

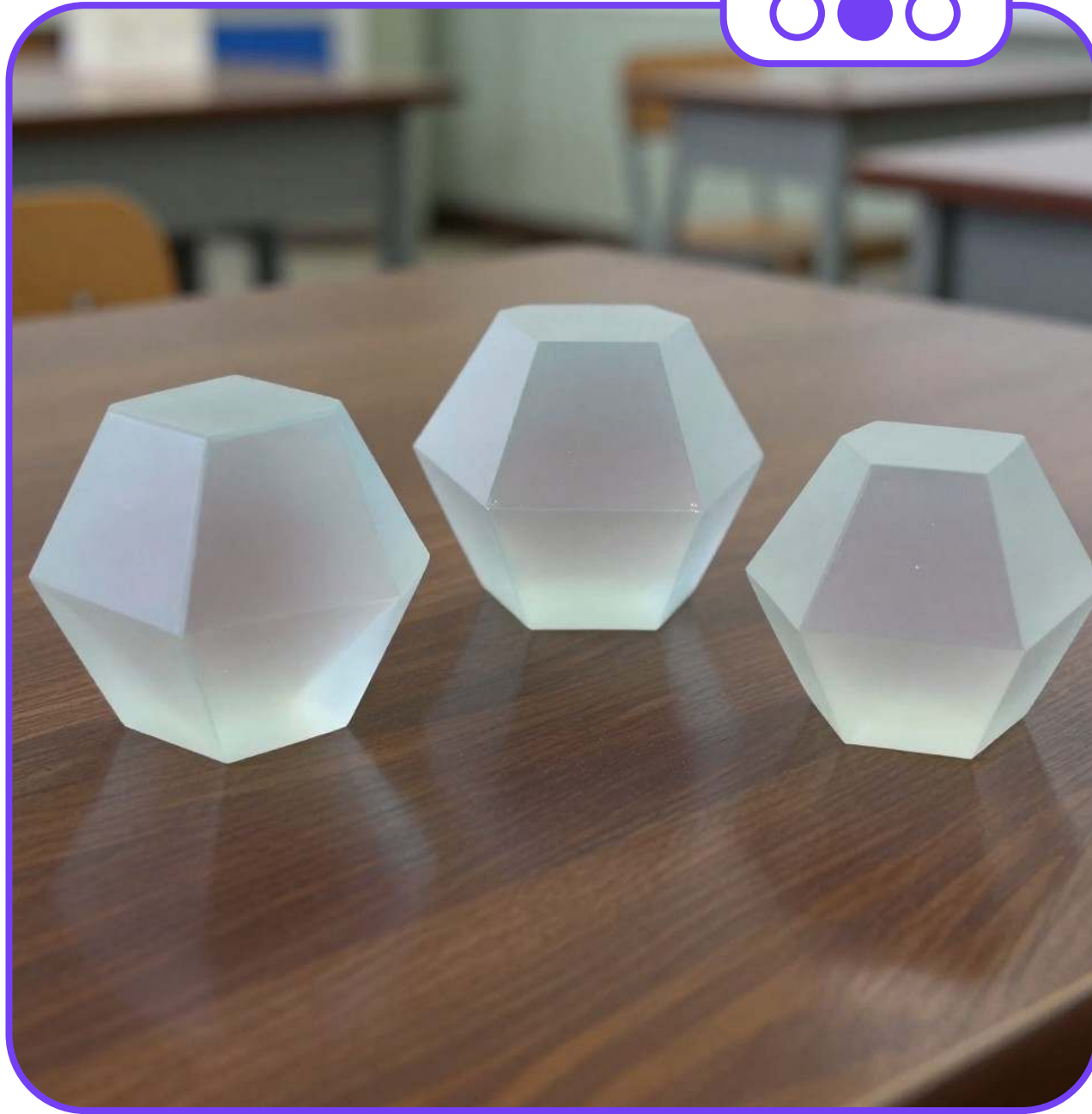
# Полуправильные многогранники: симметрия и формы в геометрии



Фигуры, где красота подчиняется  
строгому порядку.



