

Определение подобных треугольников

Одинаковая форма, разные размеры — это подобие треугольников.



Где встречаются подобные треугольники

Подобие позволяет сравнивать фигуры, которые выглядят одинаково, но имеют разные размеры. Оно встречается в чертежах, картах, макетах и измерениях, где важно работать с пропорциями и углами.

Что значит, что треугольники подобны

■ Равные углы

У подобных треугольников соответствующие углы одинаковы, поэтому форма фигуры не меняется. Меняться могут только размеры, а значит, треугольник можно увеличить или уменьшить без потери сходства.

■ Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных треугольников относятся друг к другу одинаково. Если одна сторона увеличилась в несколько раз, все остальные изменяются в том же отношении.

■ Запись подобия

Подобие записывают так: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Порядок букв показывает, какие вершины, углы и стороны нужно сравнивать между собой.

Равные углы у подобных треугольников



Три пары углов

У подобных треугольников все соответствующие углы равны попарно. Это главный признак одинаковой формы, даже если один треугольник больше или меньше другого.



Размер не влияет

При увеличении или уменьшении фигуры углы сохраняются. Поэтому треугольники с одинаковыми углами остаются подобными, независимо от длины их сторон.



Одинаковая форма

Если углы совпадают, контур треугольника повторяется точно. Именно поэтому равенство углов позволяет быстро распознавать подобные фигуры.

Сходственные стороны и коэффициент подобия

Какие стороны сравнивают

Сходственными называют стороны, которые лежат напротив равных углов. Именно их длины сравнивают в подобных треугольниках, чтобы установить соответствие между фигурами.

Одинаковое отношение

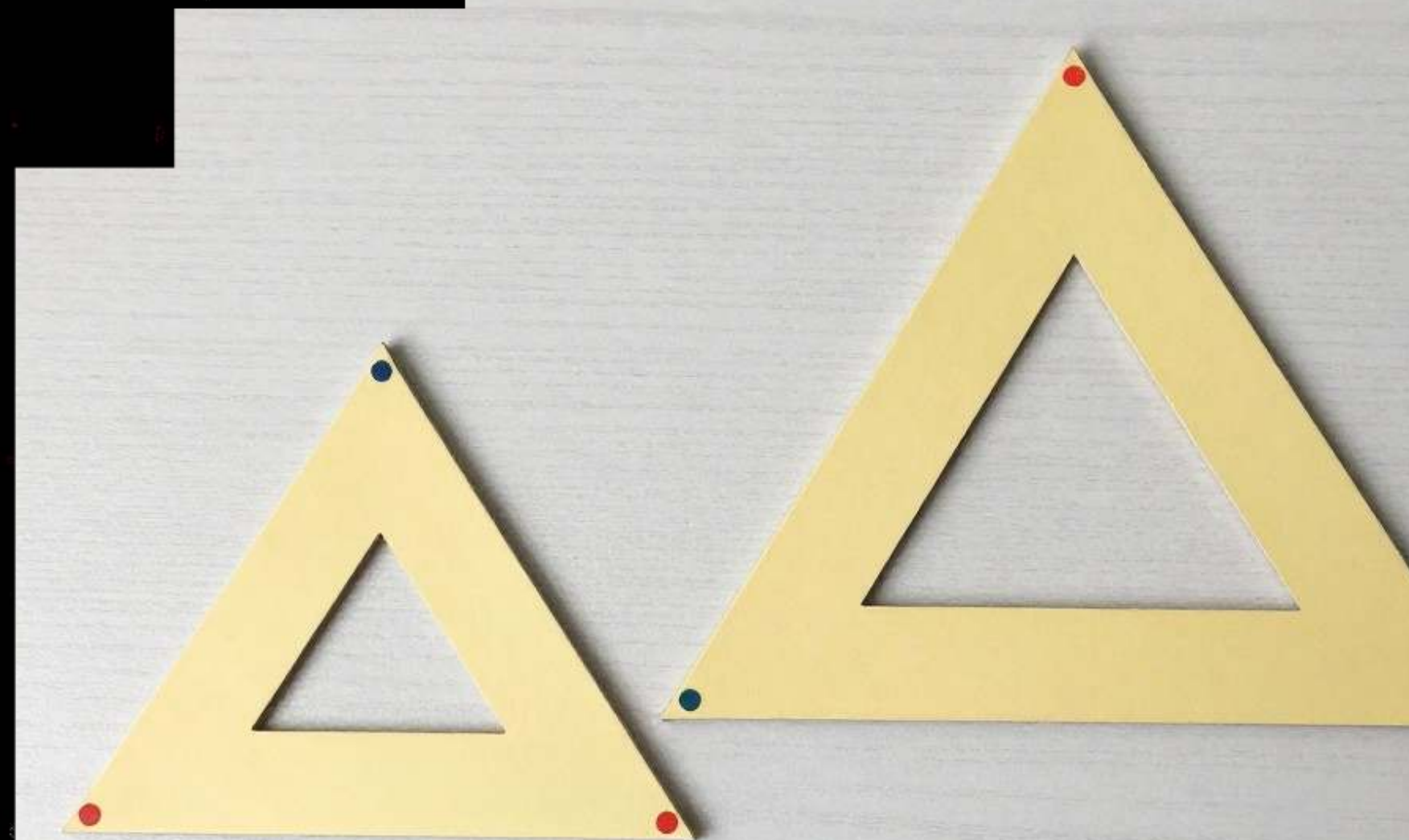
Для всех пар сходственных сторон отношение одинаково. Это означает, что треугольники отличаются только масштабом, а не формой, и их можно сравнивать через одно число.

