



Разложение многочленов на множители

Учимся превращать сумму в удобное произведение.

Зачем нужно разложение на множители

Этот приём помогает упрощать выражения, сокращать дроби и быстрее решать уравнения. Он делает запись короче и позволяет увидеть общую часть в разных слагаемых.



Что такое многочлен и множители

Многочлен

Многочлен составлен из одного или нескольких одночленов, соединённых знаками сложения или вычитания. Его вид может быть простым, но правила работы с ним остаются одинаковыми.

Множители

Множители — это выражения, произведение которых даёт исходный многочлен. Если правильно подобрать множители, можно записать одно и то же выражение в более удобной форме.

Смысл преобразования

Разложение на множители не меняет значение выражения. Меняется только запись: вместо суммы или разности мы получаем произведение, которое легче анализировать и проверять.

Связь умножения и разложения



Распределительное свойство

Правило $a(b+c)=ab+ac$ показывает, как умножение раскрывает скобки. Тот же закон можно использовать в обратную сторону, чтобы увидеть общий множитель и вынести его.

Две обратные операции

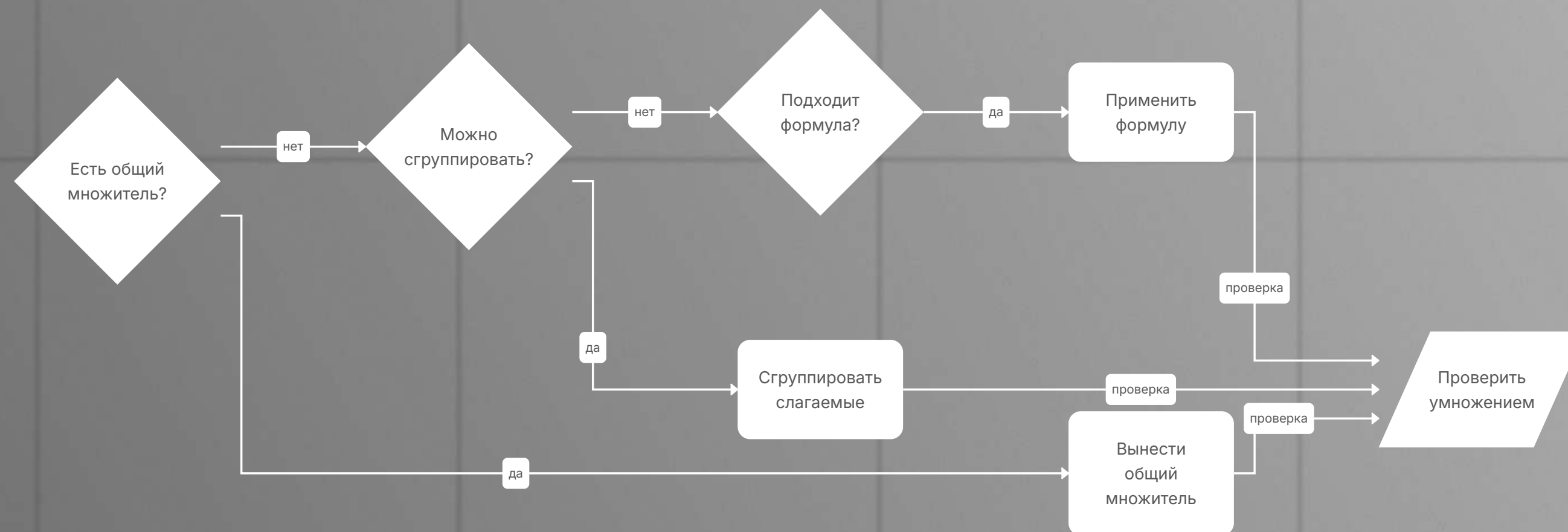
Раскрытие скобок и разложение на множители — это противоположные действия. Если одно преобразование выполнено верно, другое должно вернуть исходное выражение без изменений.

Простой пример

Из записи $2(x+3)$ получается $2x+6$, а из $3(a-b)$ — $3a-3b$. Такие примеры помогают увидеть, как произведение переходит в сумму или разность.