# Полуправильные многогранники в стереометрии



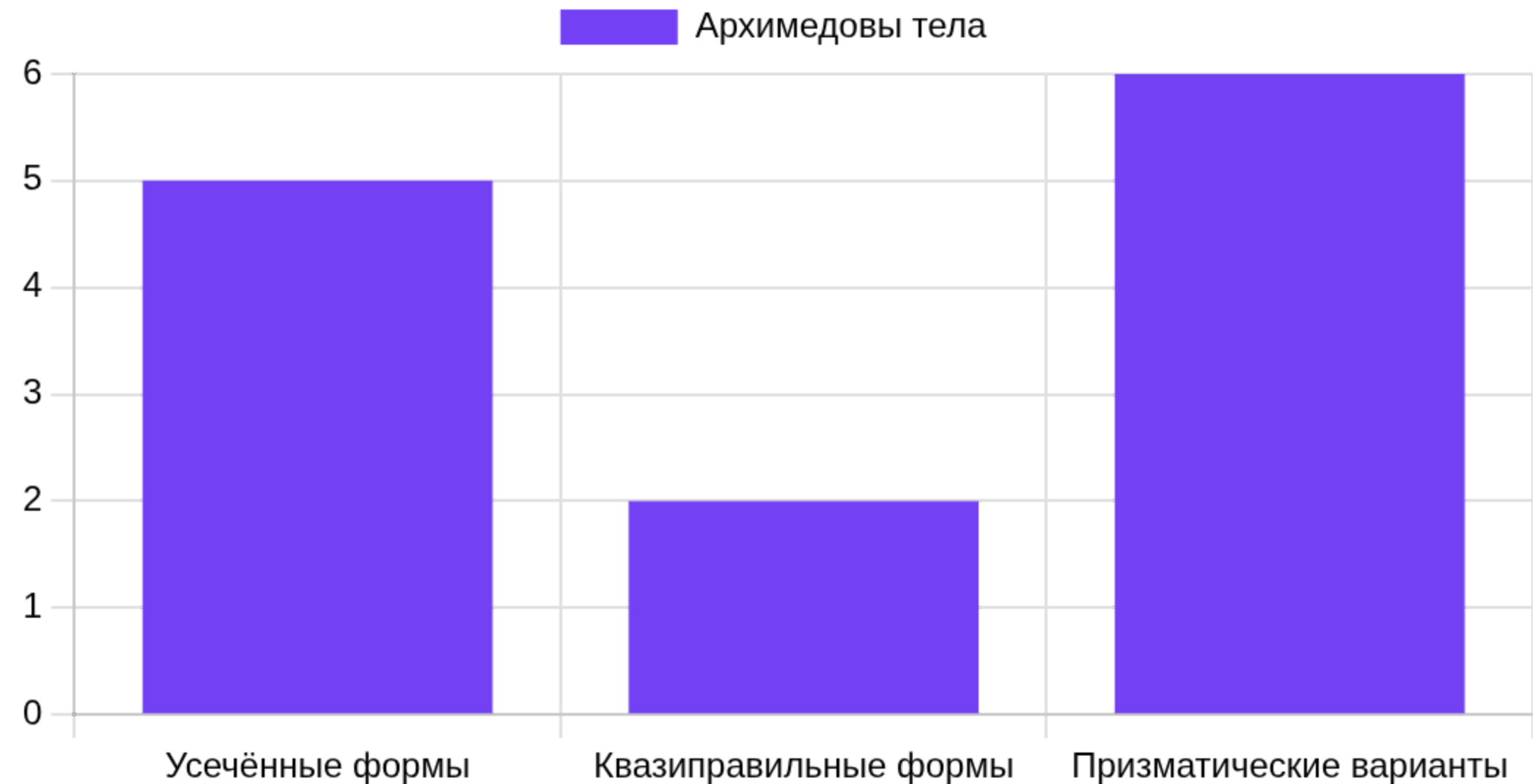
Эта тема знакомит с объёмными фигурами, их гранями, рёбрами и вершинами. Она помогает увидеть, как симметрия и одинаковое окружение вершины создают особые многогранники между простыми и сложными формами.

