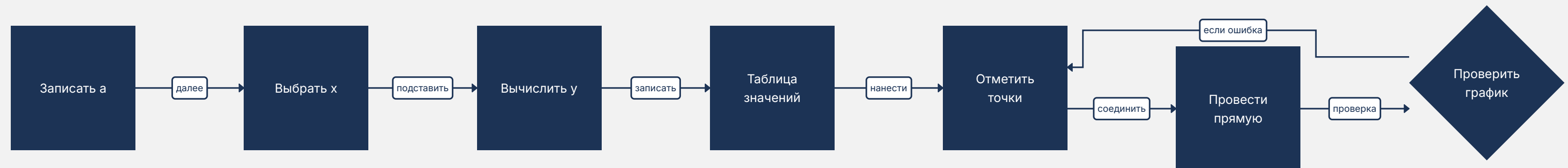
Примеры

Для $y = 2x$ подойдут точки $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 4)$, а для $y = -2x$ — $(0; 0)$, $(1; -2)$, $(2; -4)$.



Построение графика по формуле $y = ax$

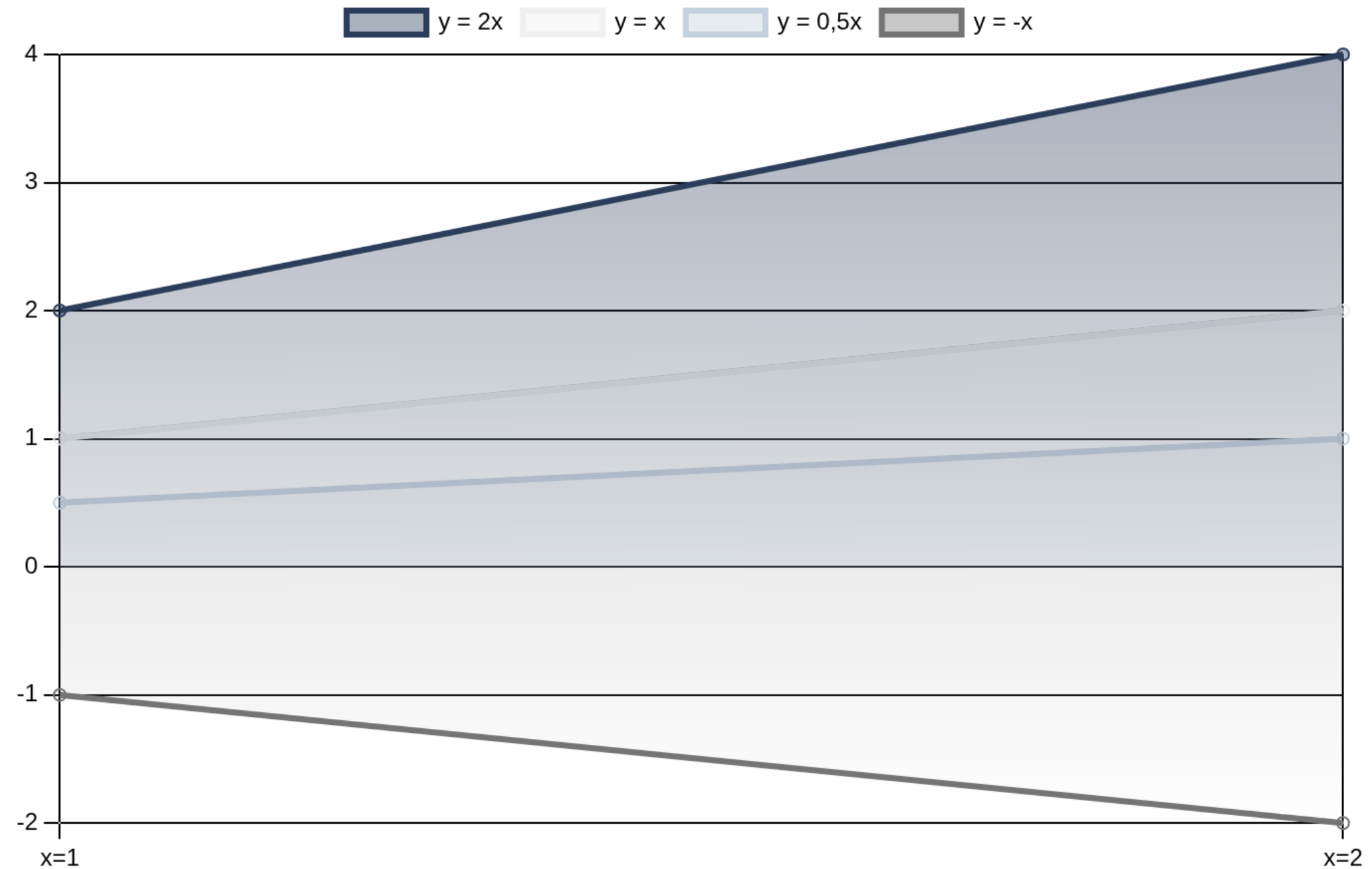
Алгоритм работы с формулой и координатной плоскостью