Выбор способа разложения

Последовательность помогает подобрать подходящий приём и проверить результат.



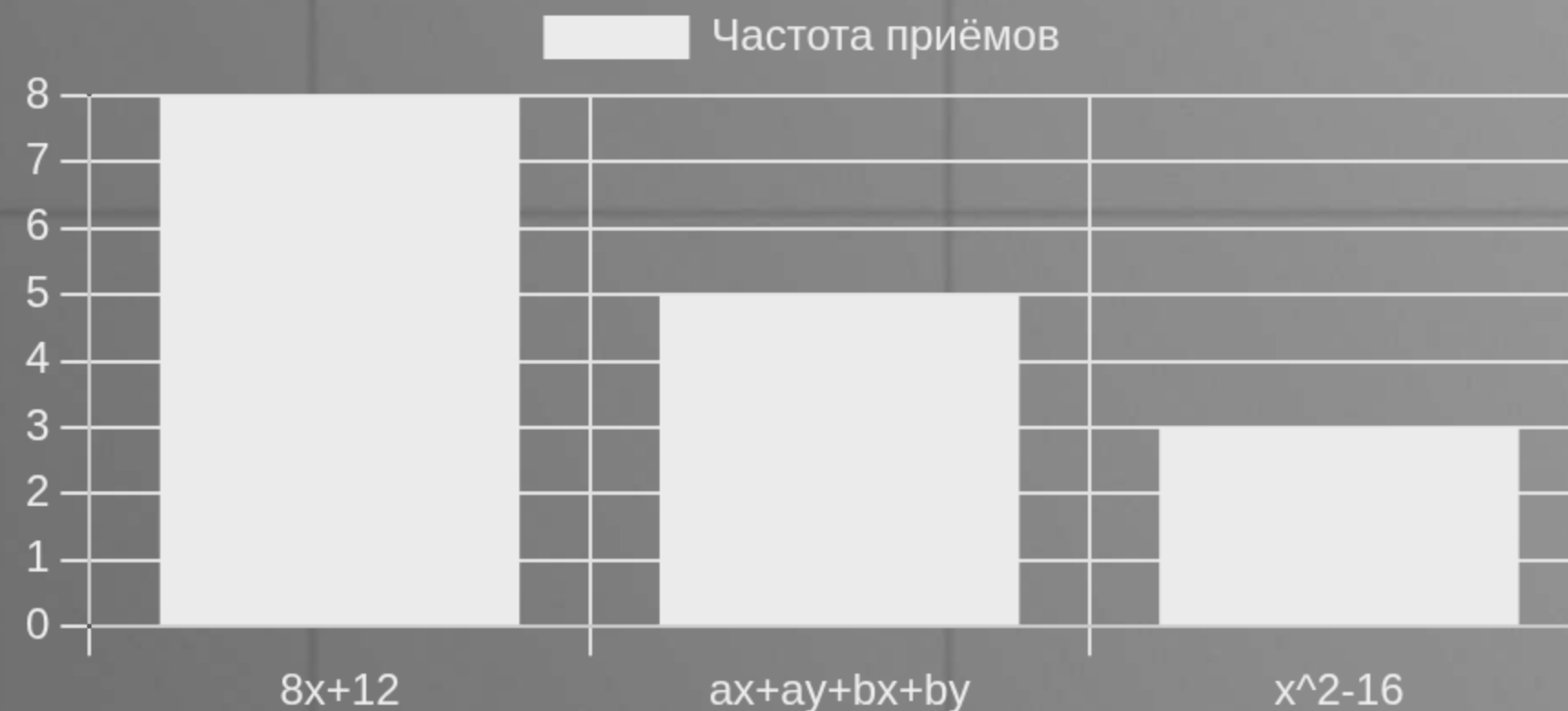
Основные способы разложения

Способ	Признак	Пример
Общий множитель	Одинаковая часть	$12x+18=6(2x+3)$
Группировка	Удобно разбить попарно	$ax+ay+bx+by=(a+b)(x+y)$
Разность квадратов	Вид a^2-b^2	$x^2-25=(x-5)(x+5)$

В таблице показаны самые важные приёмы разложения многочленов на множители в 7 классе.