# 13 архимедовых тел как единая группа



Все тела группы построены по общему принципу: одинаковые вершины и правильные многоугольники в гранях. Различаются они способом построения и набором граней.

Классификация архимедовых тел; учебный материал по стереометрии



Тела объединяет не внешний вид, а одинаковая схема вершин и высокая симметрия, поэтому они рассматриваются как один класс.



# 13

именно столько выпуклых  
полуправильных многогранников  
выделяют в класс архимедовых тел.

Классификация архимедовых тел



Этот полный список важен  
для классификации: если вершины  
устроены одинаково и все рёбра  
равны, тело можно отнести  
к архимедовым.

# Чем полуправильные многогранники отличаются от правильных



## ○ Грани не одинаковы

У правильного многогранника все грани одного вида, а у полуправильного в одной фигуре сочетаются разные правильные многоугольники, например треугольники и квадраты.

## ○ Вершины устроены одинаково

Несмотря на разные грани, вокруг каждой вершины повторяется один и тот же порядок. Это сохраняет строгую симметрию и делает фигуру легко узнаваемой.

## ○ Рёбра равной длины

Единая длина рёбер помогает соединять разные правильные многоугольники без нарушения формы. Поэтому такие многогранники выглядят гармонично и закономерно.

## ○ Промежуточный класс

Полуправильные тела стоят между полностью правильными многогранниками и более свободными пространственными формами, сохраняя порядок, но допуская разнообразие граней.



# Сравнение трёх типов многогранников



## Школьная классификация многогранников



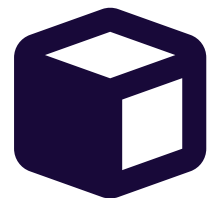
Таблица показывает, чем отличаются основные классы пространственных фигур по строению граней, вершинам и симметрии.

| Тип            | Грани             | Вершины              | Известных тел |
|----------------|-------------------|----------------------|---------------|
| Правильные     | одинаковые        | одинаковые           | 5             |
| Полуправильные | разные правильные | одинаковые           | 13            |
| Призматические | частично разные   | не всегда одинаковые | много         |

Полуправильные многогранники занимают середину между строгой правильностью и более свободными формами; именно поэтому они особенно удобны для изучения симметрии.

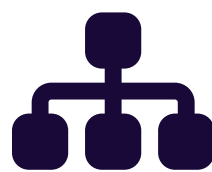


# Почему архимедовых тел именно 13



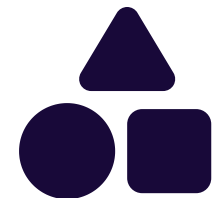
## Строгие условия

Тело должно быть выпуклым, составленным из правильных многоугольников и иметь одинаковую схему вершин. Если хотя бы одно условие нарушено, фигура уже не входит в список.



## Ограниченное число схем

Комбинаций правильных граней и одинаковых вершин существует немного. Геометрические ограничения быстро отсеивают неподходящие варианты, поэтому полный перечень оказывается коротким.



## Разные семейства форм

В список входят усечённые, квазиправильные и некоторые другие формы. Каждое семейство даёт несколько тел, но вместе они образуют законченный набор.



## Полная классификация

Архимедовы тела — это не случайный набор примеров, а завершённая классификация. Все возможные выпуклые полуправильные многогранники уже описаны и перечислены.

# Кубоктаэдр как самый наглядный пример



## ▮ Два вида граней

Кубоктаэдр состоит из треугольников и квадратов. Такое сочетание удобно для изучения, потому что сразу видно, как разные правильные многоугольники образуют одну симметричную фигуру.

