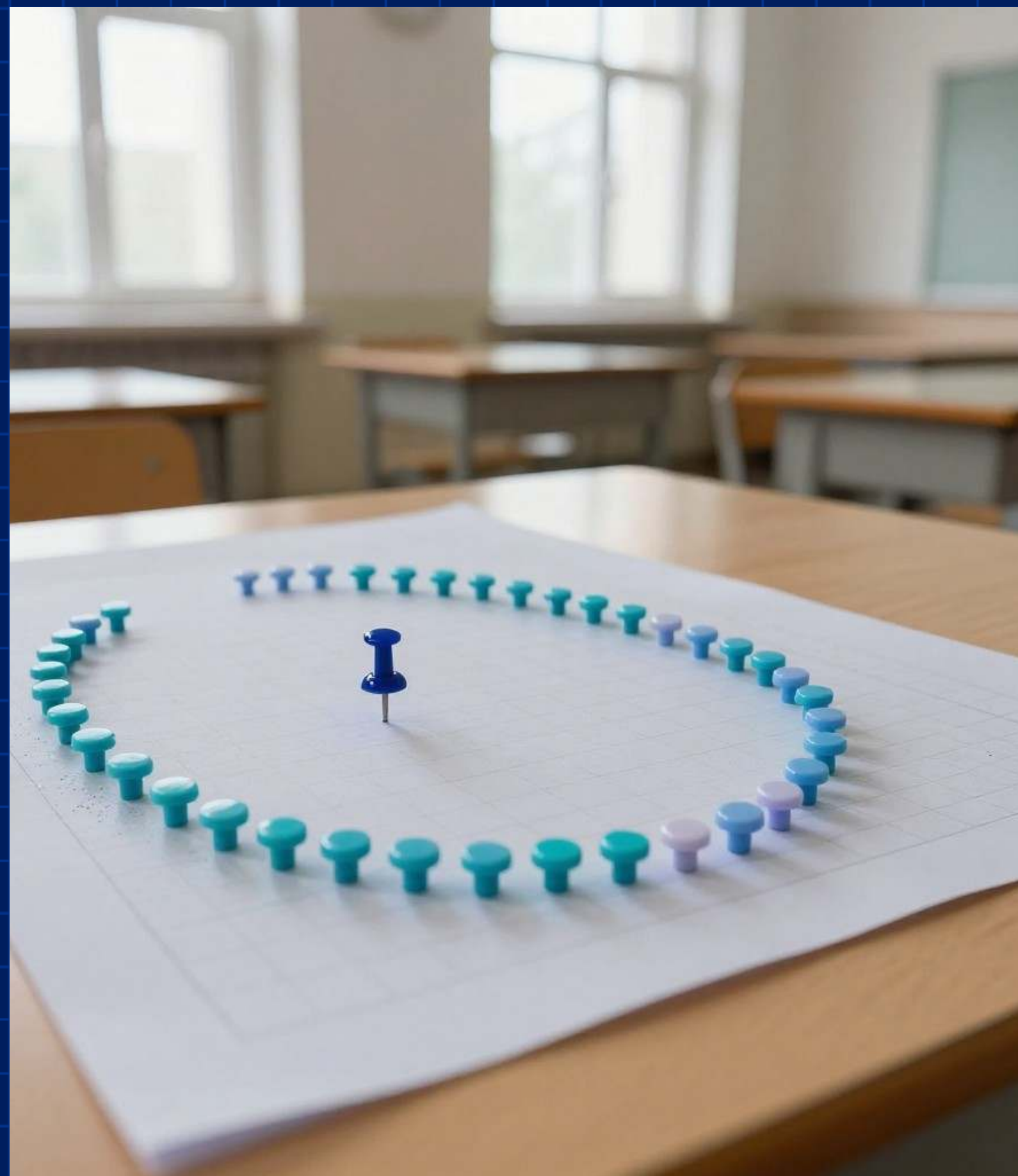


# Геометрические места точек: как находят все точки с нужным свойством

Геометрическое место точек — набор всех точек плоскости, удовлетворяющих одному условию.