Сначала чаще ищут общий множитель, затем проверяют группировку и знакомые формулы.

Какие приёмы встречаются чаще всего



Учебные примеры по теме «Разложение многочленов на множители»

Диаграмма показывает не точную статистику, а сравнение типичных ситуаций в школьных заданиях. Она помогает заметить, какие выражения чаще всего удобно раскладывать первым способом.

Наиболее естественный старт — поиск общего множителя; остальные приёмы применяются, когда он не подходит.

Вынесение общего множителя

Найти общую часть

1

Сначала нужно посмотреть, что повторяется во всех слагаемых: число, буква или целое выражение. Именно эта общая часть становится множителем, который выносят за скобки.

Разделить каждый член

2

После выноса общего множителя каждый член многочлена делят на него. Так выражение $12x+18$ превращается в $6(2x+3)$, а $3a+3b$ — в $3(a+b)$.

Проверить результат

3

Чтобы убедиться в правильности, раскрывают скобки обратно. Если получается исходный многочлен, значит общий множитель найден верно и разложение выполнено без ошибок.

Разложение способом группировки



Разбить на пары

Сначала выражение делят на две удобные группы. Это помогает заметить одинаковые множители и подготовить запись к следующему шагу.



Вынести из каждой группы

Из каждой пары выносят общий множитель отдельно. В примере $ax+ay+bx+by$ появляется запись $a(x+y)+b(x+y)$, где скобки уже совпадают.



Получить общую скобку

Когда одинаковая скобка повторяется, её можно вынести ещё раз. Тогда получается $(a+b)(x+y)$, то есть выражение записано в виде произведения.



Удобно для четырёх слагаемых

Этот приём особенно полезен, когда многочлен состоит из четырёх членов. В таких заданиях часто сразу видны две пары с одинаковой структурой.

Формулы сокращённого умножения

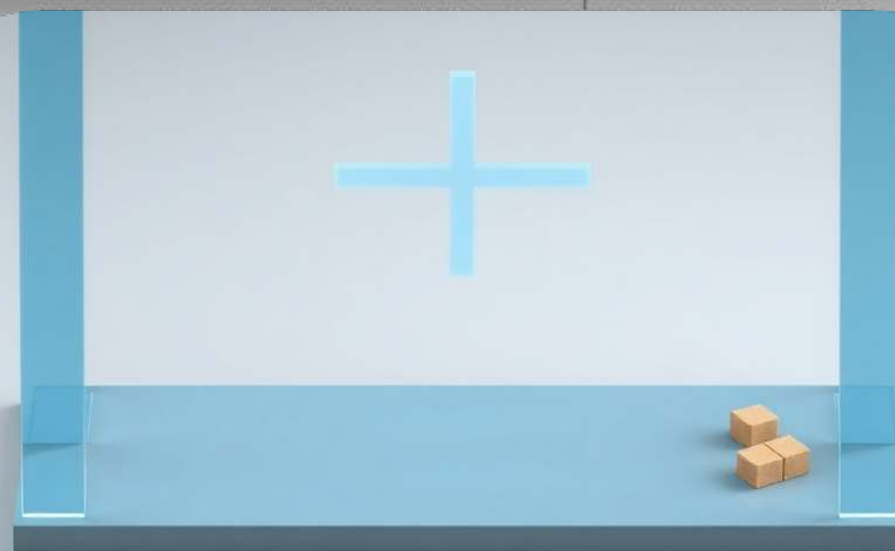
Разность квадратов

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ позволяет быстро раскладывать выражения, где два квадрата соединены знаком минус. По ней удобно работать с примерами $x^2 - 49$ и $9y^2 - 16$. На схеме рядом можно показать исходную запись и два множителя.