Коэффициент подобия

Это общее отношение соответствующих сторон, обозначаемое буквой k . Если $k = 3$, то каждая сторона второго треугольника в три раза больше соответствующей стороны первого.

Что показывает рисунок

На схеме удобно видеть одинаковую форму и разные размеры двух треугольников. Подписи вершин и сторон помогают не перепутать соответствующие элементы при сравнении.



Как изменяются стороны при одном коэффициенте



На графике видно, что каждая сторона возрастает в одинаковое число раз, поэтому сравнение удобно вести по отношениям.

Все соответствующие стороны изменяются пропорционально; коэффициент 2 подтверждает подобие и сохраняет форму треугольника.

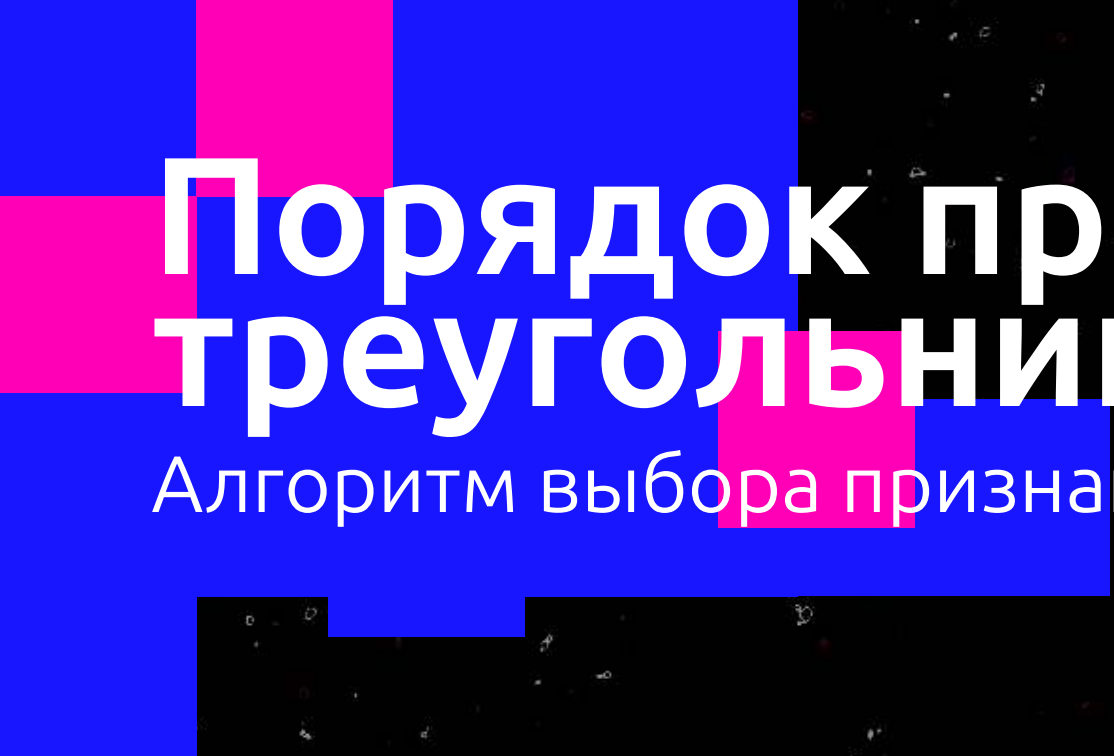
Составлено по данным из условия задания.