## ▮ Чёткая структура

У этого многогранника 12 вершин и 24 ребра. Все рёбра равны, поэтому фигура сохраняет аккуратные пропорции и выглядит очень устойчивой.

## ▮ Одинаковая вершина

В каждой вершине сходятся два треугольника и два квадрата. Повторяющийся порядок граней помогает понять, почему кубоктаэдр относится к полуправильным многогранникам.

## ▮ Удобная модель

На рисунке легко заметить чередование граней. Именно поэтому кубоктаэдр часто используют как первый пример для объяснения симметрии и связи между разными правильными многоугольниками.



# Икосододекаэдр: сочетание треугольников и пятиугольников



01

## Набор граней

Икосододекаэдр объединяет 20 треугольников и 12 пятиугольников. Такое сочетание сразу отличает его от более простых фигур и делает очень выразительным примером полуправильного многогранника.

02

## Число элементов

У тела 30 рёбер и 32 вершины. Эти значения показывают, насколько сложной может быть симметричная фигура, оставаясь выпуклой и строго упорядоченной.

03

## Порядок вокруг вершины

В каждой вершине повторяется один и тот же набор граней. Благодаря этому икосододекаэдр сохраняет высокую симметрию и подчиняется тем же правилам, что и другие архимедовы тела.

04

## Связь с известными телами

Эта форма соединяет свойства икосаэдра и додекаэдра. Поэтому икосододекаэдр удобно рассматривать как мост между двумя знаменитыми правильными многогранниками.

# Проверка формулы Эйлера на примерах

Геометрические свойства выпуклых многогранников

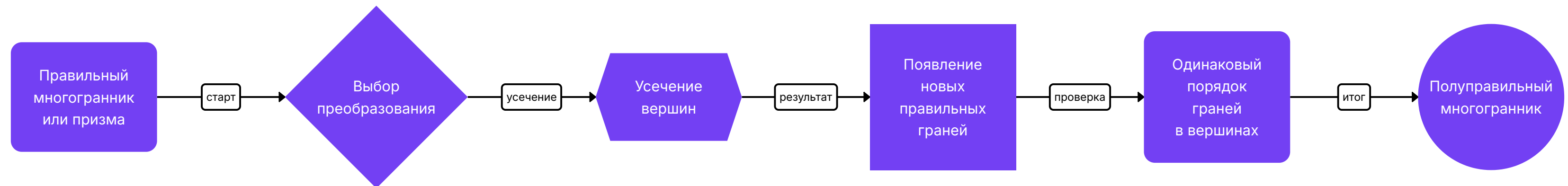
| Тело           | V  | E  | F  | V-E+F |
|----------------|----|----|----|-------|
| Кубооктаэдр    | 12 | 24 | 14 | 2     |
| Икосододекаэдр | 32 | 60 | 32 | 2     |
| Усечённый куб  | 24 | 36 | 14 | 2     |

Для выпуклых многогранников можно проверить, что связь между вершинами, рёбрами и гранями остаётся одинаковой.

Во всех примерах получается одно и то же значение 2, значит формула Эйлера выполняется и для полуправильных многогранников.

# Построение полуправильных многогранников

От правильной фигуры к выпуклому телу с одинаковыми вершинами и высокой симметрией



# Усечение как способ построения полуправильных тел



## Исходная фигура

Берут правильный многогранник или призму с равными рёбрами и симметрией. Такая фигура служит основой для дальнейшего преобразования.

## Срез вершин

Вершины аккуратно срезают, и на их месте появляются новые грани. При этом сохраняется выпуклость и общий порядок соединения граней.

## Новая форма

Получается более сложное, но по-прежнему симметричное тело. Его грани могут быть разными правильными многоугольниками, как у усечённого куба.

