



Формулы сокращенного умножения

Короткие тождества для быстрых и точных алгебраических преобразований.

Зачем нужны эти формулы в 7 классе

Формулы сокращенного умножения помогают раскрывать скобки, упрощать выражения и решать уравнения быстрее. Они основаны на распределительном свойстве умножения и учат выполнять преобразования аккуратно, без лишних вычислений.



Квадрат суммы

01

Запись формулы

Формула имеет вид $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Она показывает, как квадрат двучлена превращается в три слагаемых с понятной структурой.

02

Что получается

В ответе всегда есть квадрат первого числа, удвоенное произведение чисел и квадрат второго числа. Средний член отвечает за связь между двумя слагаемыми внутри скобок.

03

Где применяется

Эта формула особенно полезна при раскрытии скобок и возведении выражения в квадрат. Она позволяет быстро получить результат и избежать громоздкого перемножения.

Квадрат разности

Основная запись

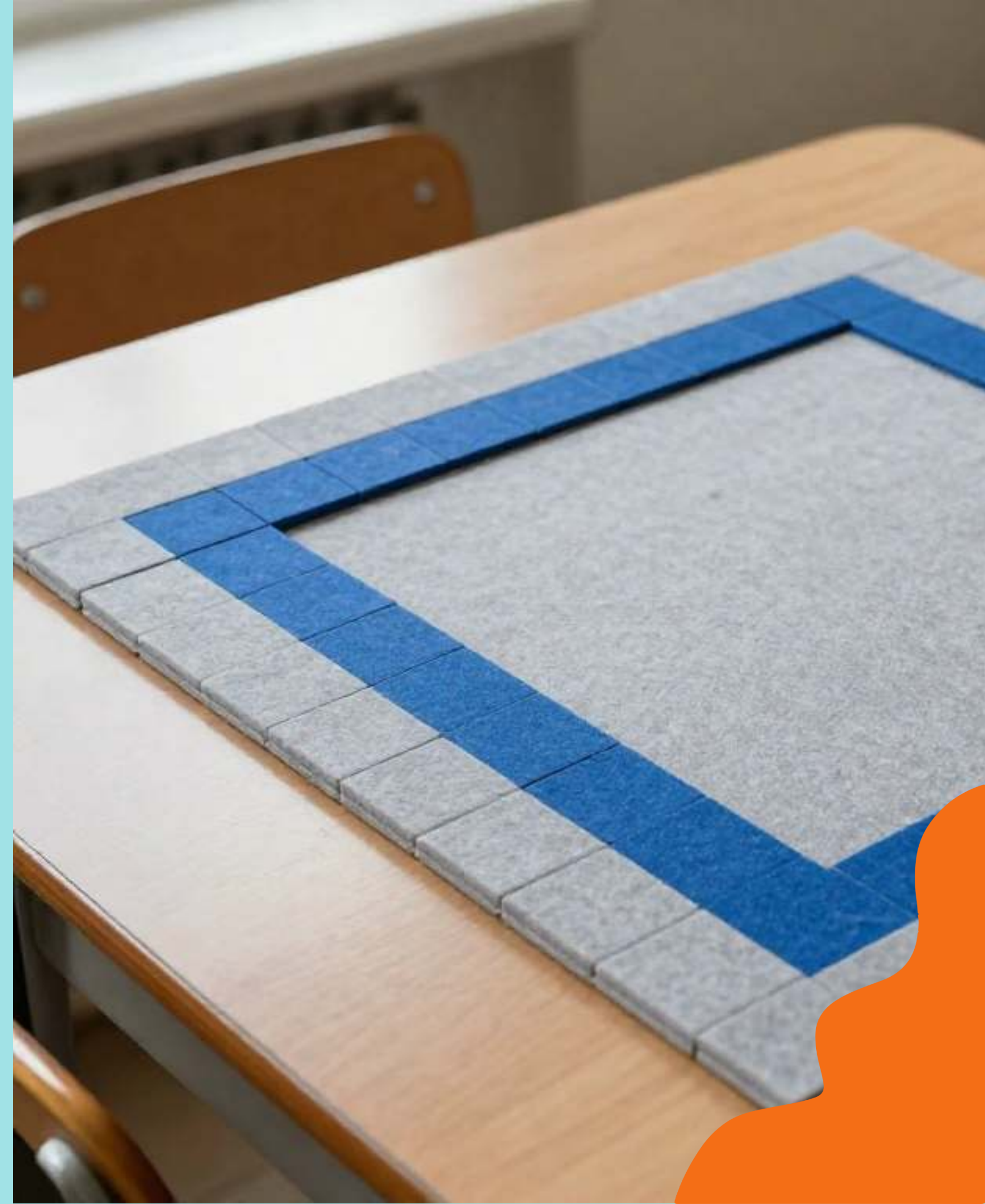
Формула выглядит так: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. Она почти совпадает с квадратом суммы, но средний член меняет знак.

