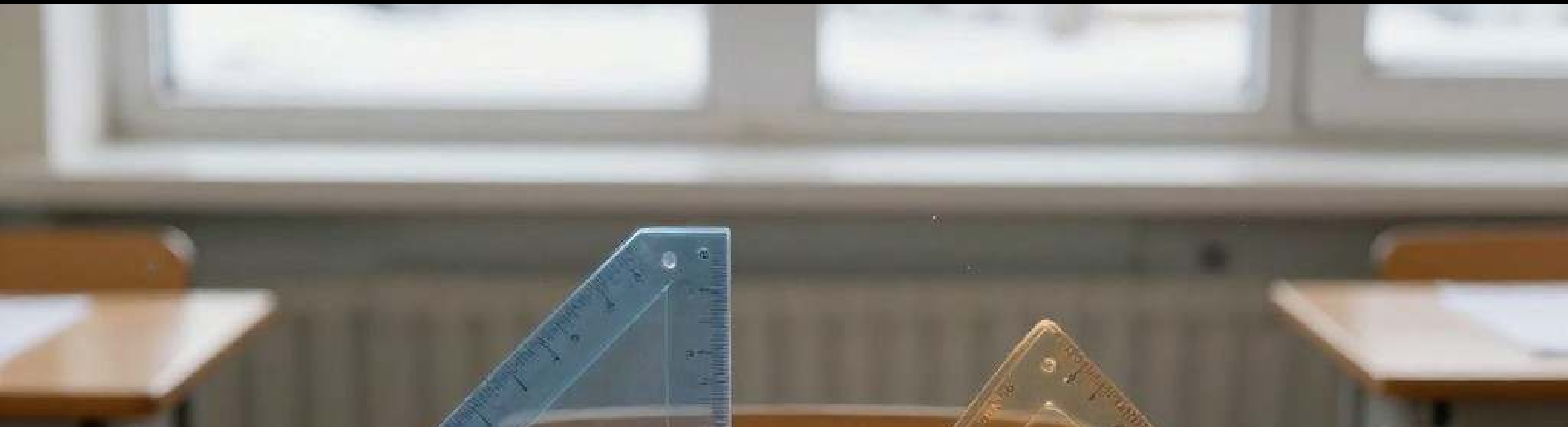


Системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными

Изучаем, как находить пару чисел по двум условиям.



Почему это важно

Если одна ситуация задаётся сразу двумя условиями, удобно использовать систему уравнений. Такие задачи помогают находить неизвестные в покупках, движении, возрасте, стоимости и количестве предметов одновременно, без лишних проб и ошибок.



Что называют системой уравнений

1. Два уравнения вместе

Система двух уравнений первой степени с двумя неизвестными — это два линейных уравнения, записанных рядом. Они описывают одну задачу, но с двумя условиями одновременно.

2. Общий вид

Обычно такие уравнения записывают как $ax + by = c$ и $dx + ey = f$. Буквы x и y обозначают неизвестные, а числа и коэффициенты задают связь между ними.

3. Что считается решением

Решением системы называют пару чисел x и y , которая делает верными оба уравнения сразу. Если хотя бы одно уравнение не выполняется, такая пара не подходит.

4. Главная цель

Нужно найти именно совместное значение двух неизвестных, а не решать каждое уравнение отдельно. Поэтому важно проверять, подходит ли найденная пара сразу для обеих записей.

Линейное уравнение и его график

Каждому уравнению — своя прямая

Уравнение первой степени можно изобразить на координатной плоскости как прямую линию. Это делает алгебраическую запись наглядной и помогает увидеть связь между числами и графиком.