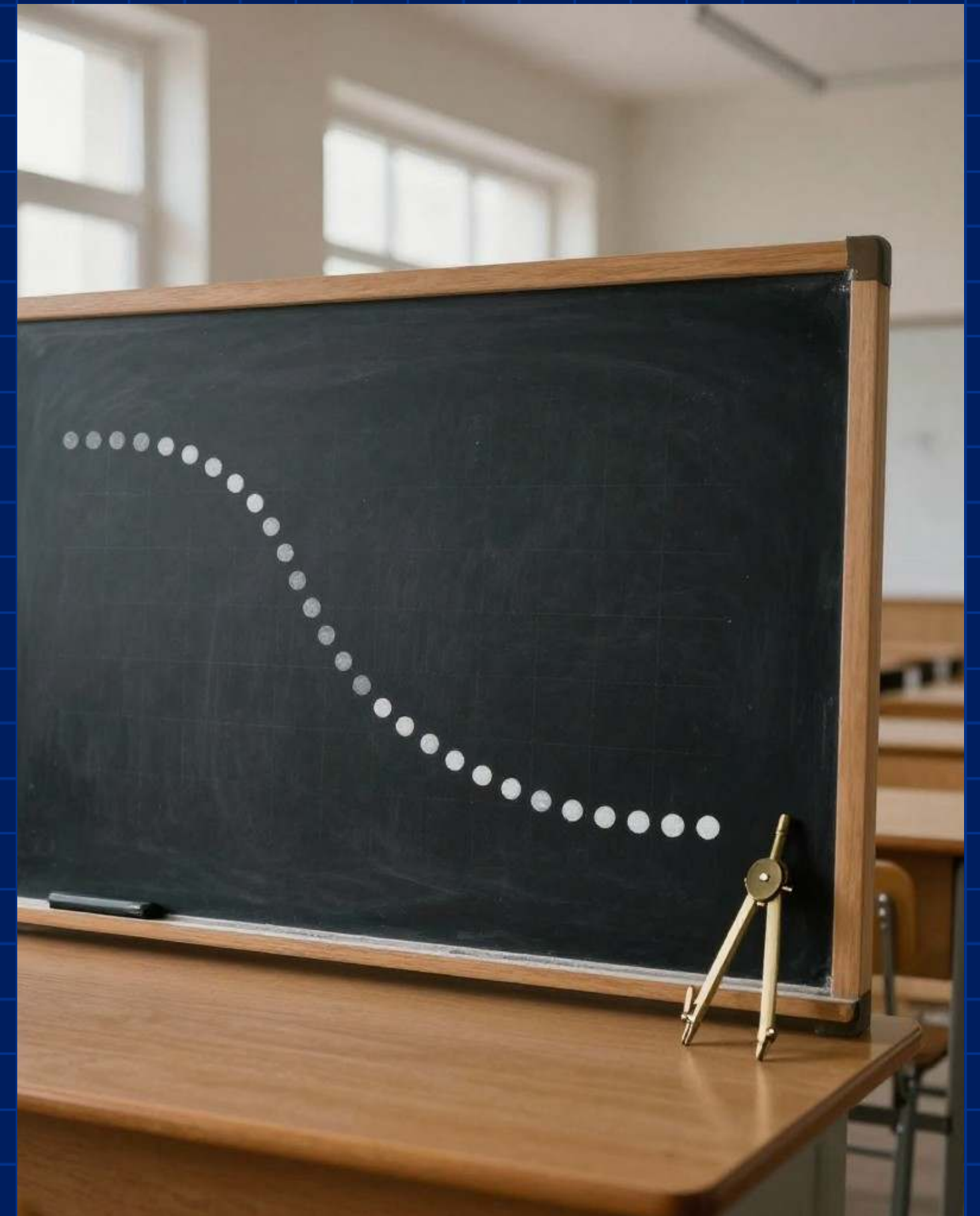


1 ÷ 2      log

8

# Почему тема важна на уроке геометрии в 7 классе

Вместо проверки каждой точки отдельно геометрические места точек позволяют «собрать» ответ по условию. Это ключевой приём в построениях циркулем и линейкой: серединный перпендикуляр, окружность, биссектриса, параллельные прямые и точки на заданном расстоянии.



# Что означает термин «геометрическое место точек»

1



## Точки по условию

Геометрическое место точек – это все точки плоскости, для которых выполняется одно и то же условие. Мы ищем не один вариант, а весь набор возможных положений.



## Расстояние до точки

Если условие связано с расстоянием от заданной точки, получится знакомая линия. Смысл такой: одинаковая удалённость ведёт к определённой фигуре, а не к разным ответам.



## Расстояние до прямой

Когда в задаче фигурирует расстояние до прямой, ответ становится линиями, симметрично расположенными относительно неё. Важно различать «до прямой» и «до точки», иначе меняется фигура.