Три признака подобия треугольников

Основные признаки подобия удобно сравнить в одной таблице: по углам, по двум сторонам и углу между ними, по трём сторонам.

Достаточно проверить один из трёх признаков, чтобы доказать подобие треугольников.

Признак	Что сравнивают	Коротко
AA	2 угла	по углам
SAS	2 стороны + угол	по пропорции
SSS	3 стороны	по сторонам



Порядок проверки подобия треугольников

Алгоритм выбора признака подобия по данным задачи

Признак подобия по двум углам

1

Сравнение двух углов

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, треугольники подобны. Этого достаточно, чтобы установить одинаковую форму без дополнительных вычислений.

2

Третий угол тоже совпадает

Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому при равенстве двух углов автоматически совпадает и третий. Это подтверждает полное соответствие фигур.

3

Самый удобный признак

Признак AA особенно полезен в задачах, где известны только углы. Он позволяет быстро сделать вывод о подобии и сэкономить время на проверках.

Признак подобия по двум сторонам и углу между ними

Шаг 1. Выбрать стороны

Сначала находят две стороны одного треугольника и две соответствующие стороны другого. Важно, чтобы именно эти стороны должны сравниваться между собой.

Шаг 2. Проверить угол

Затем сравнивают угол между выбранными сторонами. Если он одинаковый, появляется основание для использования признака SAS.

Шаг 3. Сделать вывод

Когда стороны пропорциональны, а угол между ними равен, треугольники подобны. Этот способ часто применяют в чертежах, построениях и измерительных задачах.

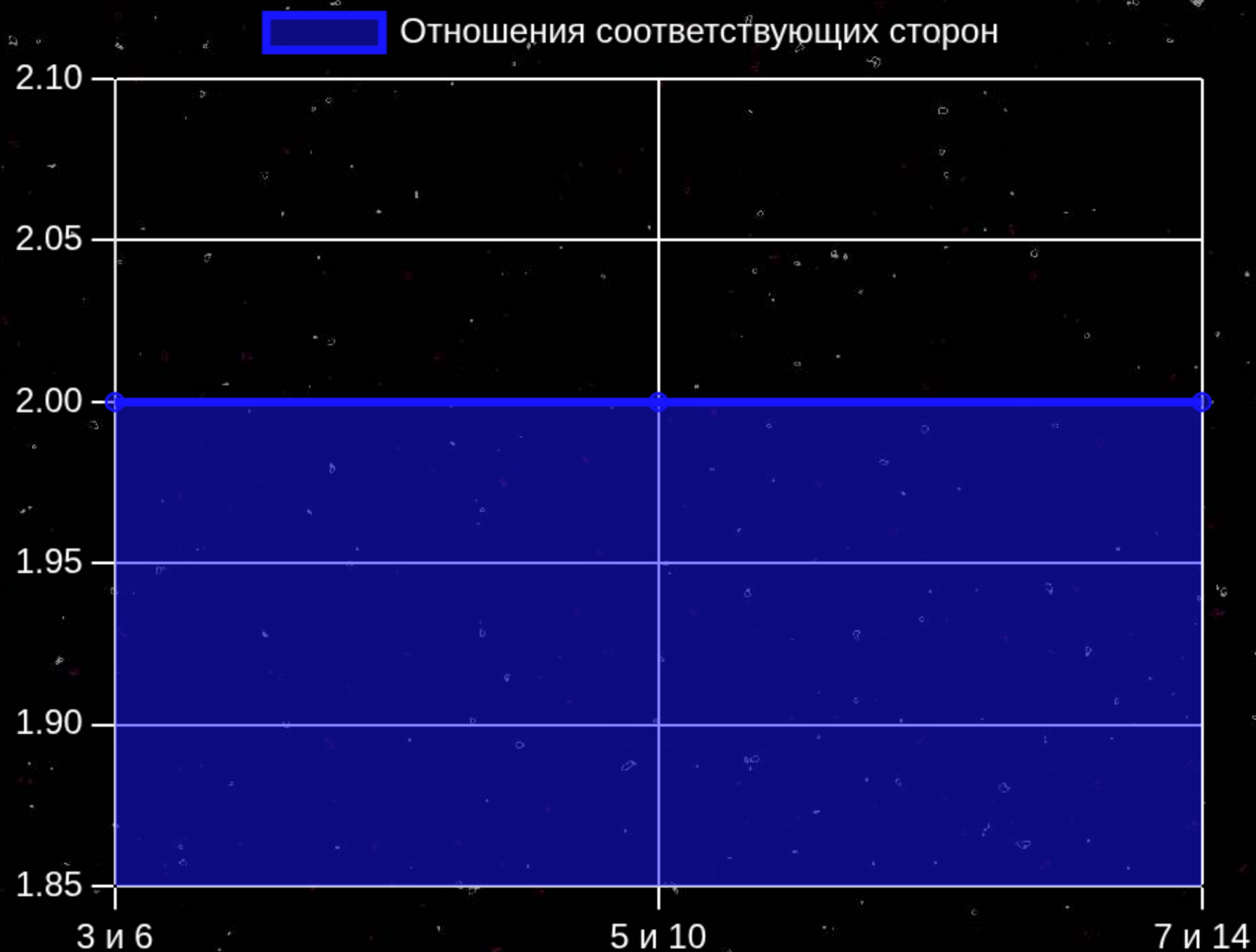
Этот признак полезен, когда в задаче известны только длины сторон и нужно быстро проверить одинаковую форму фигур.