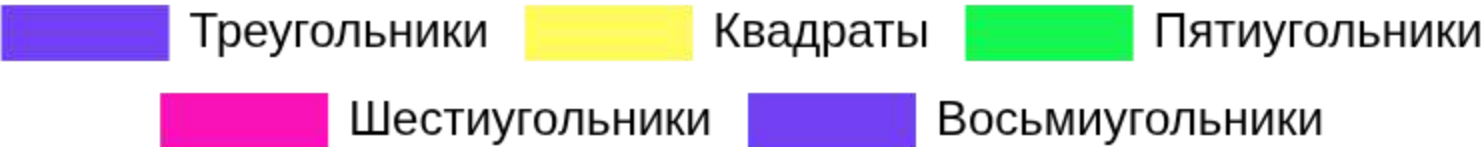


# Какие правильные многоугольники встречаются чаще всего



Чаще всего в архимедовых телах встречаются треугольники и квадраты: именно их проще сочетать без нарушения одинаковости вершин.

Составлено по перечню 13 архимедовых тел; значения отражают частоту встречаемости типов граней



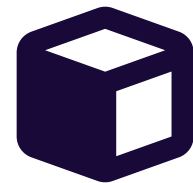
Чем проще многоугольник, тем легче сохранить равные рёбра и высокую симметрию фигуры.

# Три признака симметрии



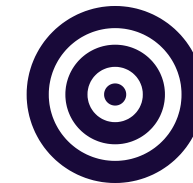
## Вращение

Фигура может совпадать сама с собой после поворота вокруг оси. Это означает, что её части расположены очень равномерно и подчиняются строгому порядку.



## Одинаковые вершины

В каждой вершине повторяется один и тот же набор граней. Благодаря этому поверхность выглядит цельной, а строение тела легко описывать и сравнивать.



## Повторяемость осей

У некоторых тел несколько осей симметрии, поэтому они особенно выразительны. Такая повторяемость помогает строить модели и объяснять пространственные формы наглядно.



# Связь с правильными многогранниками

## Берут исходное тело

Часто отправной точкой служит правильный многогранник: куб, тетраэдр или икосаэдр. У него уже есть нужная симметрия и равные рёбра, поэтому удобно выполнять преобразование.

1

## Меняют вершины и грани

При усечении или другом преобразовании часть вершин срезают, а на их месте возникают новые правильные многоугольники. Так одна простая фигура превращается в более сложную.

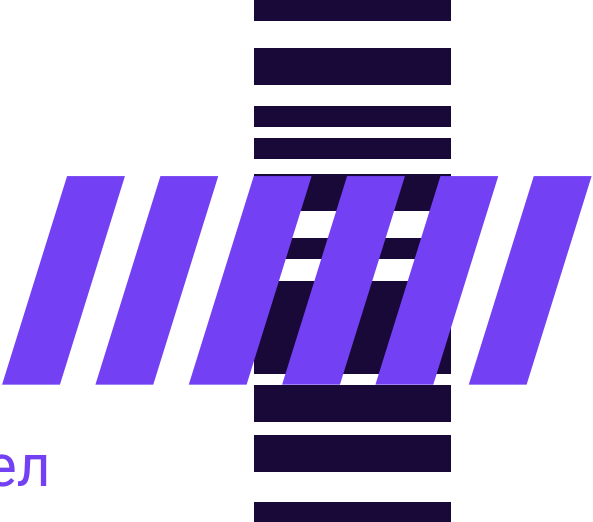
2

## Сохраняют строгий порядок

Несмотря на появление разных граней, около каждой вершины сохраняется один и тот же набор. Именно это делает новую фигуру полуправильной, а не произвольной.