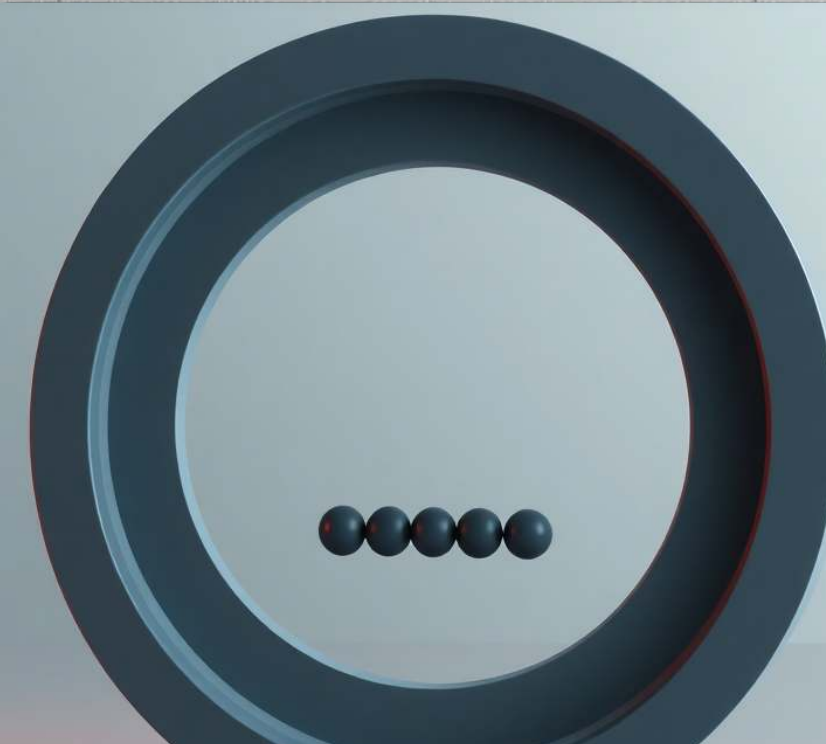
Квадрат суммы

Если выражение выглядит как $a^2 + 2ab + b^2$, его можно сразу записать в виде $(a + b)^2$. Эта формула помогает узнавать завершённый квадрат и не делать лишних вычислений. На иллюстрации удобно рядом показать обе формы записи.