Школьный курс геометрии: признак подобия по трём сторонам (SSS).

3

сторон достаточно, чтобы доказать подобие без сравнения углов.

Сравнение коэффициента подобия в примерах



На графике видно, что одинаковое отношение сохраняется для всех пар сторон, а значит, треугольники имеют одну и ту же форму.

Постоянное значение отношения равно 2, поэтому данные треугольники подобны, а второй треугольник вдвое больше первого.

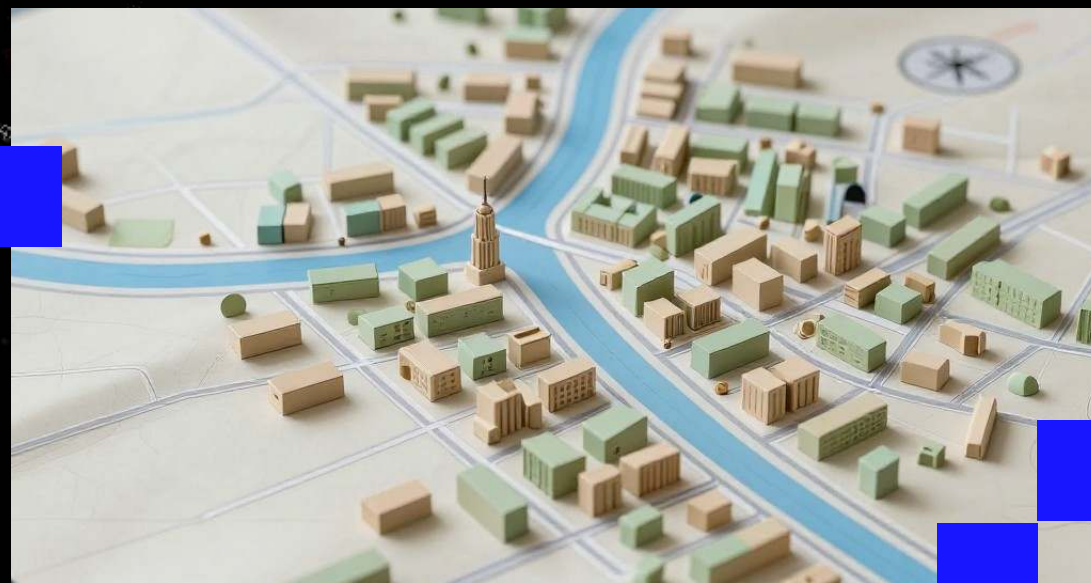
Иллюстративные числовые примеры по теме подобия треугольников; 2025.

Подобие в жизни: масштаб и модели



Чертёж, который помогает строить

Когда архитектор делает план здания, он уменьшает реальные размеры, сохраняя пропорции. По такому чертежу можно точно рассчитать комнаты, стены и расстояния между объектами. Без подобия правильный план превратился бы просто в рисунок без измерений.