Сравнение прямых при разных значениях a

На одной шкале хорошо видно, как меняется угол наклона прямой при изменении коэффициента.

Чем больше $|a|$, тем круче график; отрицательный a меняет направление наклона.



Знаки x и y при разных коэффициентах



$a > 0$

При положительном коэффициенте знаки x и y совпадают: положительное x даёт положительное y , а отрицательное x — отрицательное y . Это удобно для быстрой проверки таблицы значений.



$a < 0$

Если коэффициент отрицательный, знаки меняются на противоположные. Положительному x соответствует отрицательное y , а отрицательному x — положительное y , поэтому прямая убывает слева направо.



$x = 0$

При $x = 0$ всегда получается $y = 0$, независимо от значения a . Эта точка помогает проверить, проходит ли график через начало координат.



Проверка ответа

Зная правила знаков, легче заметить ошибку в вычислениях. Если в таблице значение не совпадает с ожидаемым знаком, значит, формулу или подстановку стоит перепроверить.

Таблица значений для функций $y = 2x$ и $y = -2x$

x	$y = 2x$	$y = -2x$
-2	-4	4
-1	-2	2
0	0	0
1	2	-2
2	4	-4

Сравнение двух функций с одинаковым по модулю коэффициентом помогает увидеть изменение знака и симметрию графиков.

При одинаковом $|a|$ значения y отличаются только знаком, поэтому графики расположены симметрично относительно оси Ox .

Частный случай: функция $y = x$



Когда коэффициент равен единице

Если $a = 1$, формула $y = ax$ превращается в $y = x$. У каждого значения x появляется такое же значение y , поэтому точки удобно проверять по парам: $(1; 1)$, $(2; 2)$, $(-1; -1)$. На координатной плоскости они ложатся на одну возрастающую прямую.



Самая простая прямая

График $y = x$ проходит через начало координат и одинаково наклонён к осям. Это хороший пример, с которого удобно начинать изучение прямой пропорциональности: на нём видно и рост функции, и связь между координатами каждой точки.

Частный случай: функция $y = -x$

- **Коэффициент -1**

Когда коэффициент равен -1, каждая точка графика получается из значения x простым изменением знака. Поэтому положительным x соответствуют отрицательные y , а отрицательным x — положительные y .

- **Нисходящая прямая**

График функции $y = -x$ идёт слева направо вниз. Он проходит через начало координат и удобен для сравнения с $y = x$, потому что наклон у них одинаковый по крутизне.

- **Опорные точки**

Для построения можно взять точки $(1; -1)$, $(2; -2)$, $(-1; 1)$ и $(-2; 2)$. Все они лежат на одной прямой и помогают быстро проверить вычисления без сложных таблиц.