Почему знак отрицательный

Если из большей фигуры мысленно вычесть часть, связанную с b , то появляется отрицательный средний член. Это удобно понимать через геометрическую модель.

Что важно запомнить

Крайние члены остаются теми же: a^2 и b^2 . Меняется только знак у $2ab$, поэтому именно здесь чаще всего возникают ошибки.



Сравнение двух формул

На диаграмме видно, что структура обеих формул одинакова, а различие связано только со знаком среднего члена.

Обе формулы дают одинаковые крайние члены; знак внутри скобок влияет только на средний член.

Формулы сокращенного умножения, алгебра 7 класса

Разность квадратов



Формула

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. Выражение с разностью квадратов сразу превращается в произведение двух скобок, что упрощает дальнейшие преобразования.



Разложение на множители

Формула помогает представить одно выражение в виде двух множителей. Это удобно при упрощении выражений и подготовке к сокращению дробей.



Быстрый счет

Ею можно быстро находить разность близких чисел, например $17^2 - 16^2$. Вместо полного перемножения достаточно умножить разность на сумму.



Связь с другими темами

Разность квадратов часто встречается в задачах на преобразование выражений. Умение распознавать ее экономит время и делает решения более аккуратными.

Формула	Вид	Признак
$(a+b)^2$	три члена	средний: $+2ab$
$(a-b)^2$	три члена	средний: $-2ab$
a^2-b^2	две скобки	разложение

Три основные формулы в одной таблице

Сравним три ключевые формулы и их главные признаки.

У квадратов суммы и разности одинаковые крайние члены; отличается только знак среднего. Разность квадратов сразу записывается как произведение.

Как распознать нужную формулу

Проверьте квадрат двучлена

Если выражение записано как $(x+5)^2$ или $(2a-3)^2$, сначала ищите квадрат двучлена. Тогда подходит формула квадрата суммы или квадрата разности.

01

Сравните с образцом

Полезно проверять, являются ли оба слагаемых квадратами. Если да, то выражение, скорее всего, подходит для формулы $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

03

Найдите разность квадратов

Записи вида $49-x^2$, $16a^2-25$ или $9y^2-4$ сразу указывают на разность квадратов. Здесь удобно применять разложение на две скобки.