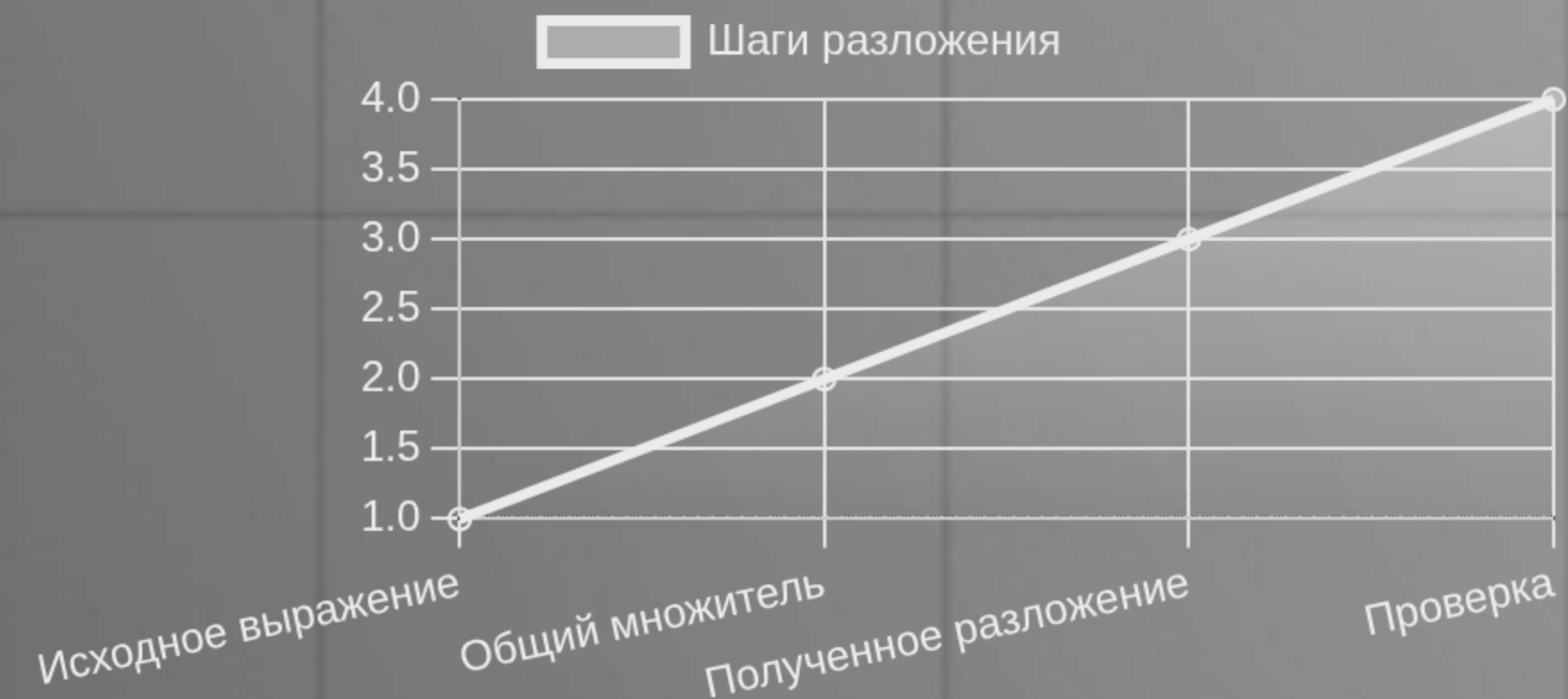


Квадрат разности

Формула $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ похожа на предыдущую, но средний член имеет минус. Она часто встречается в задачах, где важно распознать структуру выражения по виду, а не только по числам и буквам.



Как выглядит разложение на примере



Учебный материал презентации, иллюстративная схема

Схема показывает не только ответ, но и последовательность действий: сначала находят общую часть, затем записывают произведение и обязательно проверяют результат.

Разложение удобно рассматривать как цепочку шагов: поиск, запись и проверка.

2

**минуса в записи помогают сразу
увидеть разность квадратов
и аккуратно сохранить знаки**

Удобный приём особенно полезен, когда
выражение нужно привести к знакомому
виду перед разложением.

Учебный материал презентации

Проверка разложения на примерах

Исходное	Разложение	Проверка
$8x+12$	$4(2x+3)$	верно
x^2-16	$(x-4)(x+4)$	верно
x^2+6x+9	$(x+3)^2$	верно