- **Связь с $y = x$**

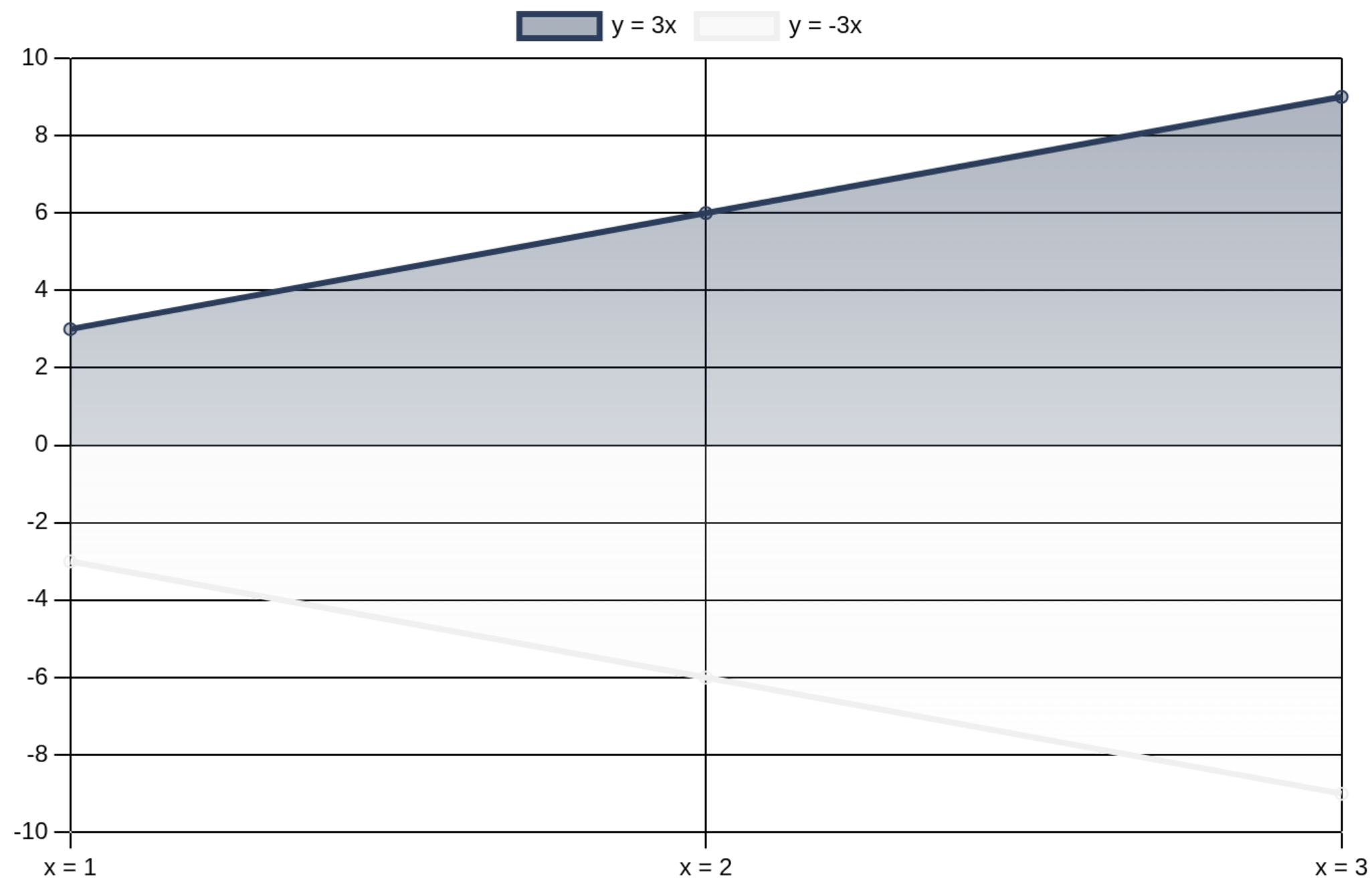
График $y = -x$ является отражением графика $y = x$ относительно оси Ox . Меняется только направление наклона, а расстояние до осей для одинаковых по модулю x остаётся одинаковым.



Как функция меняется при $a > 0$ и $a < 0$

На одном масштабе хорошо видно, что при одинаковом модуле коэффициента прямые меняют только направление движения, а не степень наклона.

Знак коэффициента определяет рост или убывание, а модуль $|a|$ — крутизну. При одинаковом $|a|$ графики симметричны по направлению.



Что можно подставлять в $y = ax$

Любые x



В функцию можно подставлять любое действительное число: целое, дробное, положительное или отрицательное. Поэтому область определения $y = ax$ не ограничена.

Все значения y



Если $a \neq 0$, то при разных x получаются разные значения y . Значит, область значений тоже включает все действительные числа, без пропусков.

Случай $a = 0$



Когда коэффициент равен нулю, формула превращается в $y = 0$. Тогда все точки графика лежат на оси Ox , а значение функции не меняется.

Три важные ситуации: $a > 0$, $a < 0$, $a = 0$

Таблица показывает, как знак коэффициента меняет вид графика и поведение функции.

Один коэффициент полностью задаёт направление прямой: вверх, вниз или без наклона. Это помогает быстро узнавать график по формуле.

a	График	Поведение
$a > 0$	возрастает	снизу вверх
$a < 0$	убывает	сверху вниз
$a = 0$	горизонталь	не меняется

Примеры прямой пропорциональности в жизни

1. Стоимость покупок

Если одна тетрадь стоит 30 рублей, то общая цена зависит от количества тетрадей по формуле $y = 30x$. Чем больше покупка, тем больше сумма.

