

# ***События в теории вероятностей***

Язык событий делает вероятность понятной и удобной.

# ***Зачем нужны события***

В вероятности события — это удобный способ описывать случайные результаты и считать шансы.



# Что такое событие

## Что выделяет событие

Событие выделяет те исходы, при которых условие задачи выполнено. Если опыт случайный, именно событие позволяет отделить нужные результаты от всех возможных.

## Простой пример

Для кубика событие «выпало чётное число» включает исходы 2, 4 и 6. Одной формулировкой охвачены сразу несколько возможных результатов.

## Роль пространства исходов

Пространство исходов включает весь набор допустимых результатов опыта. Событие всегда рассматривается внутри этого множества и описывает только подходящие случаи.

## Зачем это нужно

Такое представление помогает переводить текст задачи на точный математический язык и дальше применять формулы без лишних недоразумений.

# Достоверное и невозможное события

## Событие, которое всегда происходит

Достоверное событие происходит при любом исходе опыта. Оно совпадает со всем пространством исходов и в задачах соответствует вероятности, равной 1.

## Событие, которое не происходит

Невозможное событие не происходит ни при каком исходе. Ему соответствует пустое множество, а его вероятность равна 0.

## Границы вероятности

Эти два случая задают границы для любых вероятностных вычислений и помогают быстро проверить, не допущена ли ошибка в решении.

## Проверка результата

Если ответ выходит за пределы от 0 до 1, это сигнал пересмотреть смысл события и ход рассуждений.

# Элементарные и составные события

1

## Один исход

Элементарное событие соответствует ровно одному исходу опыта. Например, в броске кубика это может быть конкретный результат, такой как 5.

2

## Несколько исходов

Составное событие объединяет несколько элементарных исходов, которые удовлетворяют одному условию. Так, на кубике «простое число» включает 2, 3 и 5.

3

## Почему это важно

Различие между ними важно при составлении таблиц, перечислении случаев и записи формул, потому что число входящих исходов меняет вероятность.

# Как читаются операции над событиями

## Объединение

Объединение событий записывают как  $A \cup B$ . Оно означает, что произошло хотя бы одно из двух событий, а не обязательно оба сразу.

## Пересечение

Пересечение  $A \cap B$  описывает ситуацию, когда выполнены оба события одновременно. Такой смысл особенно важен при работе с общими исходами.

## Дополнение

Дополнение  $\bar{A}$  означает, что событие  $A$  не произошло. На диаграммах Венна эту область обычно выделяют отдельно, чтобы визуально показать противоположный случай.



# Операции на примере кубика

1

## Событие А

Пусть А — «выпало чётное число». Тогда подходят исходы 2, 4 и 6, потому что именно они удовлетворяют условию чётности.

2

## Событие В

Пусть В — «выпало число больше 3». Тогда подходят 4, 5 и 6, то есть только те результаты, которые превышают заданную границу.

3

## Хотя бы одно условие

Объединение  $A \cup B$  даёт 2, 4, 5 и 6. В него входят все исходы, которые удовлетворяют хотя бы одному из условий.

4

## Общие и противоположные исходы

Пересечение  $A \cap B$  равно 4 и 6, а дополнение  $\bar{A}$  содержит 1, 3 и 5. Так операции переводят правило задачи в список конкретных исходов.

# Несовместные события и сумма вероятностей

1

## Нельзя вместе

Несовместные события не могут произойти одновременно. Если одно уже случилось, второе исключено по самому смыслу условия задачи.

2

## Пустое пересечение

Для таких событий пересечение пусто:  $A \cap B = \emptyset$ . Это значит, что общих исходов у них нет вовсе.

3

## Формула суммы

Поэтому вероятность объединения считается просто:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . Вычитать пересечение не нужно, потому что его нет.

4

## Понятный пример

На кубике события «выпало 1» и «выпало 6» несовместны: один бросок не может дать два разных результата одновременно.

# Совместимые события и двойной счёт

1

## Есть общий случай

Совместимые события допускают общие исходы. Один и тот же результат может удовлетворять обоим условиям, поэтому такие события нужно учитывать особенно внимательно.

2

## Опасность двойного счёта

Если просто сложить вероятности, общий исход будет посчитан дважды. Это создаёт завышенный ответ и искажает смысл задачи.

3

## Коррекция формулы

Чтобы исправить это, используют формулу  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ . Из суммы вычитают пересечение один раз.

4

## Когда применять

Такой приём особенно полезен, когда условия частично перекрываются и один результат относится сразу к двум событиям.

# Совместимые и несовместимые: в чём разница

## Есть общие исходы

Совместимые события могут произойти одновременно, поэтому у них есть общие исходы. На диаграмме Венна их области пересекаются, и это важно для правильного подсчёта вероятности объединения.

## Нет пересечения

Несовместимые события не имеют общих исходов и не могут случиться вместе. Это не делает их независимыми или зависимыми автоматически: для каждого случая нужно проверять отдельный смысл и формулу.



# Что такое независимость

1

## Идея независимости

События считают независимыми, если наступление одного не изменяет вероятность другого. Это удобный критерий для опытов, где результаты формируются отдельно и не передают информацию друг о друге.