3

# Примеры полуправильных многогранников и их состав



## Геометрические свойства стандартных архимедовых тел



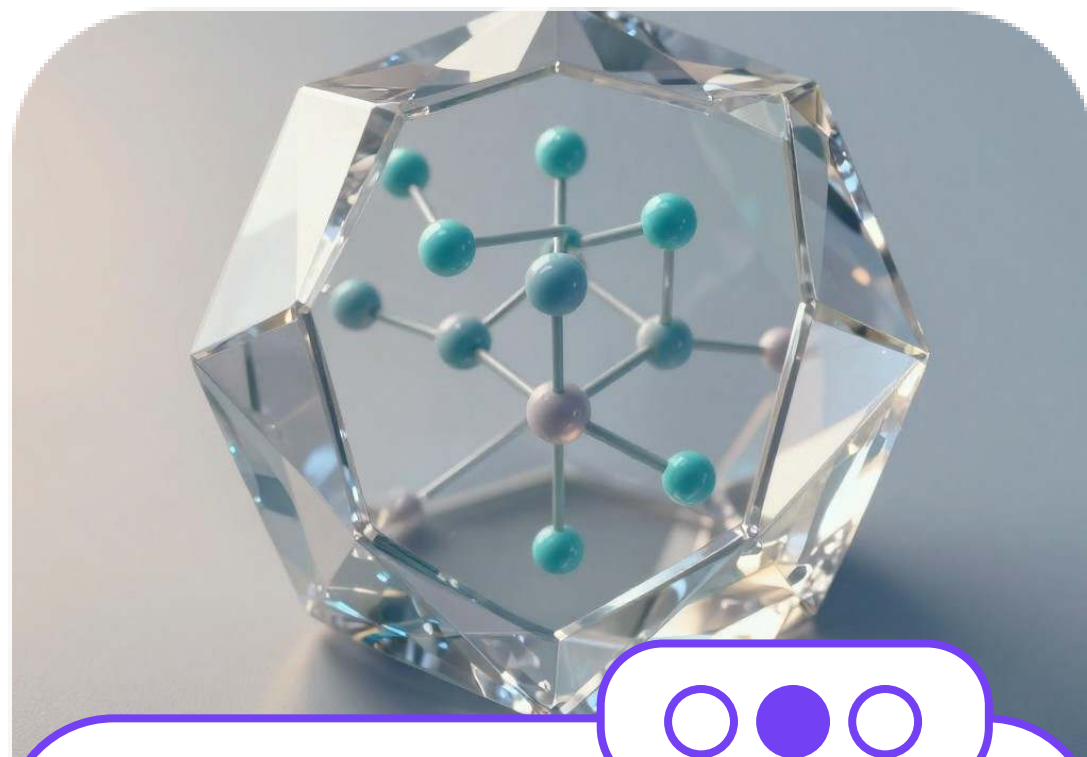
В таблице показано, какие правильные многоугольники образуют некоторые полуправильные тела и сколько граней каждого вида они содержат.

| Тело               | Грани            |
|--------------------|------------------|
| Усечённый тетраэдр | 4□ + 4△          |
| Усечённый куб      | 8□ + 6 восьмиуг. |
| Усечённый икосаэдр | 20△ + 12 пятиуг. |

У всех примеров сочетаются разные правильные грани, но структура остаётся регулярной и симметричной.