## Равенство углов и симметрия

Условие может выражаться через равенство углов. Тогда точки образуют линию, проходящую «посередине» между сторонами. Так работает один принцип для разных геометрических фигур.

2



# Точки, равноудалённые от двух точек

Рассмотрим отрезок с концами А и В. Все точки, находящиеся на одинаковом расстоянии от А и В, образуют линию, которую называют серединным перпендикуляром.

Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка и перпендикулярен самому отрезку. Благодаря этому расстояния до концов становятся равными для любой точки на прямой.

Итак, какую бы точку мы ни взяли на серединном перпендикуляре, она остаётся равноудалённой от А и В. Это свойство и используют в построениях и доказательствах.

# Окружность как геометрическое место точек



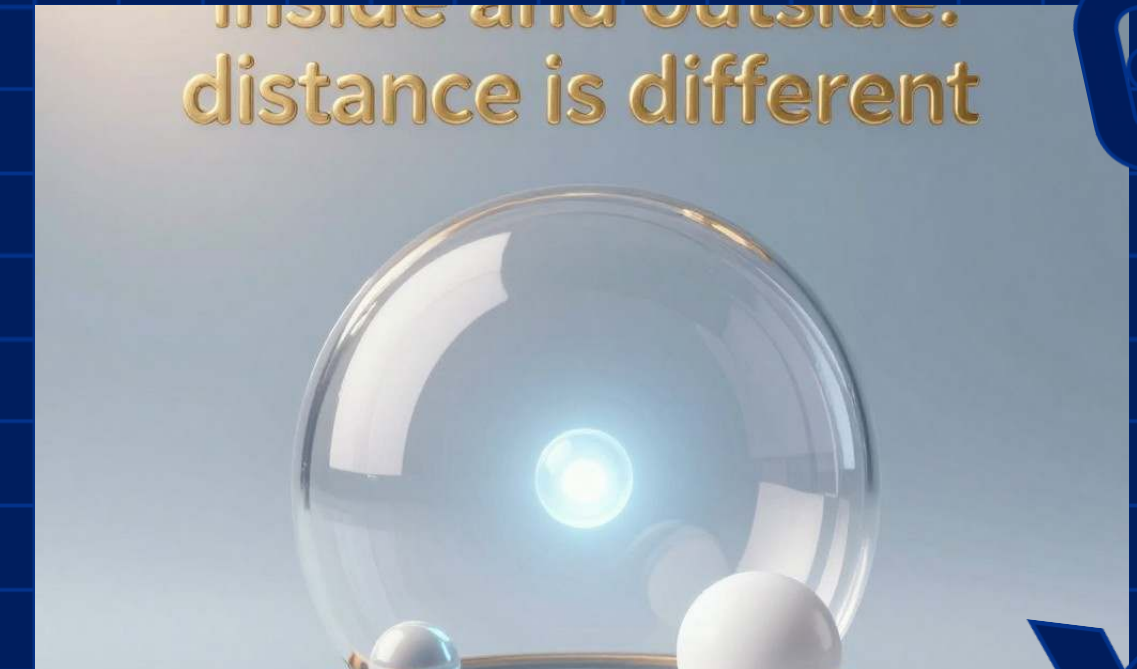
## Радиус задаёт «отпечаток» расстояния

Окружность состоит из точек, которые находятся на одном и том же расстоянии от центра. Это расстояние называют радиусом. Если радиус зафиксировать, вариантов становится ровно набор точек для окружности.



## Центр и несколько точек — чтобы «увидеть» равенство

На схеме отмечают центр  $O$  и несколько точек окружности. Отрезки от центра до этих точек подписывают как радиусы. По одинаковой длине отрезков видно, что все точки окружности равноудалены от  $O$ .



## Внутри и снаружи — расстояние другое

Любая точка внутри окружности ближе к центру, чем радиус, а точка снаружи — дальше. Поэтому только точки на линии дают точное равенство расстояния к центру, заданное условием.

# Точки на заданном расстоянии от прямой



## Выбираем расстояние

В условии фиксируют одно постоянное расстояние до данной прямой. Это расстояние измеряют перпендикулярно: от точки к прямой проводят короткий перпендикуляр.

## Две стороны – две параллельные

Если точки могут лежать по обе стороны от прямой, то на нужном расстоянии окажутся две прямые. Они параллельны исходной и симметричны относительно неё.