02

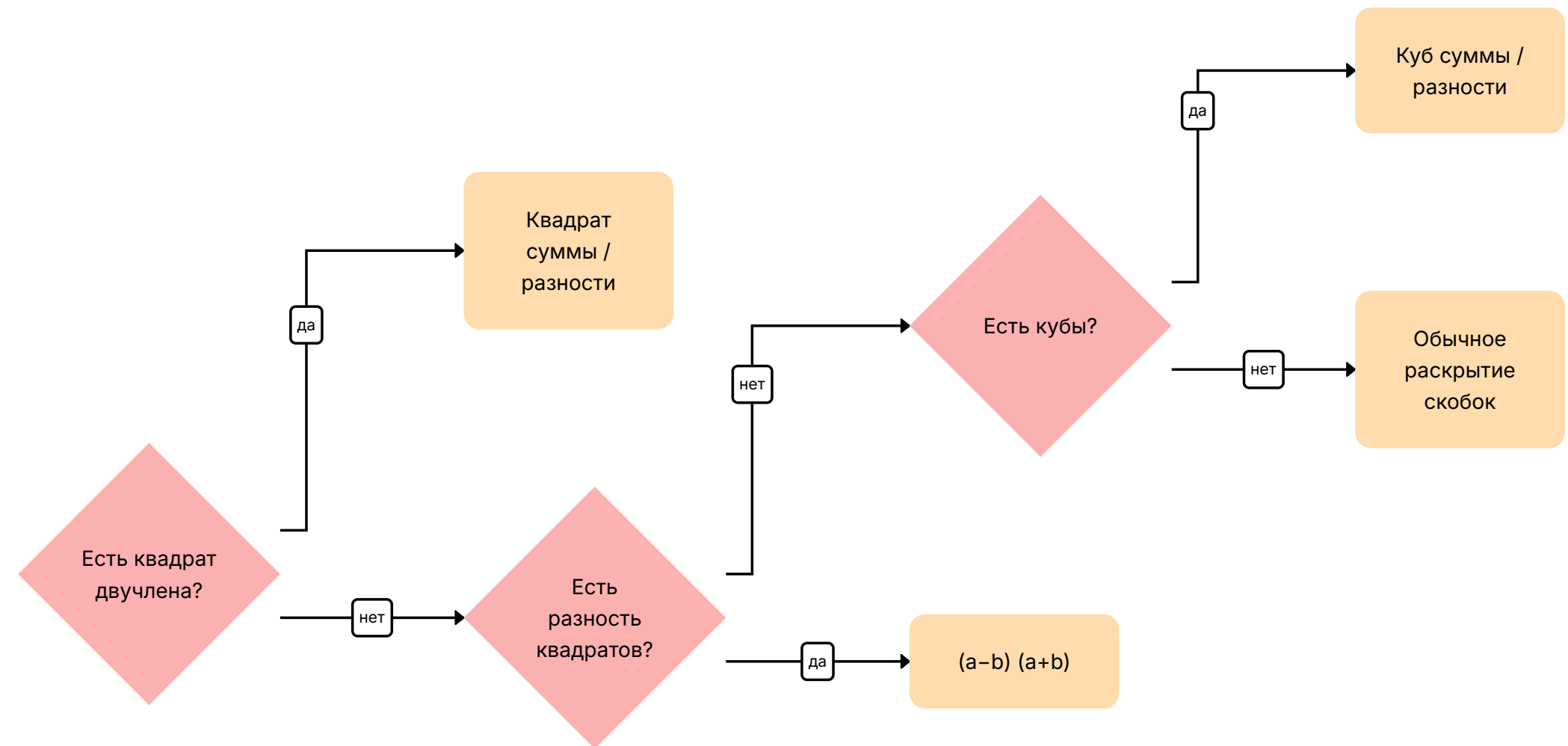
Выберите действие

Когда вид выражения понятен, нужное тождество подставляется почти сразу. Это ускоряет решение и уменьшает число ошибок при преобразованиях.

04

Как выбрать формулу по виду выражения

Схема помогает определить, какое тождество использовать в алгебраическом преобразовании.



Куб суммы

Формула

01

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$. В результате получается четыре слагаемых, которые следуют друг за другом в строгом порядке.

Крайние члены

02

Первое и последнее слагаемые — это кубы чисел a и b . Они задают границы формулы и помогают быстро узнать нужное тождество.

Средние члены

03

Два внутренних члена содержат коэффициент 3. Они показывают, как куб двучлена связывает оба слагаемых между собой при раскрытии скобок.