# Где встречаются такие формы



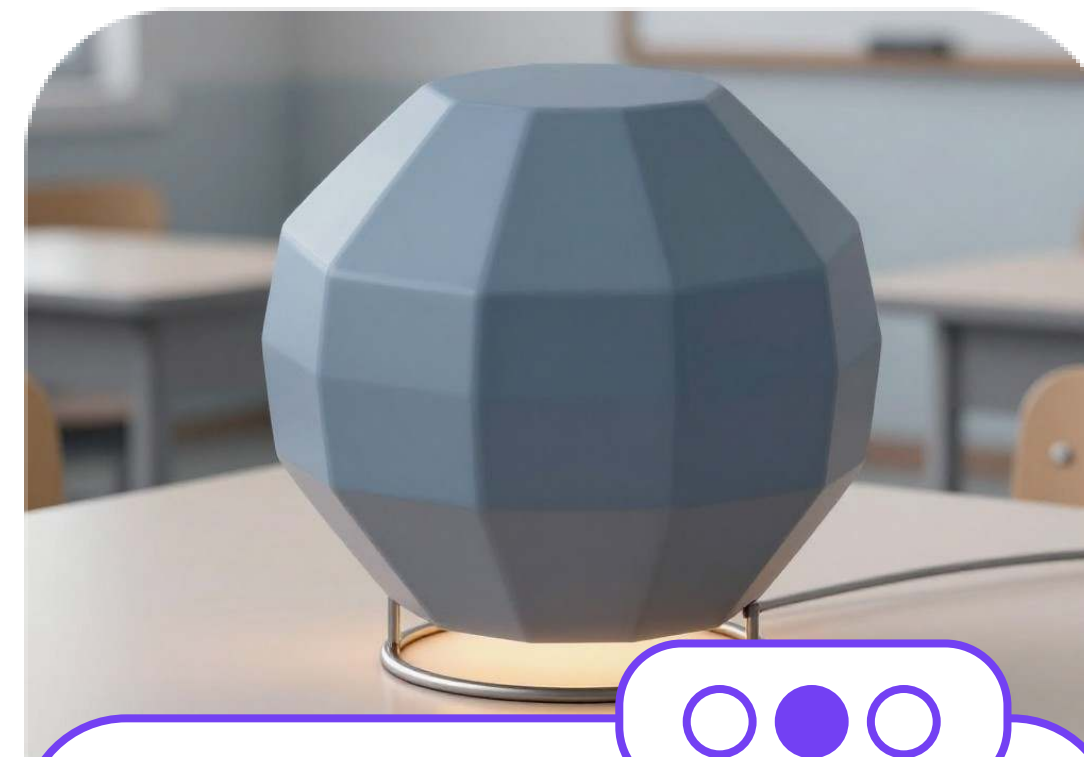
## Кристаллы и молекулярные модели

Симметричные многогранники помогают описывать строение некоторых кристаллов и пространственных моделей в химии. На рисунках такие формы выглядят как аккуратные объёмные решётки, где каждая грань поддерживает общий порядок и равновесие.



## Купола и каркасные конструкции

В архитектуре полуправильные формы используют как основу куполов, павильонов и лёгких каркасов. Их геометрия помогает распределять нагрузку, поэтому конструкция остаётся прочной, устойчивой и визуально выразительной.



## Декоративные объекты и макеты

Такие многогранники часто делают в виде учебных моделей, светильников и дизайнерских предметов. Равномерная форма привлекает внимание, а повторяющиеся элементы делают объект аккуратным и легко узнаваемым.

# Как распознавать полуправильный многогранник



## ○ Равные рёбра

Если все рёбра имеют одинаковую длину, это первый важный признак. Он помогает отличить такие тела от более произвольных многогранников с разными размерами сторон.

## ○ Одинаковые вершины

Посмотрите, какой набор граней сходится в каждой вершине. У полуправильного многогранника этот порядок везде одинаковый, даже если сами грани различаются по виду.

## ○ Правильные многоугольники

Все грани должны быть правильными многоугольниками: треугольниками, квадратами, пятиугольниками и другими. Именно правильность граней обеспечивает аккуратную симметричную форму.

## ○ Смешение нескольких типов

Если в одной фигуре сочетаются, например, треугольники и квадраты или треугольники и пятиугольники, а вершины остаются одинаковыми, перед вами полуправильное тело.