Двух точек достаточно

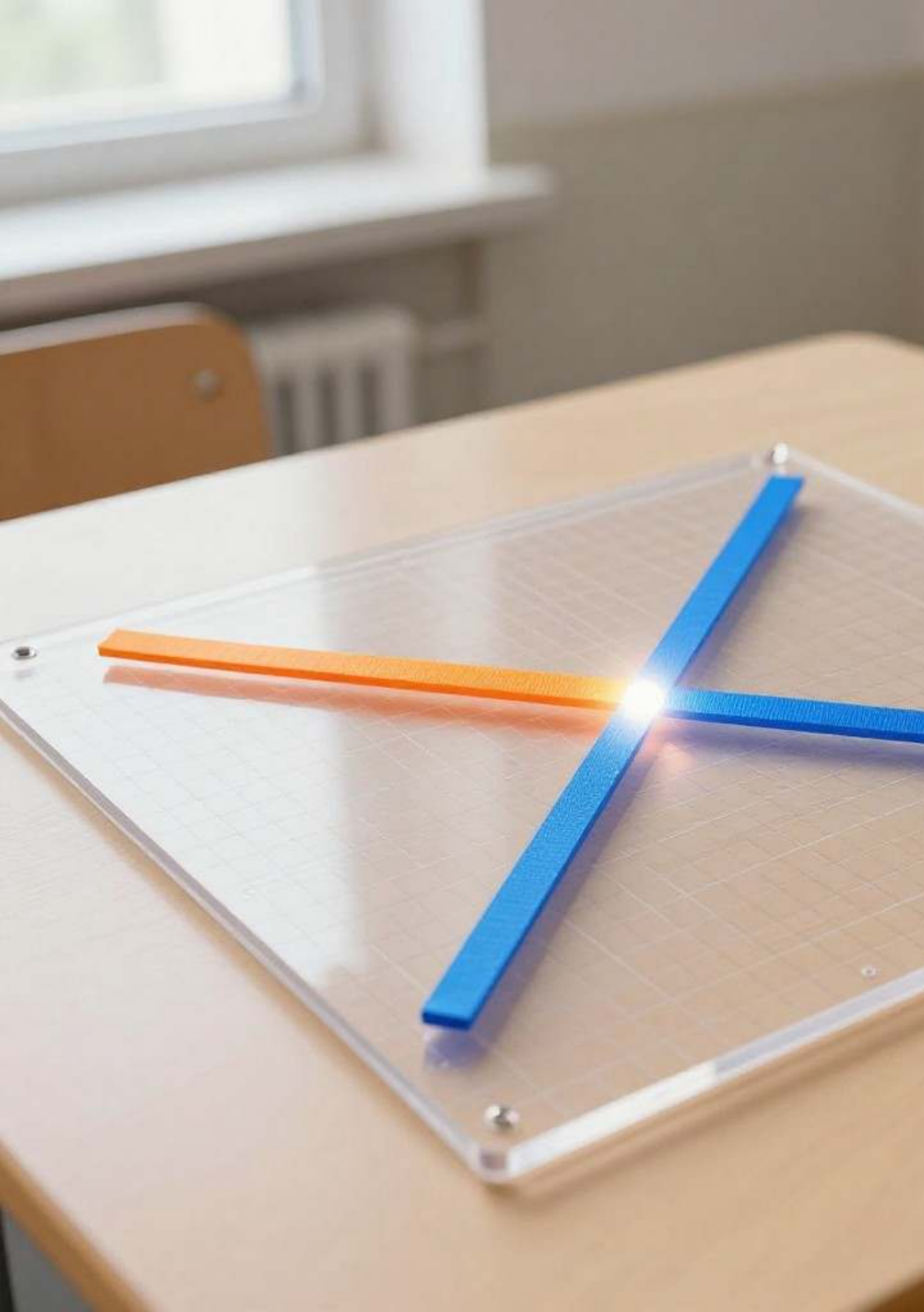
Чтобы построить прямую, обычно находят две точки, подходящие уравнению, и соединяют их. Чем точнее выбраны точки, тем легче затем прочесть решение по графику.

Пересечение прямых

Если на одной плоскости изображены две прямые, их общая точка показывает решение системы. Координаты этой точки удовлетворяют обоим уравнениям одновременно.

Особые случаи

Когда прямые не пересекаются, общих точек нет, а если совпадают, решений бесконечно много. Значит, расположение графиков сразу подсказывает, сколько решений имеет система.



Виды систем по числу решений

Расположение прямых помогает понять, сколько решений имеет система двух линейных уравнений.

Число решений определяется тем, как расположены прямые: пересечение даёт одно решение, параллельность — ни одного, совпадение — бесконечно много.