3. Масса одинаковых предметов

Если одно яблоко весит 150 г, то масса нескольких яблок равна $y = 150x$. Коэффициент показывает, сколько единиц приходится на один предмет.

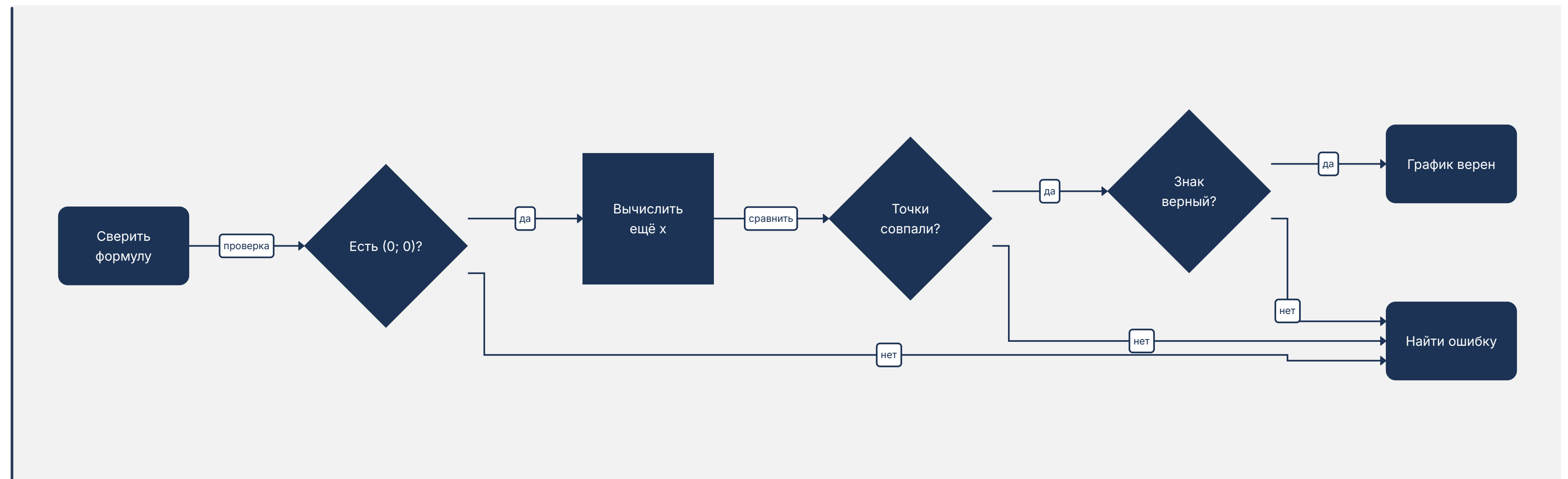
2. Движение по времени

При равномерном движении путь пропорционален времени. Если скорость постоянна и равна 5 км/ч, то за x часов получится $y = 5x$ километров.



Проверяем график по шагам

Последовательность действий при проверке построения функции $y = ax$



Типичные ошибки при работе с функцией $y = ax$

Путаница в формуле

Иногда ученики путают $y = ax$ с $y = a + x$. Но это разные зависимости: в первой x умножается на коэффициент, а во второй к x прибавляют число.

Забывают начало координат

График $y = ax$ всегда проходит через точку $(0; 0)$. Если эта точка не отмечена, построение сразу вызывает сомнение и требует проверки вычислений.

Ошибки со знаками

При отрицательном a легко перепутать знак y . Чтобы избежать ошибки, полезно отдельно проверять, должен ли график возрастать или убывать.

Мало точек в таблице

Если взять только одну-две точки, трудно убедиться, что все вычисления верны. Лучше использовать несколько значений x и проверить, лежат ли точки на одной прямой.