## Только одна сторона – одна параллельная

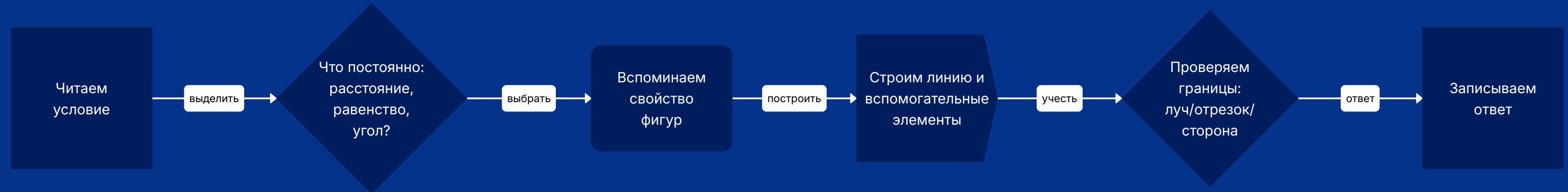
Когда сказано «по одну сторону от прямой», остаётся только одна линия на таком же расстоянии. Поэтому в ответе появляется одна параллельная прямая, подходящая под ограничение.



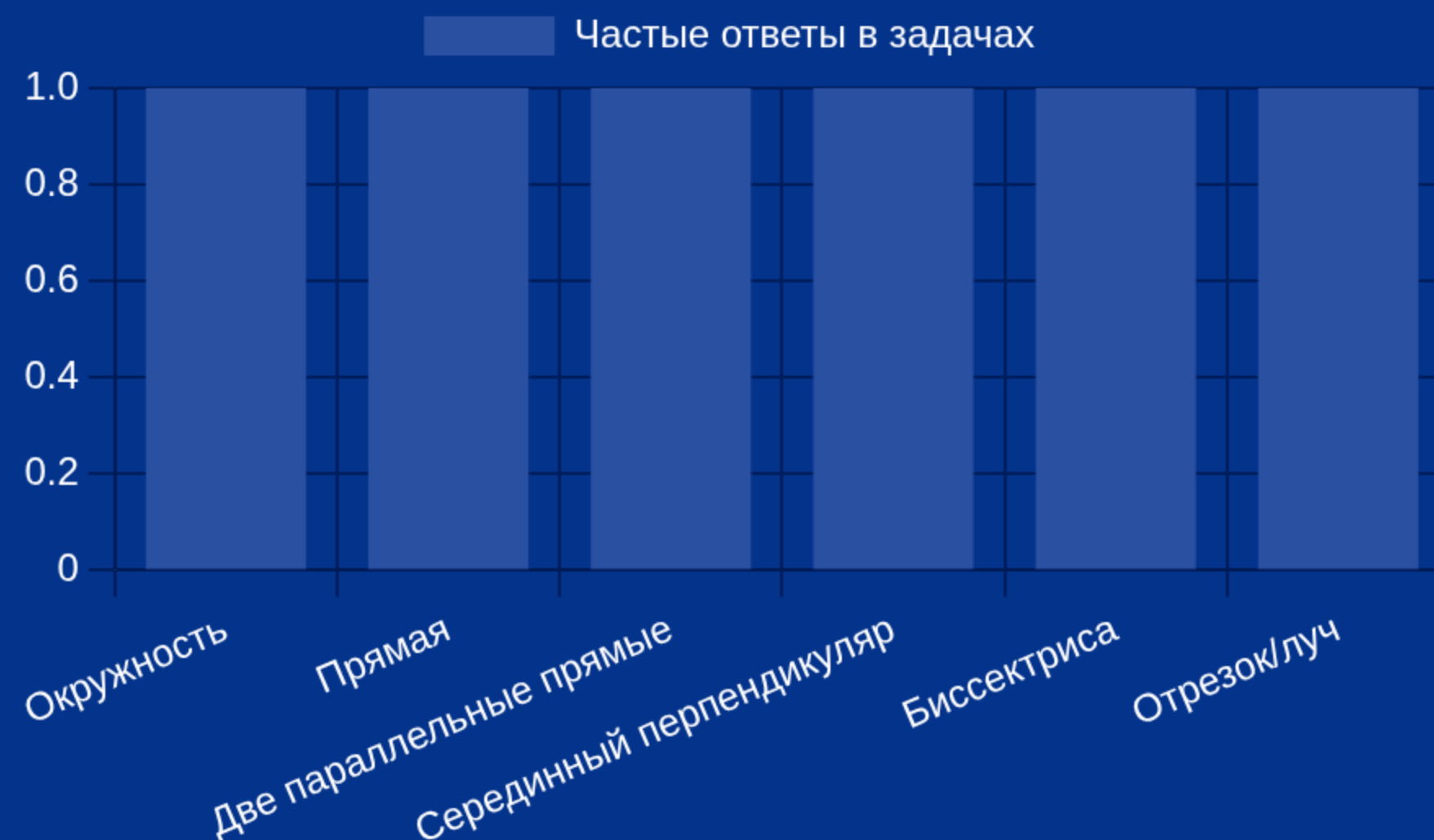
log

# Как находят геометрическое место точек в задаче

Условие задачи превращают в геометрический объект, который автоматически «собирает» все подходящие точки.