Зачем нужна

04

Формула позволяет раскрывать куб двучлена без поэтапного перемножения скобок. Это делает вычисления короче и удобнее в школьных задачах.

Куб разности

Формула записи

Формула куба разности выглядит так: $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$. Она показывает, как раскрывать куб двучлена без поэтапного перемножения скобок.

Чередование знаков

В этой формуле знаки идут по порядку: плюс, минус, плюс, минус. Такое чередование помогает быстро проверить запись и не перепутать средние члены при вычислениях.

Роль коэффициента 3

Средние слагаемые содержат коэффициент 3, как и в кубе суммы. Это связано с тем, что при раскрытии куба одинаковые произведения повторяются несколько раз.

Где применяется

Формула полезна при упрощении выражений, преобразовании многочленов и проверке ответов. Она особенно удобна, когда нужно раскрыть скобки в выражении с вычитанием.

Где формулы сокращенного умножения применяются чаще всего

На диаграмме видно, что формулы чаще всего нужны в преобразованиях выражений и при разложении на множители, а уже затем — в вычислениях и уравнениях.

Чаще всего формулы помогают в базовых алгебраических преобразованиях, поэтому их важно уверенно узнавать по виду выражения.

Учебная тема алгебры 7 класса; данные для диаграммы — качественная оценка частоты применения по типовым школьным заданиям.

