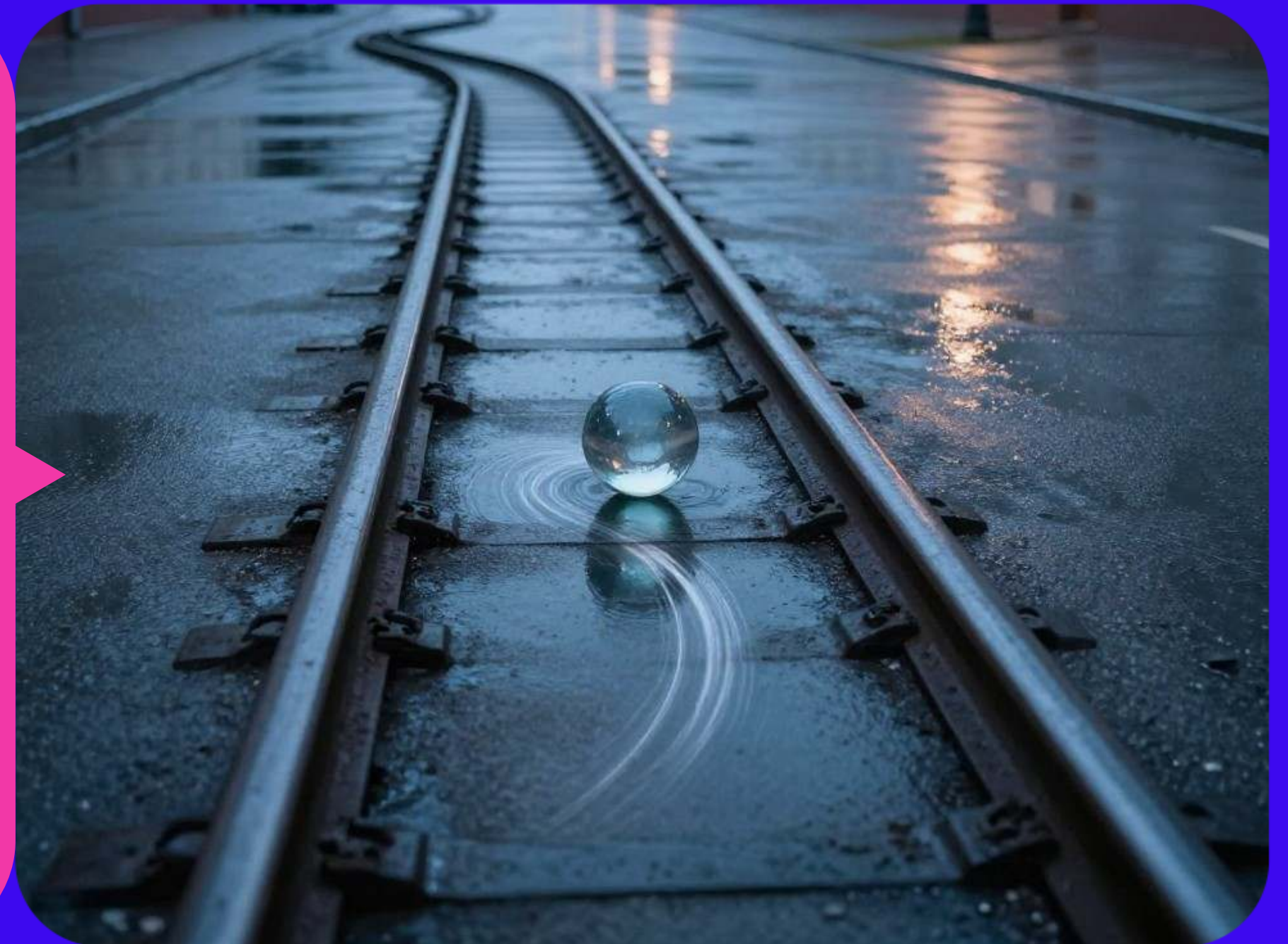


Производные элементарных функций: карта темы

Ключевые формулы, правила и приёмы для уверенного дифференцирования.

Зачем нужна производная

Производная показывает, как быстро меняется величина в точке, помогает находить наклон касательной и исследовать поведение функций.



3

**основных свойства упрощают вычисления уже
на первом шаге.**

Правила дифференцирования

Линейность позволяет работать с выражениями по частям: константа исчезает, множитель выносится, а сумма и разность дифференцируются отдельно.



Таблица базовых производных

Эти формулы образуют основу большинства школьных задач: степенная, показательная, логарифмическая и тригонометрическая функции встречаются чаще всего.

Достаточно уверенно знать несколько базовых формул, чтобы быстро дифференцировать широкий класс выражений.