# Основные виды геометрических мест точек



Материал по типовым заданиям школьного курса (качественная ориентировка без точной статистики).

В учебных задачах часто встречаются «готовые» ответы, соответствующие типовым словам в условии: расстояние, равноудалённость и равенство углов.

Одно и то же слово «расстояние» приводит к разным фигурам, потому что меняется, от чего именно оно измеряется: от точки, от прямой или от сторон угла.

# Сравнение условий и ответов

| Условие                           | Ключевое сравнение                | Фигура-ответ             |
|-----------------------------------|-----------------------------------|--------------------------|
| Равноудалённость от А и В         | расстояния равны                  | Серединный перпендикуляр |
| Одинаковое расстояние от центра О | все точки на радиусе              | Окружность               |
| Одинаковое расстояние от прямой l | перпендикулярные расстояния равны | Две параллельные прямые  |
| Равноудалённость от сторон угла   | расстояния до сторон равны        | Биссектриса              |

Сопоставление по базовым свойствам геометрических мест точек в школьной геометрии.

Сопоставьте условие из задачи с фигурой, которая описывает все точки с нужным свойством.

В условии главное – что именно сравнивают. От этого зависит форма множества точек.



Биссектриса — место точек внутри угла, равноудалённых от его сторон. Именно поэтому по одному условию получается целая прямая.

# 2

**Она делит угол на два  
равных по величине угла.**

Свойство биссектрисы угла в школьной геометрии.



# Геометрические места точек в треугольнике



## Серединные перпендикуляры

В треугольнике серединные перпендикуляры к сторонам — это линии, на которых точки равноудалены от концов каждой стороны. Их пересечение даёт одну точку, одинаково удалённую от всех вершин.



## Центр описанной окружности

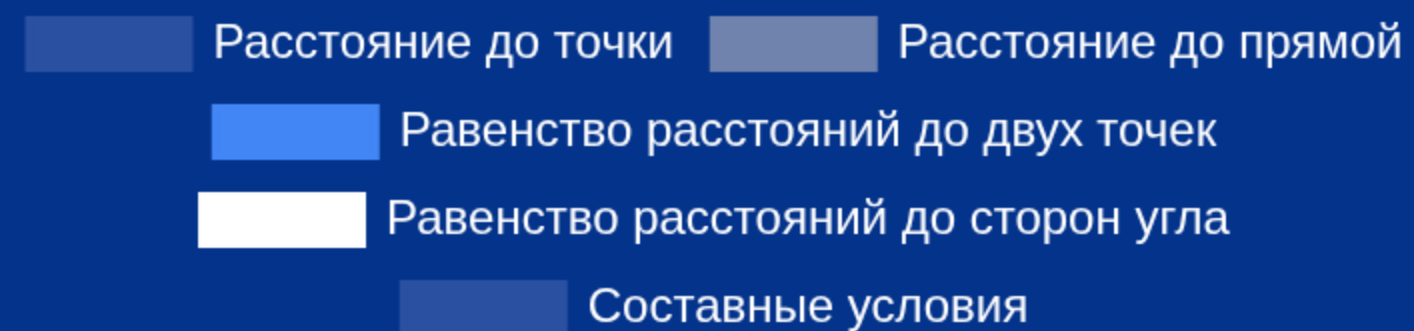
Пересечение серединных перпендикуляров является центром описанной окружности: от него одинаковые расстояния до трёх вершин треугольника. Поэтому окружность проходит через все вершины.



## Биссектрисы и центр вписанной окружности

Биссектрисы углов треугольника задают точки, одинаково удалённые от сторон каждого угла. Их общая точка равноудалена от всех сторон, то есть становится центром вписанной окружности.

# Какие условия встречаются в задачах чаще всего



Учебные задания по теме «геометрические места точек» (обобщение без статистических подсчётов), 2026-05-14

Диаграмма показывает, какие формулировки чаще всего «узнаются» в школьных задачах, а не реальные проценты из базы данных.