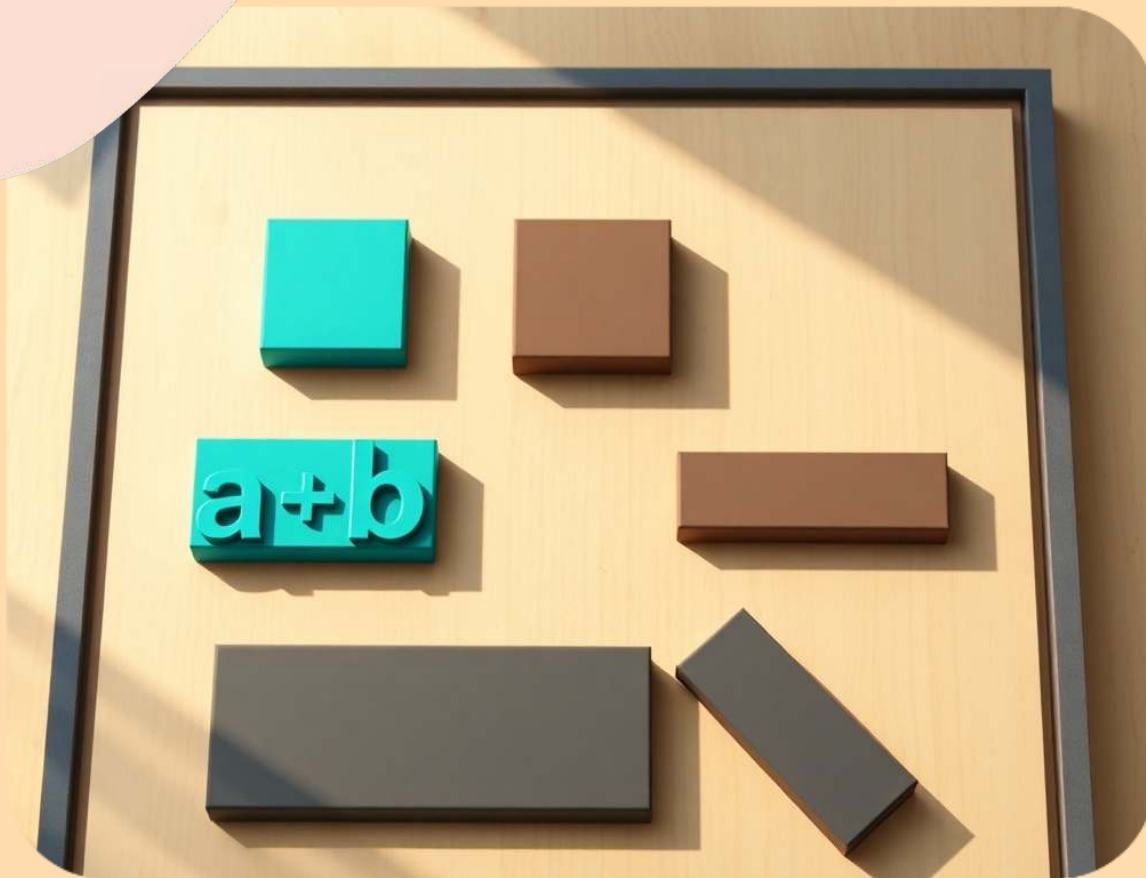
3

слагаемых обычно
достаточно, чтобы раскрыть
квадрат двучлена
без длинного
перемножения.

Три шага часто заменяют длинные
вычисления и помогают быстрее
получить точный ответ в примерах
с квадратами и разностью квадратов.

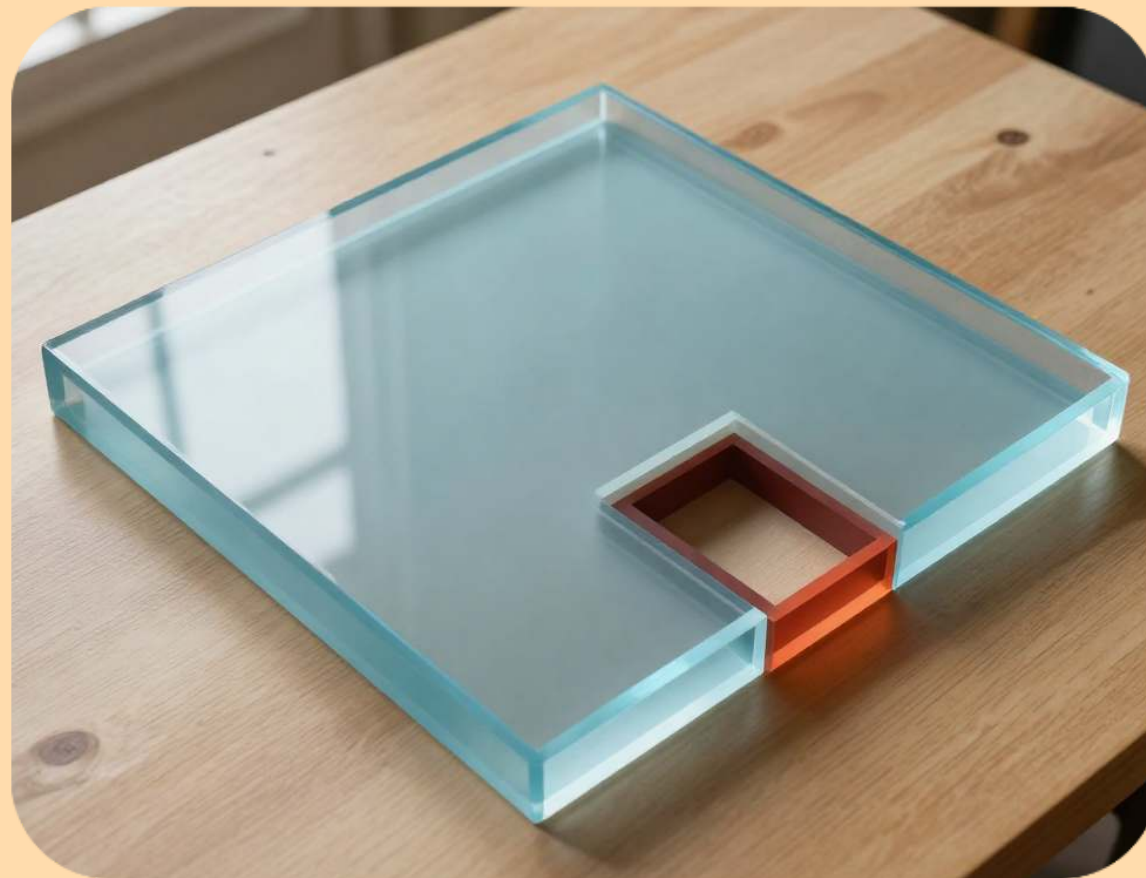
*Примеры составлены по формулам
сокращенного умножения из школьного курса
алгебры 7 класса.*