Таблица производных элементарных функций

Функция	Производная	
x^n	$nx^{(n-1)}$	
e^x	e^x	
$\ln x$	$1/x$	
$\sin x$	$\cos x$	

3

**частных случая встречаются в вычислениях
особенно часто.**

Формула производной степенной функции

Степенная функция особенно важна: именно на её примерах удобно видеть, как формула работает для нуля, единицы и отрицательной степени.



2

главных форм записи показывают, как работает цепное правило в показательных функциях.

Формулы производных показательных функций

Экспонента e^x сохраняет вид после дифференцирования, а для a^x появляется множитель $\ln a$, который учитывает основание.



2

типов логарифмов обычно рассматривают
в школьном курсе.

Формулы производных логарифмических функций

Для логарифмов важно помнить не только формулу производной,
но и область определения: аргумент должен быть положительным.



4

**базовые формулы покрывают все основные
тригонометрические случаи.**

Формулы производных тригонометрических функций

Тригонометрические производные требуют внимательности к знакам
и разрывам: особенно это заметно у $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$.



4

**формулы нужно знать для полного набора
обратных тригонометрических функций.**

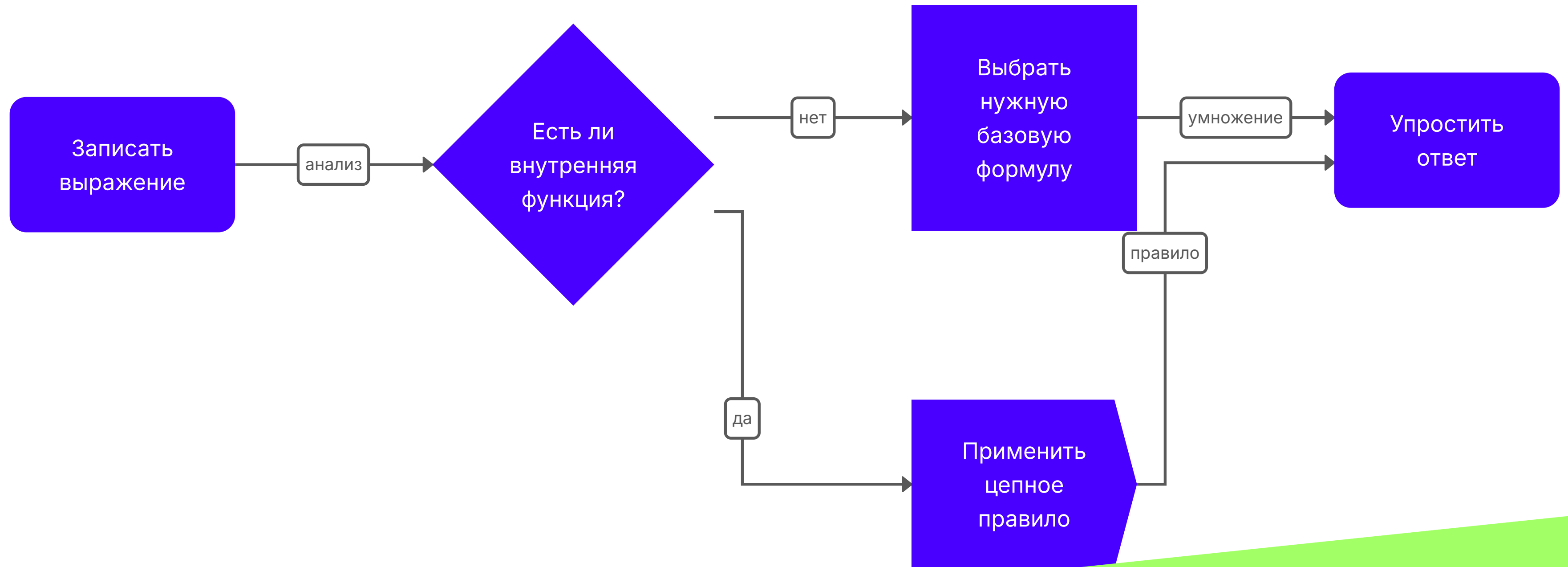
Формулы производных обратных тригонометрических функций

У обратных тригонометрических функций производные содержат корень или квадрат в знаменателе, поэтому особенно важно помнить пределы их определения.



Как распознать нужное правило

Последовательность действий: распознать структуру выражения, выбрать правило и учесть внутреннюю функцию.



2 уровня

помогают не потерять производную
внутреннего выражения.

Цепное правило дифференцирования

В цепном правиле всегда есть два уровня: внешняя формула и внутренняя функция. Ошибка чаще всего возникает именно при попытке забыть второй множитель.