Случай	Прямые	Решения
Одно	Пересекаются	1
Нет	Параллельны	0
Бесконечно много	Совпадают	∞

Свойства графиков линейных уравнений

Способ подстановки

1.

Выбрать переменную

Сначала удобно определить, какую переменную проще выразить через другую. Чаще всего выбирают ту, у которой коэффициент равен 1 или -1 , чтобы избежать дробей и лишних вычислений.

2.

Выразить через другую

Из одного уравнения находят выражение для выбранной переменной. Получается формула, в которой одна буква записана через вторую, а само уравнение становится удобным для дальнейших действий.

3.

Подставить во второе

Затем найденное выражение заменяют во втором уравнении. Так система превращается в обычное уравнение с одной неизвестной, которое уже можно решить известным способом.

4.

Найти вторую переменную

После вычисления одной переменной её подставляют обратно в удобное уравнение и находят вторую. В конце обязательно записывают ответ парой чисел и проверяют его.

Алгоритм решения подстановкой

Последовательность шагов при решении системы методом подстановки

Способ сложения

Идея метода

Способ сложения называют способом исключения неизвестного. Его смысл в том, чтобы сложить или вычесть уравнения так, чтобы одна переменная исчезла и осталось одно уравнение.

Как подготовить уравнения

Иногда коэффициенты при одной переменной уже равны, а иногда их нужно сделать одинаковыми по модулю. Для этого одно или оба уравнения умножают на подходящее число.