Как площадь помогает увидеть формулу



Квадрат со стороной $a+b$

Если сторону большого квадрата представить как сумму двух отрезков, его площадь удобно разбить на четыре части. Получаются квадрат со стороной a , квадрат со стороной b и два прямоугольника одинакового размера, из которых возникает удвоенное произведение.



Почему у разности есть минус

Для квадрата разности рассматривают не целую добавку, а вычитание части площади. Поэтому из большей фигуры мысленно убирают лишний участок, и в записи появляется отрицательный средний член, связанный с вычитанием прямоугольников.



Проверка через рисунок

Геометрическая схема помогает не только запомнить формулу, но и понять, откуда берутся все слагаемые. По ней видно, что крайние части отвечают за квадраты, а середина — за две одинаковые прямоугольные области.

Типичные ошибки при использовании формул

Таблица показывает, где чаще всего ошибаются, и как быстро проверить правильность записи.

Чаще всего ошибки связаны с пропуском среднего члена, неверным знаком или забытым разложением на множители.

Ошибка	Правильно	Причина
$(a+b)^2=a^2+b^2$	$a^2+2ab+b^2$	Пропущено $2ab$
$(a-b)^2=a^2+2ab+b^2$	$a^2-2ab+b^2$	Неверный знак
$a^2-b^2=a^2+b^2$	$(a-b)(a+b)$	Нужно разложение

Формулы работают в обе стороны

Раскрытие и разложение

Одна и та же формула может помогать в двух направлениях: раскрывать скобки и, наоборот, находить множители. Это делает преобразования короче и удобнее для проверки.

Разность квадратов сразу заметна

Выражения x^2-9 , a^2-16 , $4y^2-25$ и $49-z^2$ имеют одинаковую структуру: это разность двух квадратов. Поэтому их можно быстро заменить произведением двух скобок.