Если в условии есть сравнение расстояний и указание на симметрию, обычно сразу видно тип множества точек и ожидаемую фигуру.

# Симметрия в задачах о геометрическом месте точек

-1

!2

## Отражение помогает сокращать поиск

Если множество точек симметрично относительно некоторой линии или точки, можно построить часть решения и получить остальное отражением. Это ускоряет работу и уменьшает число проверок при построении.

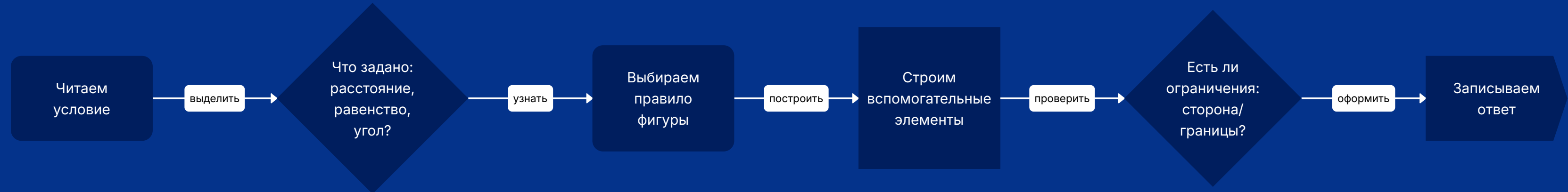
## Ось и центр симметрии как подсказка

Для серединного перпендикуляра важна осевая симметрия: отражённые точки одинаково удалены от концов отрезка. Для окружности характерна симметрия относительно центра: радиальное расстояние сохраняется.



# Алгоритм построения геометрического места точек

Порядок действий для решения задач на построение множества точек, удовлетворяющих условию



# Примеры задач и готовых ответов

| Условие                              | Фигура-ответ             | Почему именно так                                              |
|--------------------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Точки на расстоянии 4 см от точки    | Окружность               | все точки равноудалены от центра на один радиус                |
| Точки, равноудалённые от А и В       | Серединный перпендикуляр | каждая точка равноудалена от концов отрезка АВ                 |
| Точки, равноудалённые от сторон угла | Биссектриса              | одинаковое расстояние до сторон означает равенство углов       |
| Точки на расстоянии 2 см от прямой   | Две параллельные прямые  | на одном расстоянии лежат две линии по обе стороны от исходной |

Материал курса геометрии 7 класса (обобщение типовых задач), 2026-05-14

Типовые формулировки и соответствующие геометрические места точек.

Если в условии говорится о «равенстве расстояний», почти всегда получается линия, которая задаётся симметрией; ключевое – корректно учесть сторону и границы.