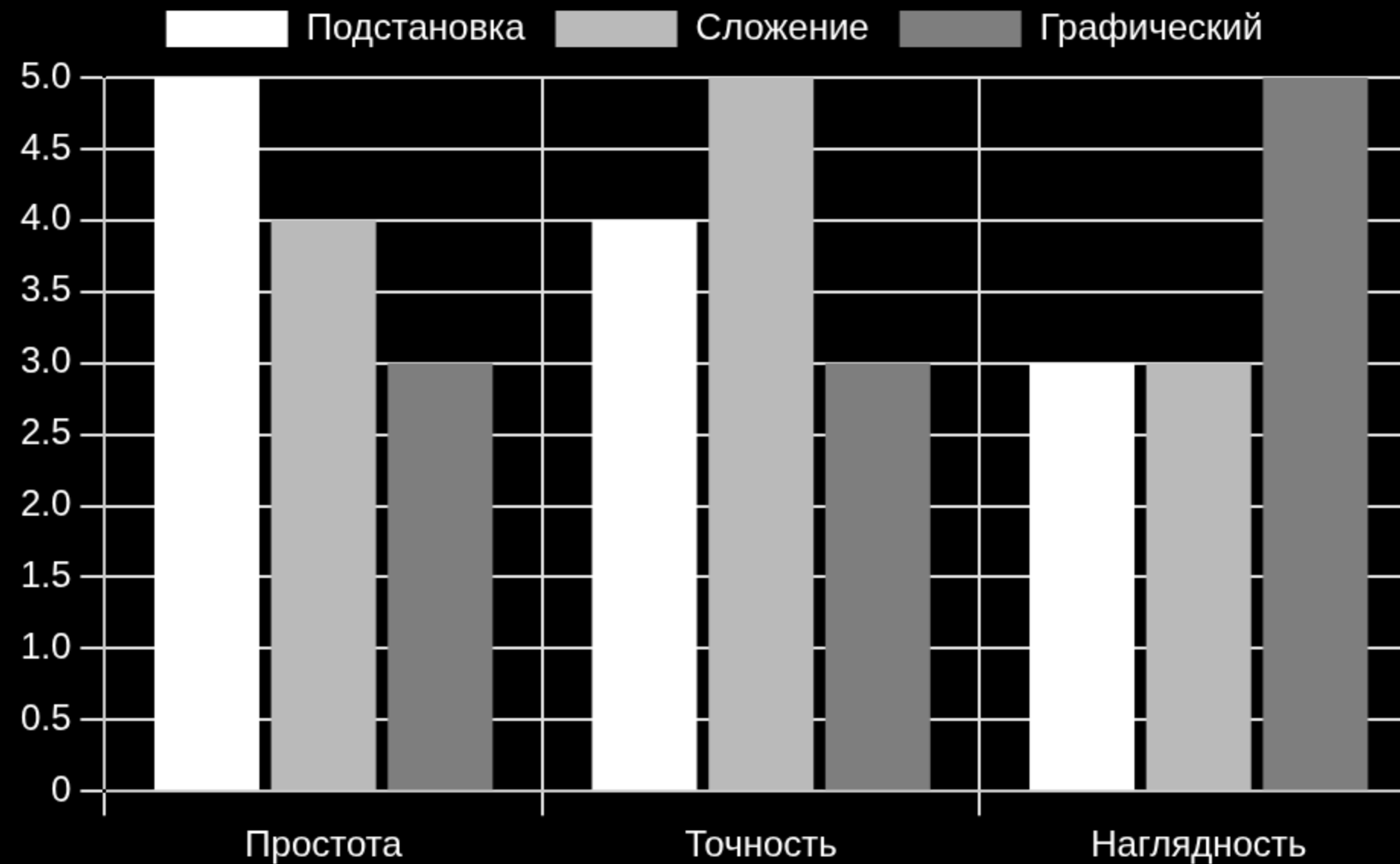
Когда он удобен

Метод особенно полезен, если после приведения коэффициентов уравнения складываются без сложных дробей. Тогда решение получается быстро и аккуратно, без лишних преобразований.

Что получается в итоге

После исключения одной переменной находят другую, затем подставляют её обратно и получают вторую. Как и в других способах, ответ обязательно проверяют.

Сравнение способов решения



Выбор метода зависит от вида уравнений и того, насколько удобно выполнять преобразования без ошибок.