Польза для сокращения дробей

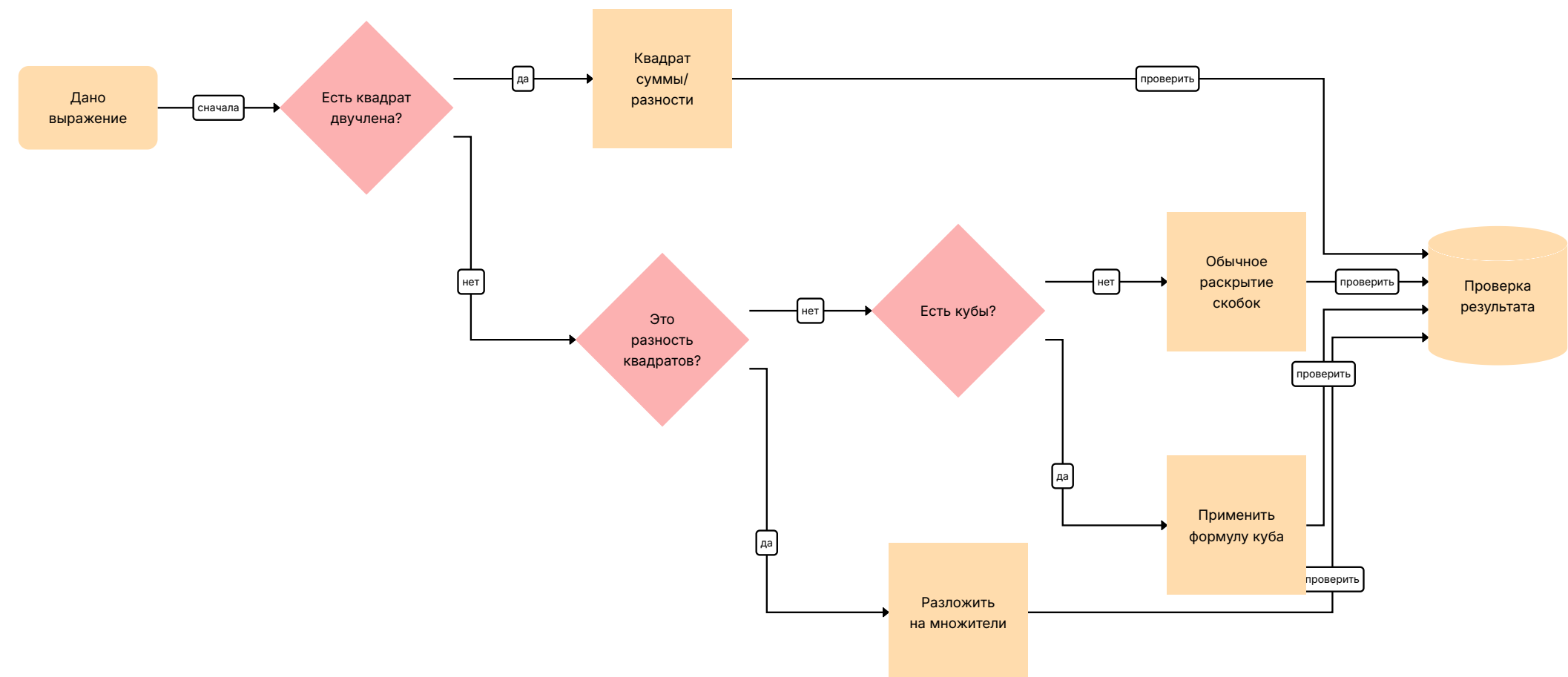
Когда числитель или знаменатель записан как произведение, легче увидеть общие множители и сократить дробь. Именно поэтому разложение на множители часто выполняют первым.

Подготовка к дальнейшим темам

Умение узнавать формулы сокращенного умножения пригодится при решении уравнений и преобразовании выражений. Чем быстрее найден подходящий вид, тем меньше лишних вычислений.

Алгоритм работы с выражением

Последовательность действий при распознавании и применении формулы сокращенного умножения.



Почему эти формулы важны дальше

Преобразование дробей

Когда числитель и знаменатель можно разложить на множители, дробь легче сократить. Формулы сокращенного умножения часто дают именно такие удобные разложения без лишних действий.

01

Упрощение выражений

Чем длиннее алгебраическая запись, тем больше шанс запутаться. Формулы сокращенного умножения сокращают запись и делают преобразования более понятными для ученика.

03

Решение уравнений

В квадратных уравнениях и похожих задачах полезно быстро превращать выражение в произведение. Это помогает находить корни и уменьшает число вычислительных ошибок.

02

Разложение многочленов

При изучении более сложных тем важно уметь видеть структуру многочлена. Формулы дают первые навыки разложения, которые затем используются в старших классах.

04

Какой результат дает каждая формула

Разные формулы приводят к разным типам записи, но все они делают выражение более удобным для дальнейших действий.

Главный результат — переход от длинной записи к более компактному и полезному виду для вычислений и преобразований.

Обобщение формул сокращенного умножения из курса алгебры 7 класса.

Формулы, которые ускоряют алгебру

Формулы сокращенного умножения помогают быстро раскрывать скобки, разлагать выражения на множители и проверять вычисления. Если знать основные случаи, алгебра становится короче, понятнее и намного аккуратнее.