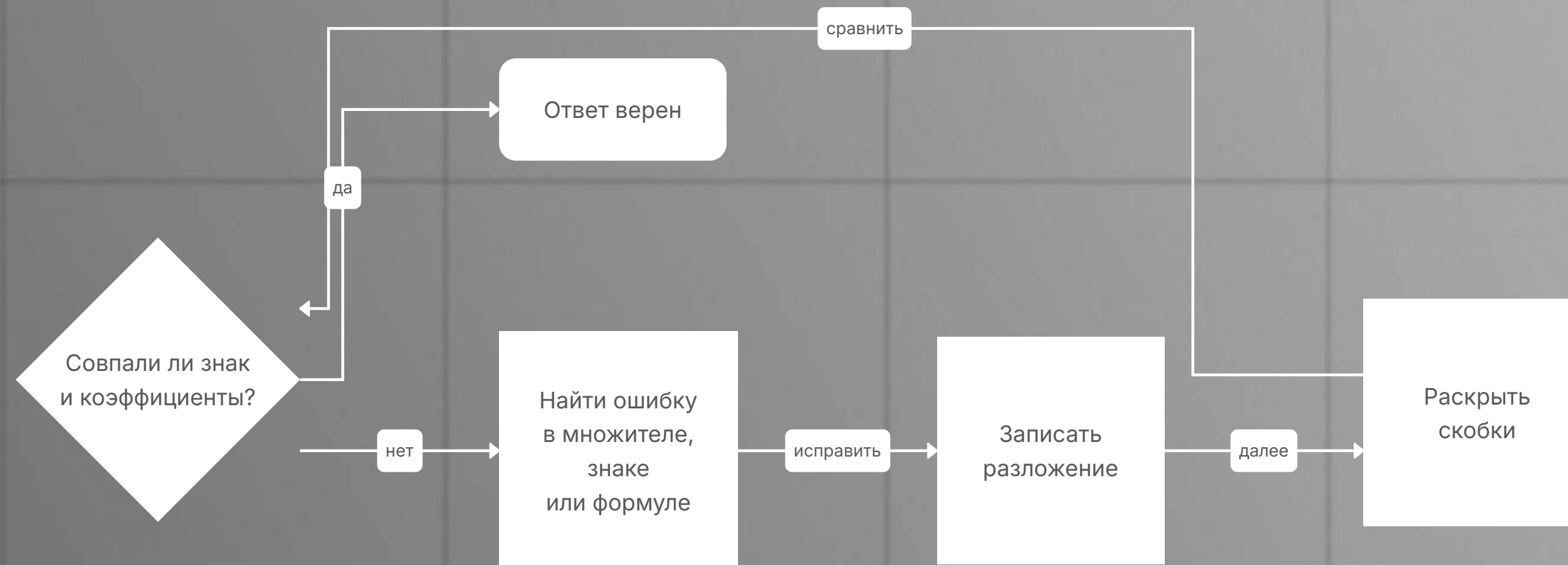
Учебный материал презентации

Сравнение исходного выражения, разложения и проверки помогает быстро убедиться, что преобразование выполнено верно.

Во всех примерах проверка сводится к раскрытию скобок и сравнению с исходным многочленом.

Проверка правильности разложения

Последовательность проверки составлена по шагам учебного алгоритма: от записи ответа до сравнения знаков и коэффициентов.



Типичные ошибки в 7 классе

Пропускают общий множитель

Часто выражение можно упростить сразу, но ученик оставляет его без изменений. Из-за этого теряется самый короткий и удобный способ разложения, который нужно замечать первым.

Путают знаки

Ошибки со знаком минус возникают при вынесении множителя и при раскрытии скобок. Особенно важно внимательно проверять, как меняются знаки внутри и снаружи скобок.