# Составные геометрические места точек

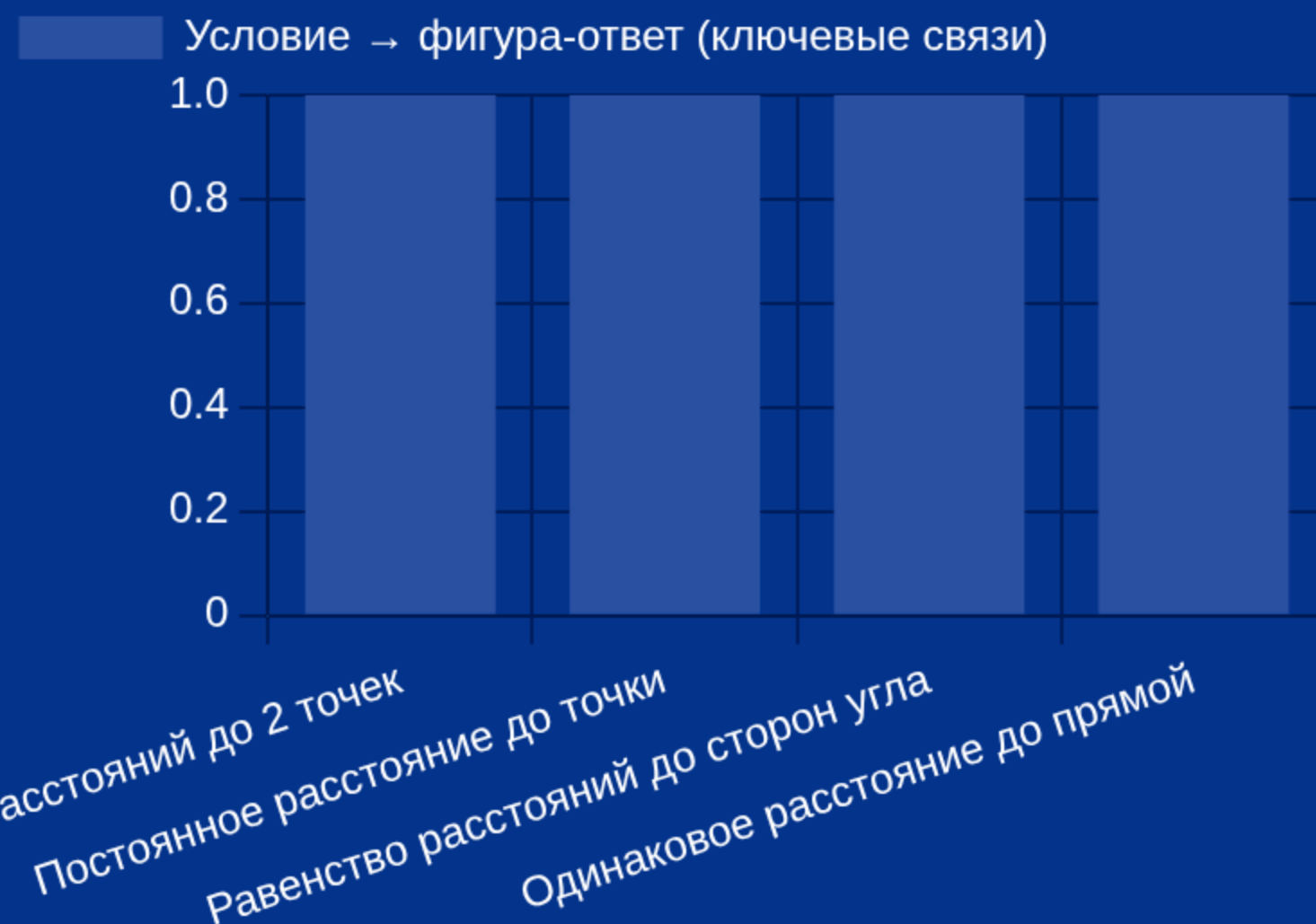
Иногда условие задаёт только часть фигуры. Например, вместо полной окружности может получиться дуга: если в условии сказано «между лучами» или «на отрезке», то остаются только подходящие точки.

Слова «по одну сторону» ограничивают множество точек. Для расстояния до прямой ответ обычно две параллельные линии, но при одностороннем условии берётся только одна из них.

Ограничители «не дальше» и «не ближе» задают границы по расстоянию. Тогда граница множества становится линией равного расстояния, а подходящие точки лежат внутри или снаружи относительно неё.

При построении важно проверять, удовлетворяет ли точка всем словам условия одновременно. Небольшая «потеря» ограничения обычно приводит к лишним ветвям луча, отрезка или части окружности.

# Связь условий и фигур-ответов



Учебное обобщение по теме «геометрические места точек» (без внешних статистик), 2026-05-14

Эта связь работает как «переводчик» с языка формулировки на язык геометрии: вы распознаёте тип расстояний и сразу выбираете соответствующее место точек.

Когда условие попадает в один из стандартных шаблонов, построение становится короче: не нужно перебором искать точки, достаточно корректно определить линию-ответ.

# Типичные ошибки при работе с геометрическими местами точек

1



## Путают расстояние до точки и до прямой

Ошибку легко заметить по результату: вместо окружности получаются линии, и наоборот. Перед построением уточните, от чего именно задано расстояние: до точки или до прямой.



## Не учитывают слова «по одну сторону»

Если в условии сказано «по одну сторону от прямой», ответ не может быть симметричным с двух сторон. Нужно выбрать соответствующую параллельную линию или её часть, иначе решение неверно.



## Пропускают ограничения «на отрезке/между»

Когда условие ограничивает область, линия ответа становится частью фигуры. Без проверки границ получится лишняя дуга, луч или отрезок, а условие будет выполнено не для всех точек.



## Проверяют только часть условия

Иногда учащиеся убеждаются, что расстояние подходящее, но забывают про равенство углов или про ограничения по стороне. Правильное множество точек – то, что удовлетворяет всем словам сразу.

2



# Где используются геометрические места точек

1

В черчении и технических рисунках геометрические места точек помогают строить симметричные детали и находить положения элементов так, чтобы сохранялись заданные расстояния. Это делает эскизы точнее и понятнее.