Подстановка и сложение чаще дают точный ответ, а графический способ лучше показывает смысл решения и число ответов.

Сравнение учебных способов решения систем двух линейных уравнений

Графический метод на координатной плоскости

Построить две прямые

Каждое уравнение сначала представляют как прямую на координатной плоскости. Для построения обычно достаточно двух точек, найденных по уравнению, чтобы точно провести линию.

Найти общую точку

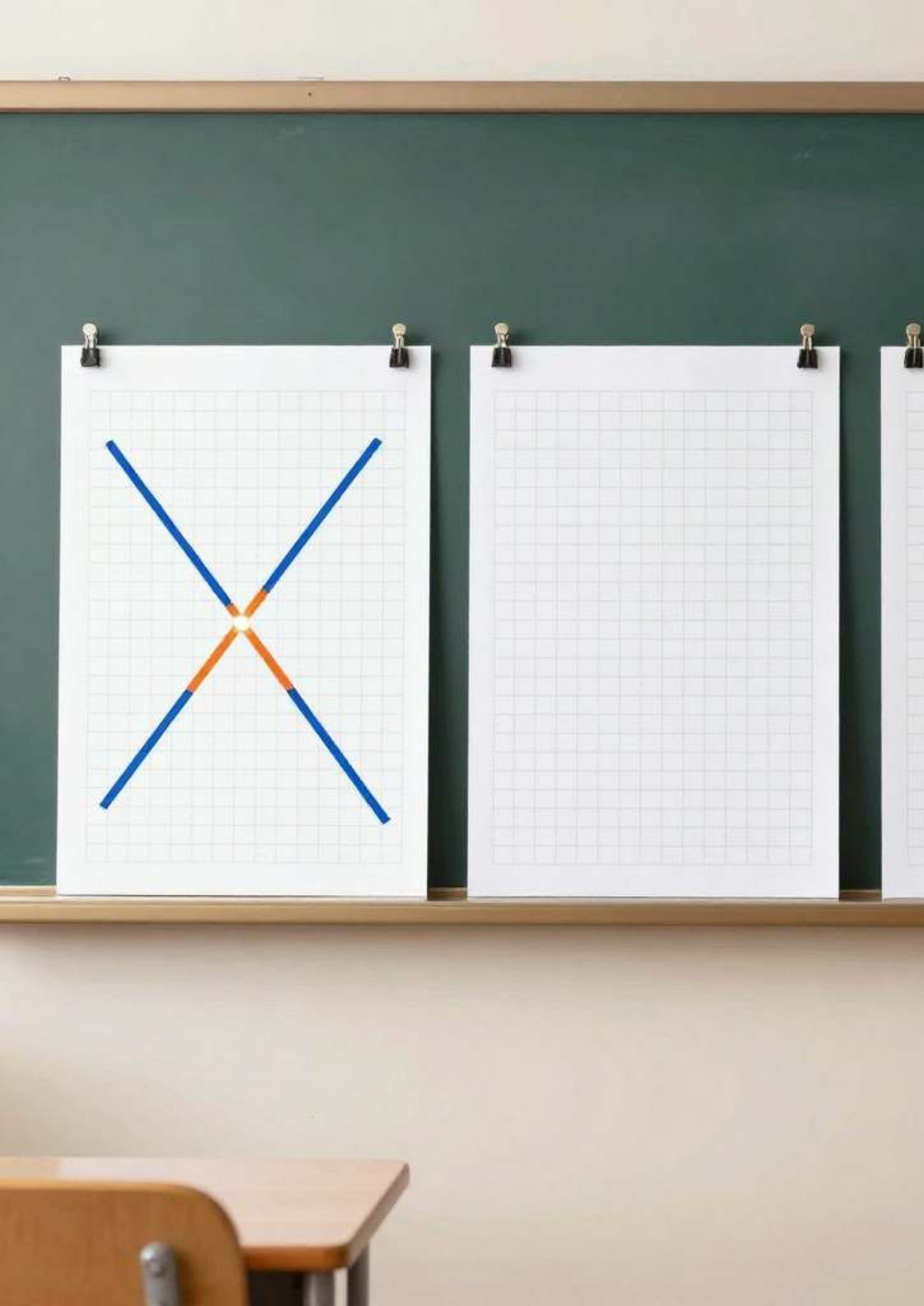
Точка пересечения прямых показывает решение системы. Её координаты одновременно подходят обоим уравнениям, поэтому именно они и являются искомой парой чисел.