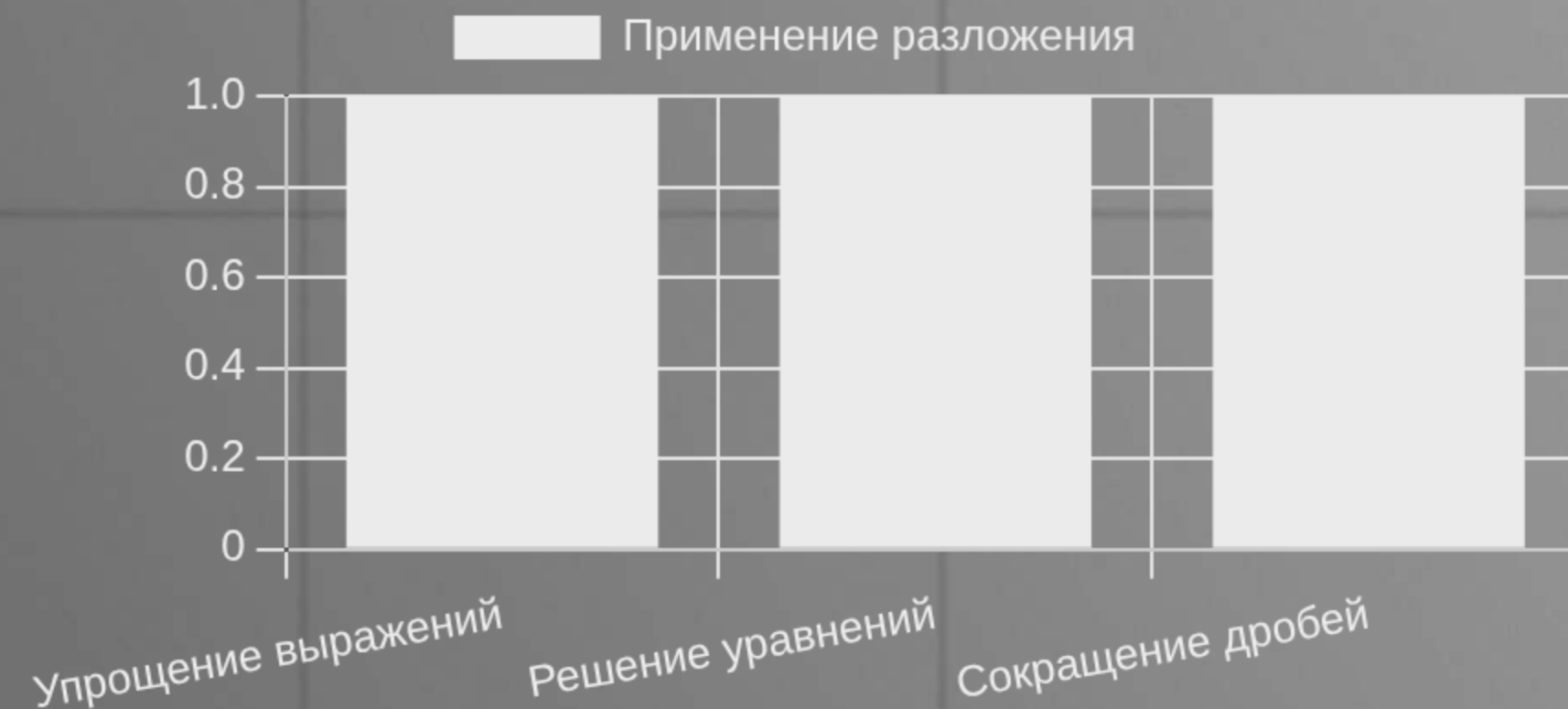
Выбирают неверную формулу

Иногда разность квадратов путают с квадратом разности. Из-за этого получают неправильный ответ, хотя внешне запись может выглядеть почти похоже на верную.

Не делают проверку

Проверка раскрытием скобок помогает заметить лишний или пропущенный множитель. Без неё даже аккуратно записанное решение может содержать незаметную ошибку в коэффициенте.

Зачем разложение нужно в задачах



Учебный материал презентации

Во всех трёх случаях разложение помогает увидеть одинаковые множители и перейти к более короткой записи без лишних преобразований.

Разложение полезно не само по себе, а как инструмент для упрощения вычислений и преобразований.

Разложение в жизни и других предметах



Площадь прямоугольника

Если стороны прямоугольника записаны через сумму или разность, площадь удобно представить как произведение. Затем это произведение можно раскрыть и получить исходную запись.

Физические модели

В формулах движения и других физических зависимостях разложение помогает выделить общую часть, сократить запись и заметить повторяющиеся множители при вычислениях.

Переход между формами

Одна и та же величина может быть записана по-разному: как сумма или как произведение. Умение переходить между этими формами делает решения короче и понятнее.

Мини-тренировка для закрепления

1 Общий множитель

Попробуй разложить выражение $5a+10$. Сначала найди число, которое делит оба слагаемых, а затем запиши произведение так, чтобы при раскрытии скобок получилось исходное выражение.

2 Разность квадратов

Выражение x^2-49 удобно записать через формулу разности квадратов. Сравни его с видом a^2-b^2 и подставь подходящие значения вместо букв.

3 Вынесение множителя

Для $2x^2+8x$ сначала ищи общий множитель у всех слагаемых. После вынесения проверь, что в скобках осталось выражение без лишних общих множителей.

4 Группировка

В выражении $ab+ac+db+dc$ удобно объединить слагаемые попарно. Посмотри, какая общая скобка возникает в каждой группе, и запиши итог в виде произведения.

Краткая памятка по выбору способа

Способ	Признак	Пример
Общий множитель	есть общая часть	$6x+9=3(2x+3)$
Группировка	удобно разбить на пары	$ax+ay+bx+by=(a+b)(x+y)$
Формулы	похоже на квадрат	$x^2-25=(x-5)(x+5)$

Таблица помогает быстро сопоставить вид выражения с подходящим способом разложения и примером.

Сначала ищут общий множитель, затем пробуют группировку и только после этого проверяют формулы сокращённого умножения.

Разложение делает выражения удобнее

Разложение многочленов показывает, как сумма превращается в произведение. Этот приём помогает упрощать выражения, решать уравнения и проверять ответы, а раскрытие скобок подтверждает правильность результата.