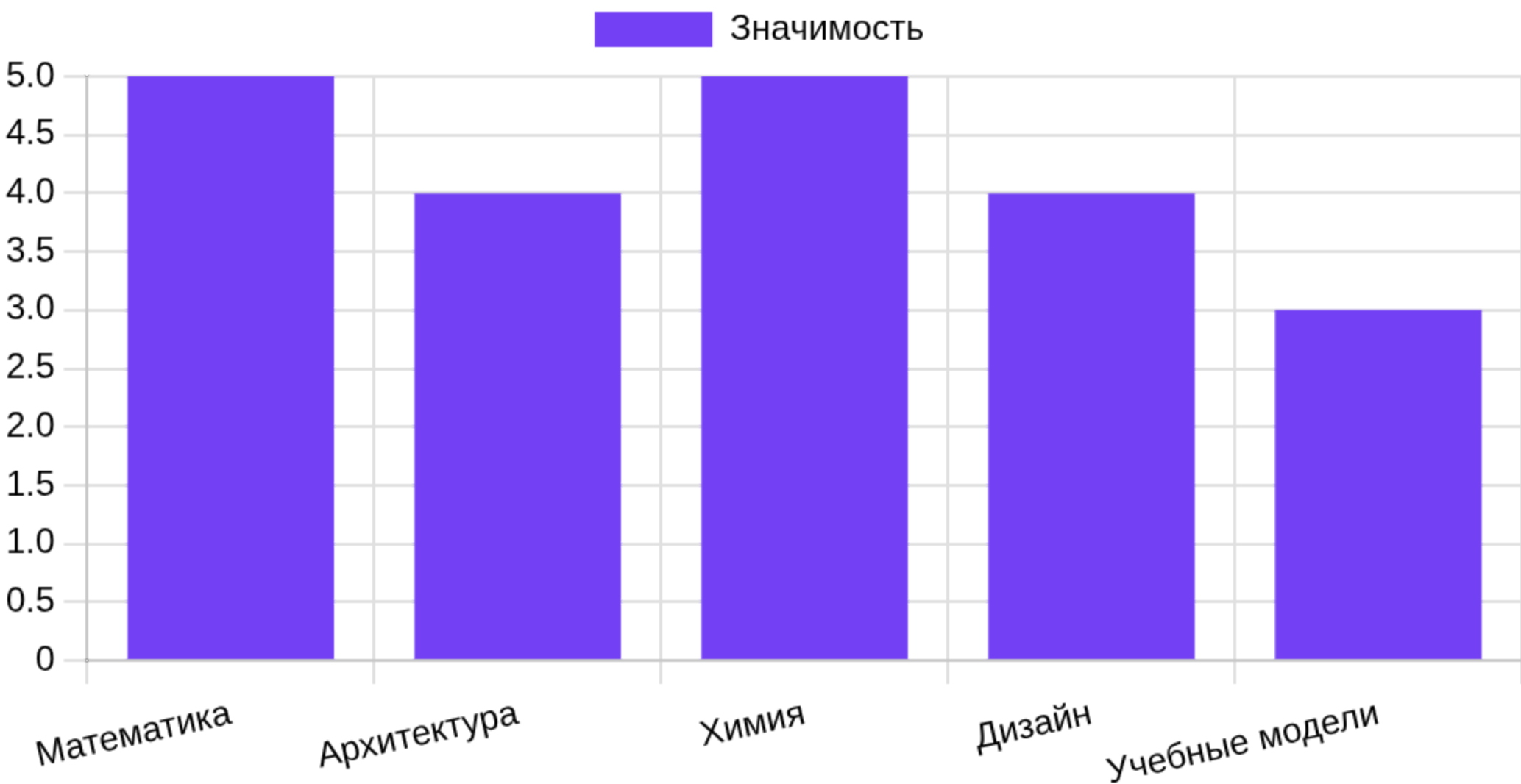


# Значение темы для математики и смежных наук



Полуправильные многогранники соединяют точную геометрию с наглядными моделями, поэтому их удобно изучать на уроках и применять в разных областях.

Обобщение по материалам школьного курса геометрии и примерам применения



Наиболее важны они там, где нужны симметрия, строение и устойчивость: в математике, химии и архитектуре.



# Что важно запомнить

Полуправильные многогранники — это выпуклые тела с равными рёбрами, одинаковыми вершинами и разными правильными гранями. Они объединяют красоту симметрии, строгие правила построения и практическую пользу.