Если прямые параллельны

Параллельные прямые не имеют общих точек, значит система не имеет решений. Это легко увидеть на рисунке ещё до вычислений, если построение выполнено аккуратно.

Если прямые совпадают

Когда прямые совпадают, каждая точка этой линии подходит обоим уравнениям. Тогда система имеет бесконечно много решений, а ответом служит вся прямая.



Как по коэффициентам определить число решений

Сравнение	Результат	Число решений
все отношения равны	прямые совпадают	бесконечно много
отношения при x, y равны	прямые параллельны	нет решений
отношения разные	прямые пересекаются	одно решение

Правило сравнения коэффициентов для систем двух линейных уравнений.

Сравнение коэффициентов помогает быстро понять взаимное расположение прямых и заранее определить число решений системы.

По коэффициентам можно сделать вывод без построения графика: совпадение отношений указывает на совпадение или параллельность прямых, а различие — на одно решение.

Проверка найденного решения

1. Подставьте пару чисел

Запишите найденные значения x и y и подставьте их сразу в оба уравнения. Так вы увидите, действительно ли пара чисел подходит к системе, а не только к одному равенству.

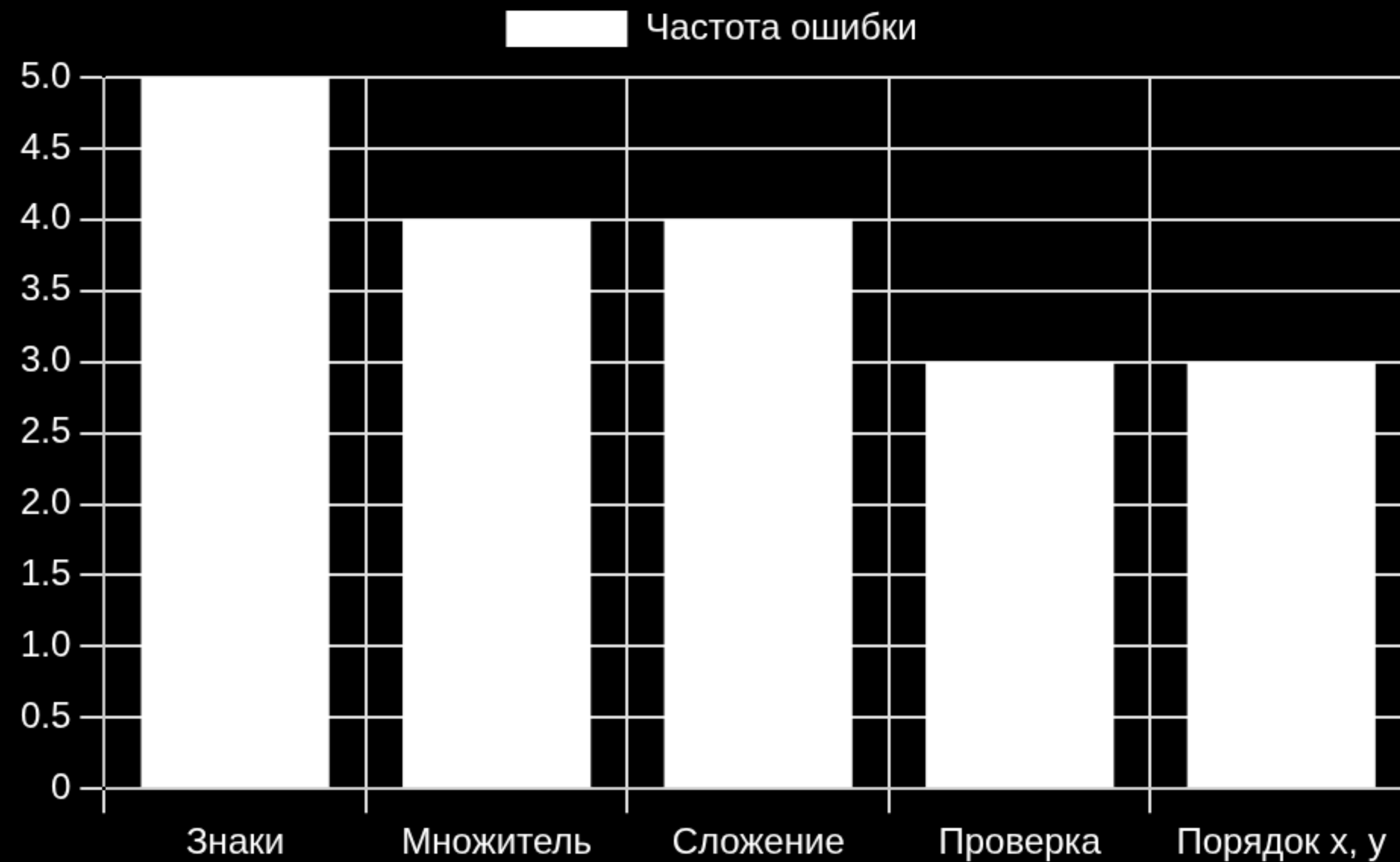
2. Сравните результаты

Если после подстановки получаются верные равенства в каждом уравнении, решение найдено правильно. Особенно внимательно проверяйте вычисления с отрицательными числами, дробями и после преобразования уравнений.

3. Запишите ответ аккуратно

Ответ удобно оформлять в виде пары $(x; y)$, чтобы не перепутать порядок переменных. Такая запись помогает избежать ошибок, когда значения близки или получены в ходе сложных вычислений.

Типичные ошибки при решении систем



Чаще всего ошибки появляются не из-за самой идеи метода, а из-за невнимательности при записи и вычислениях. Поэтому полезно делать короткую паузу на проверку каждого шага.

Самые заметные трудности связаны со знаками и преобразованием уравнений. Если проверять каждый этап, количество ошибок заметно снижается.

Учебное обобщение типичных ошибок при решении систем двух уравнений.

Пример жизненной задачи

1.

Покупки в магазине

Если известны общая сумма покупки и количество предметов, можно обозначить цену каждого товара буквами x и y . Тогда два условия превращаются в систему, которую удобно решать по шагам.

2.

Движение объектов

Когда два участника движутся по разным маршрутам, в условии обычно даны расстояние, время или скорость. Эти данные позволяют составить два уравнения и найти неизвестные величины одновременно.

3.

Билеты и стоимость

В задачах о билетах часто сравнивают два вида цен или количество взрослых и детских билетов. Система помогает связать стоимость с числом билетов и получить точный ответ.

4.