2

В навигации и картографии множества точек применяют для определения позиций по расстояниям до ориентиров. Например, круги вокруг объектов моделируют возможные местоположения, а пересечение сужает выбор.



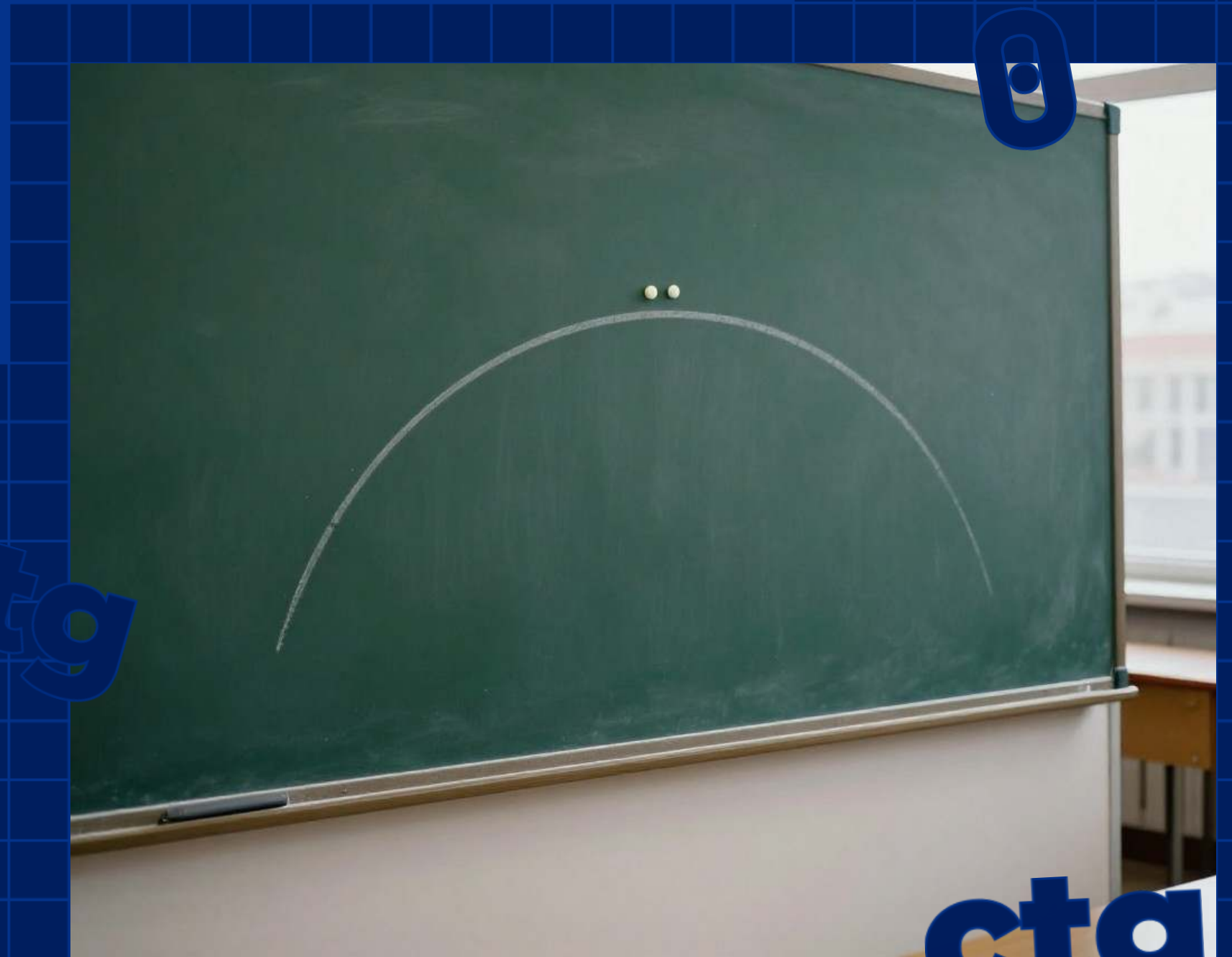
3

В компьютерной графике и проектировании эти идеи лежат в основе построений по условиям «равноудалённости» и «одинакового расстояния». Поэтому с их помощью создают ровные формы и аккуратные композиции.

4

# Главный вывод: условие превращается в фигуру

Геометрическое место точек связывает словесное условие и конкретную фигуру: линия, окружность, отрезок, луч или их часть. Если правильно распознать расстояния и ограничения, решение становится точным и наглядным.



ctg