2

## Формула связи

Формально для независимых событий выполняется равенство  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ . Оно показывает, что вероятность совместного наступления равна произведению отдельных вероятностей.

3

## Практическая проверка

Проверка смыслом проста: если узнаёшь, что одно событие уже произошло, и оценка второго не меняется, значит, между ними нет зависимости. Такой подход особенно полезен в задачах на эксперименты и серии испытаний.

# Независимость на примере монеты

1

## Два отдельных броска

При двух подбрасываниях монеты каждый опыт проходит одинаково, поэтому исход первого броска не влияет на второй. Это классический пример независимых событий в вероятности.

2

## Расчёт вероятности

Вероятность получить два орла подряд равна  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ . Здесь произведение отражает независимость испытаний и позволяет быстро посчитать итоговый шанс.

# Условная вероятность простыми словами

1

## Что меняется в задаче

Условная вероятность нужна, когда уже известно, что одно событие произошло. Тогда рассматривают не весь набор исходов, а только те, которые согласуются с условием.

2

## Как читается запись

Запись  $P(A|B)$  читается как вероятность события  $A$  при условии  $B$ . Она показывает, насколько вероятно  $A$  внутри ограниченного пространства исходов, где  $B$  уже считается выполненным.

3

## Почему это удобно

Такой способ особенно удобен, когда условие резко сужает выбор. Вместо полного перебора достаточно работать только с нужной частью исходов и не учитывать лишнее.

# Условная вероятность в карточном примере

## Сужение выбора

В колоде 36 карт после условия «карта красная» остаются только червы и бубны. Это значит, что исходное множество уже сокращено до 18 карт.

## Подсчёт внутри условия

Среди красных карт 9 червей. Поэтому вероятность того, что выбранная карта окажется червовой, равна  $9/18$ , то есть  $\frac{1}{2}$ . Условие напрямую задаёт знаменатель дроби.

## Логика решения

Главная идея примера: сначала учитывается дополнительная информация, а затем считаются только подходящие варианты. Такой приём помогает избегать лишних вычислений и ошибок в знаменателе.

# Правило дополнения

1

## Основная формула

Правило дополнения связывает событие и его противоположность: сумма их вероятностей равна 1. Поэтому вероятность дополнения удобно находить как  $1 - P(A)$ .

2

## Когда применять

При решении задач это особенно полезно, когда прямой подсчёт слишком длинный. Иногда проще найти шанс, что событие не произошло, а затем вычесть его из единицы.

3

## Удобный приём

Например, в двух бросках монеты событие «хотя бы один орёл» легче получить через противоположное событие «ни одного орла». Такой подход сокращает вычисления и делает решение нагляднее.

# Вероятность выбора не красного шара

Задача решается через противоположное событие: вместо подсчёта всех не красных шаров достаточно вычесть долю красных из единицы.

Дополнение позволяет быстро получить ответ:  
 $P(\text{не красный}) = 1 - 3/10 = 7/10$ .

| Событие    | Вероятность |
|------------|-------------|
| Красный    | 3/10        |
| Не красный | 7/10        |

Условие: из 10 шаров 3 красных.

# Сравнение событий на кубике



| Объект     | Состав  |
|------------|---------|
| A          | 2, 4, 6 |
| B          | 5, 6    |
| $A \cap B$ | 6       |

Для кубика удобно сразу выписать оба события и их общее пересечение. Таблица показывает, какие исходы входят в каждое множество и где они совпадают.

Пересечение содержит только общий исход 6, поэтому вероятность объединения нужно считать с учётом этого пересечения.

Условие: A — чётное, B — больше 4, для стандартного кубика.



# Схема решения двухшаговой задачи

Переход от вероятности одного успеха к вероятности события «хотя бы один успех» через дополнение и независимость.



# Частые ошибки в задачах

## Путаница операций

Чаще всего путают объединение и пересечение: вместо «хотя бы одно» записывают «оба», или наоборот. Полезно каждый раз переводить символы на обычный язык и проверять смысл условия.

## Двойной счёт

Ещё одна ошибка — забывать вычитать пересечение при совместимых событиях. Если общие исходы посчитать дважды, итоговая вероятность получится завышенной и не совпадёт с реальностью.

## Ложное отождествление

Совместимость не означает независимость. Два события могут происходить вместе, но всё равно влиять друг на друга, поэтому перед выбором формулы важно отдельно проверить смысл зависимости.

## Неиспользованное дополнение

Многие задачи проще решать через дополнение, но этот приём часто игнорируют. Если искать противоположное событие легче, то решение становится короче и надёжнее.

## Ошибка в условии

Условную вероятность нельзя считать как обычную, если пространство исходов уже сокращено. Сначала нужно учесть известное условие, а затем пересчитать вероятности внутри нового набора вариантов.

# ***Главное, что стоит сохранить***

События задают язык всей теории вероятностей: они позволяют точно описывать условия, сравнивать исходы и выбирать верную формулу. Если понимать операции, независимость и условную вероятность, большинство школьных задач становится логичнее и прозрачнее.