Один ответ для двух условий

Общий смысл таких задач один: неизвестных два, а условий тоже два. Поэтому система уравнений становится удобным инструментом для поиска согласованного решения, которое подходит обоим ограничениям.

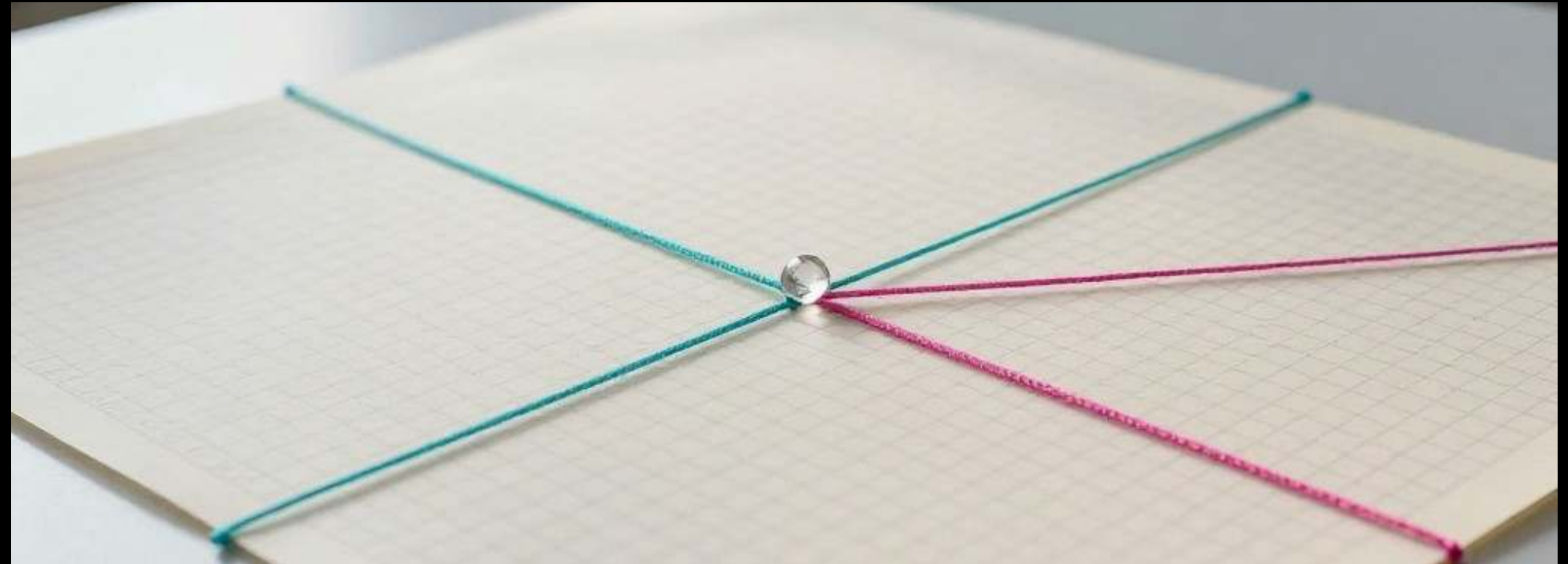
Построение системы по условию задачи

Последовательность действий при переводе текстовой задачи в систему двух уравнений

Связь алгебры и координатной плоскости

Точка, где сходятся два условия

Каждое решение системы можно представить как точку на координатной плоскости. Если координаты этой точки удовлетворяют обоим уравнениям, значит, она лежит на обеих прямых одновременно. Именно поэтому пересечение прямых и есть искомый ответ.



Уравнение как геометрия

Линейное уравнение не только вычисляют, но и изображают. На плоскости оно становится прямой, а система показывает, где две такие прямые встречаются, расходятся или совпадают. Так алгебра помогает увидеть смысл задачи глазами геометрии.



Три ситуации для двух прямых

Положение прямых на плоскости полностью определяет число решений системы.

У систем двух линейных уравнений есть только три основных варианта. Чтобы понять число решений, достаточно посмотреть, как расположены две прямые на плоскости.

Положение прямых	Что происходит	Решения
пересекаются	одна общая точка	одно
параллельны	общих точек нет	нет
совпадают	все точки общие	много

Геометрическая интерпретация систем двух линейных уравнений.