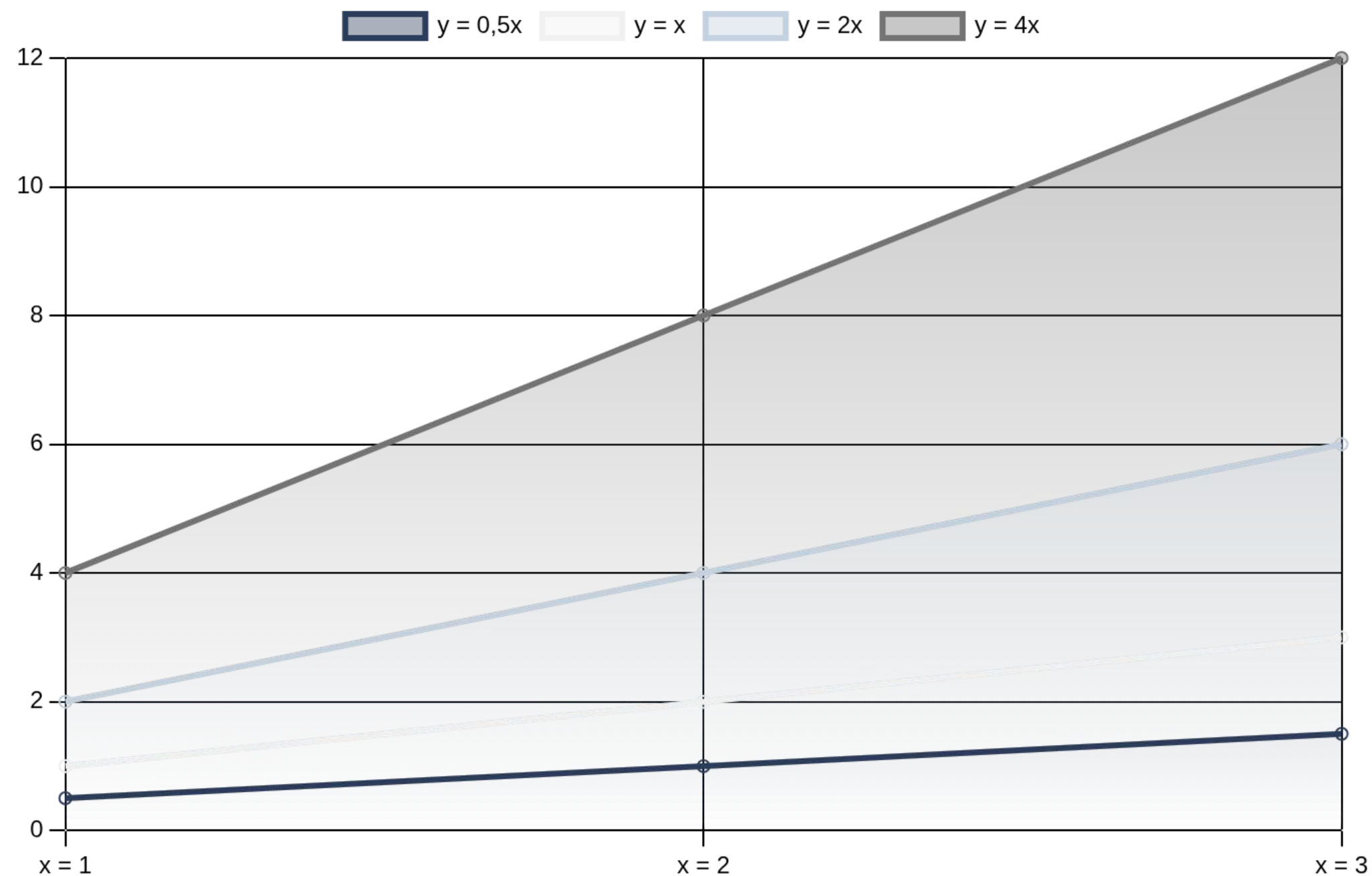
Неверные вычисления

Особенно внимательно нужно работать с дробными коэффициентами, например $a = 0,5$. Ошибка в умножении сразу меняет положение точки и искажает весь график.

Как изменяется наклон при росте $|a|$

На одной координатной сетке можно сравнить, как быстро растут значения функции при разных коэффициентах, если x увеличивается одинаково.

Чем больше модуль коэффициента, тем быстрее растёт y и тем круче прямая. При этом порядок точек остаётся линейным.



3

ситуации нужно запомнить:
положительный коэффициент,
отрицательный и нулевой

Именно три случая полностью описывают поведение функции $y = ax$: возрастает, убывает или остаётся постоянной. Это помогает быстро узнавать график по формуле.

По теме «Функция $y = ax$ »

Итоги: что нужно запомнить о функции $y = ax$

Функция $y = ax$ показывает прямую зависимость между величинами и всегда задаёт прямую через начало координат. Коэффициент a определяет направление и крутизну, а таблица значений помогает без ошибок построить график.