2 слагаемых

возникают в формуле производной
произведения.

Правило произведения

У произведения появляются два слагаемых, потому что дифференцируются оба множителя по очереди. Эта схема особенно важна в задачах с тригонометрией и логарифмами.



1 квадрат

остаётся в знаменателе
при дифференцировании частного.

Правило частного

В частном знак минус относится ко второму слагаемому в числителе,
а знаменатель обязательно остаётся квадратом. Это защищает от ошибок
в записи и вычислении.



2 правила

работают вместе в одном выражении.

Комбинированное дифференцирование

В выражении с произведением и вложенной функцией одновременно приходится применять сразу два правила. Здесь важно не пропустить внутренний множитель и не потерять второе слагаемое.



$1/2$

**позволяет записать квадратный корень
как степень.**

Правило дифференцирования степенной функции

Корни удобно переписывать как степени с дробным показателем. Тогда для них работает единая схема дифференцирования и не нужно запоминать отдельную формулу.



a

**становится множителем при производной
внутреннего аргумента.**

Цепное правило для функции вида $f(ax+b)$

Коэффициент при x показывает, насколько быстро меняется внутренний аргумент. Именно он появляется как множитель при дифференцировании любой функции вида $f(ax+b)$.



3

**главных группы ошибок стоит проверять
особенно тщательно.**

Анализ типичных ошибок при дифференцировании

Большинство ошибок связано не с самой формулой,
а с невнимательностью к знакам, области определения и внутренним
множителям. Поэтому проверка ответа так же важна, как вычисление.



Короткие задания для самопроверки

Выражение	Что выделить
$(x^3+2x)'$	линейность
$(x^2+1)\sin x$	произведение
$\ln(4x-3)$	цепное правило
$(x^2-1)/(x+1)$	частное



Мини-практикум помогает быстро сопоставить выражение с нужным правилом и заранее выделить внутреннюю функцию.

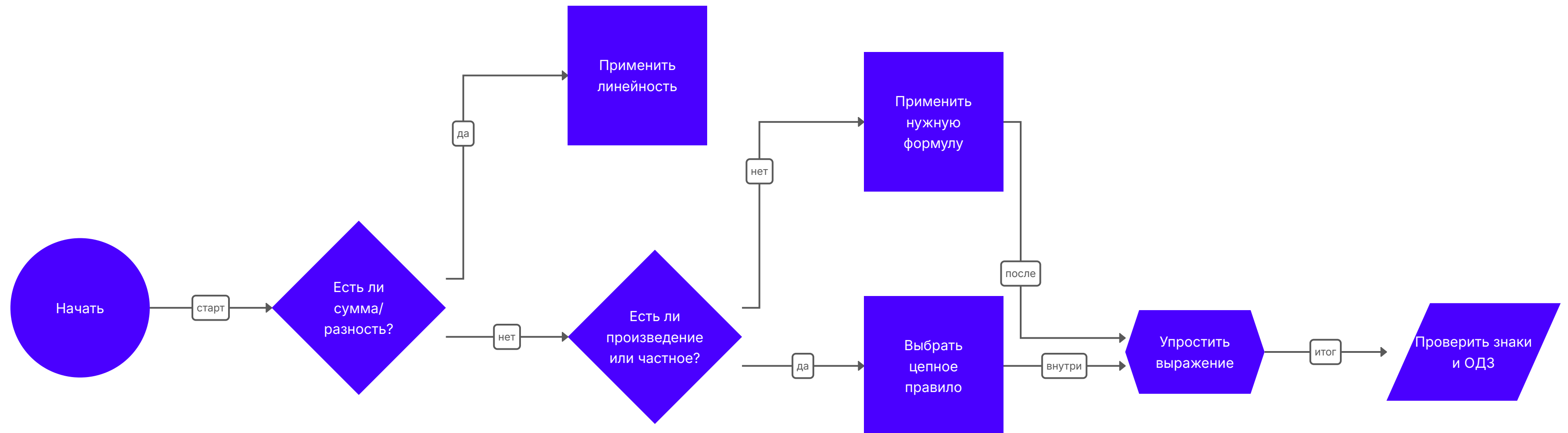


Во всех примерах сначала распознаётся тип выражения, затем выбирается правило дифференцирования.

Задания по теме «Производные элементарных функций»

Алгоритм распознавания правила

Последовательность выбора правила дифференцирования по виду выражения и области определения.



Производные элементарных функций: что нужно запомнить

Производные элементарных функций удобнее всего изучать как систему взаимосвязанных правил. Если сначала распознать вид выражения, затем учесть область определения и аккуратно упростить ответ, вычисление становится предсказуемым.