Где применяется тема



Математика

Системы помогают находить неизвестные по двум условиям и проверять, согласуются ли между собой данные в задаче.



Физика

В физических задачах система уравнений связывает величины, которые меняются одновременно, например расстояние, время и скорость.



Экономика

При расчётах стоимости, количества и цены удобно выражать два неизвестных через два условия и получать точный результат.

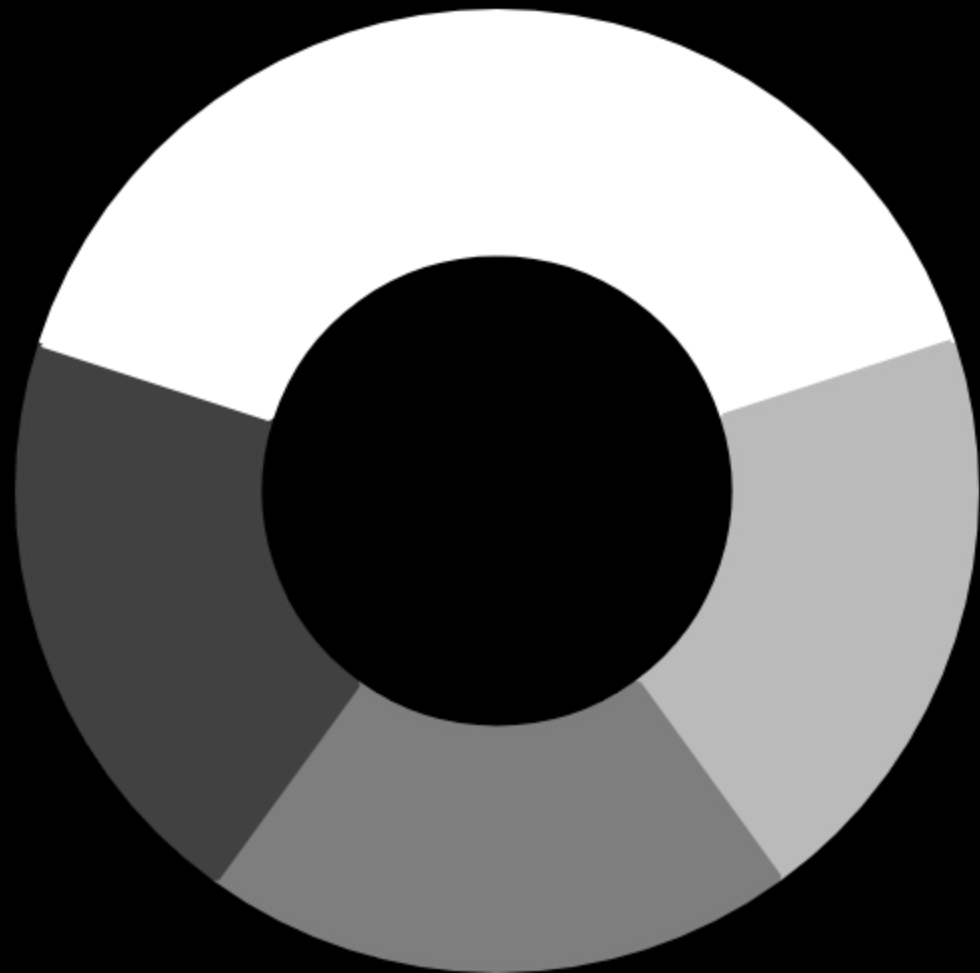


Повседневные ситуации

Покупки, билеты, возраст и число предметов — всё это примеры, где система уравнений помогает быстро найти ответ.

Что важно знать перед проверочной работой

Определение системы Виды решений Подстановка
Сложение Проверка ответа



Лучше всего готовиться по короткому плану: сначала повторить определения, затем потренироваться на нескольких примерах и отдельно проверить, как оформляется ответ.

Все основные элементы темы одинаково важны: без определения, методов и проверки решение легко становится неточным.

Учебная структура темы «Системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными».

Главное, что нужно унести с урока

Системы двух линейных уравнений учат находить одну пару чисел по двум условиям. Если понимать смысл прямых на плоскости, выбирать удобный способ и проверять ответ, задачи решаются уверенно.