Карта как уменьшенная реальность

На карте улицы, реки и здания выглядят намного меньше, чем в действительности, но их взаимное расположение остаётся верным. Благодаря этому можно ориентироваться в городе, выбирать маршрут и оценивать расстояния, не измеряя местность напрямую.



Модель, по которой удобно сравнивать

Макет моста или здания позволяет увидеть форму объекта до строительства. Инженер проверяет, как будут выглядеть опоры, пролёты и углы соединения. Подобие делает модель понятной и полезной для точных расчётов.

Свойства подобных треугольников

Свойство	Изменение	При $k=2$
Углы	сохраняются	без изменений
Стороны	умножаются	в 2 раза
Площадь	изменяется	в 4 раза

Сравните, что сохраняется и как изменяются размеры при подобии.

Углы и форма не меняются, а размеры растут по правилу коэффициента подобия; площадь изменяется быстрее, чем стороны.

Свойства подобных фигур из школьного курса геометрии.

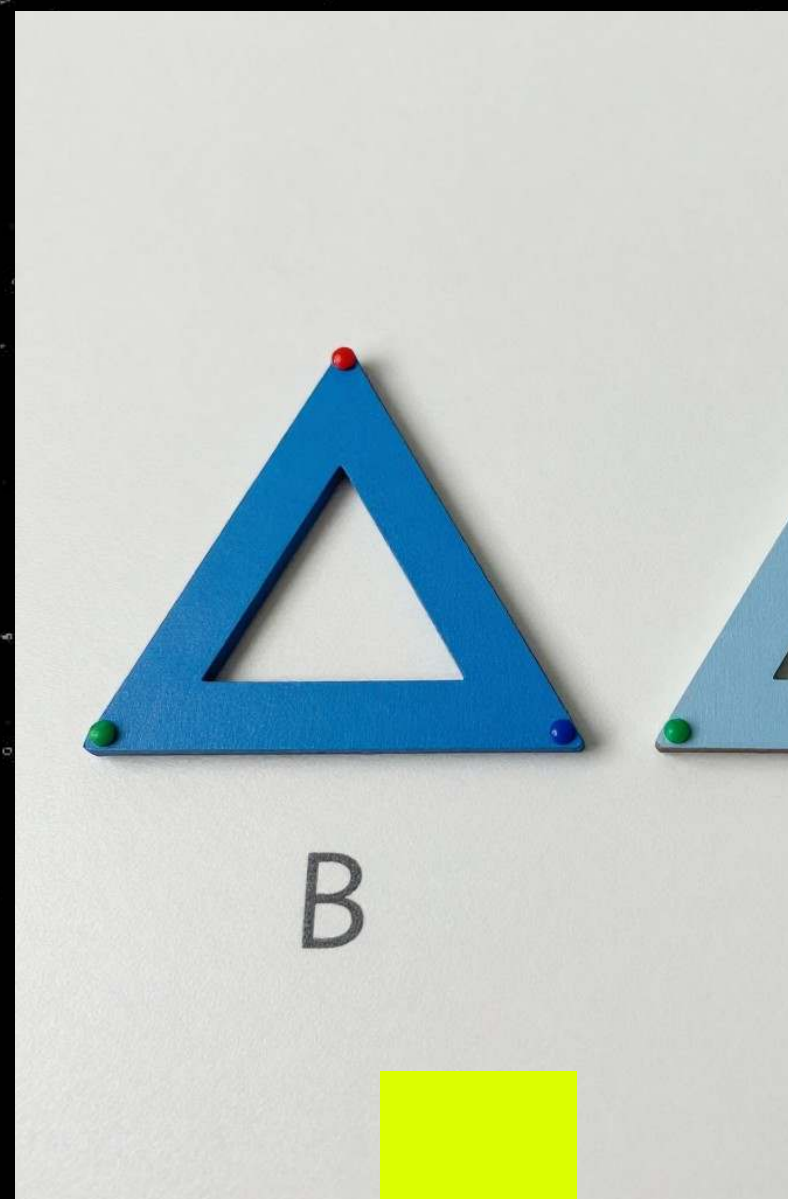
Частые ошибки при определении подобия

Неверное соответствие вершин

Если перепутать вершины, можно сравнить не те углы и стороны. Тогда вывод будет ошибочным, даже если на рисунке треугольники кажутся похожими.

Проверка только по длинам

Одинаковые или близкие длины ещё не доказывают подобие. Нужно обязательно установить правильный порядок соответствующих сторон и убедиться, что выполняется один из признаков.



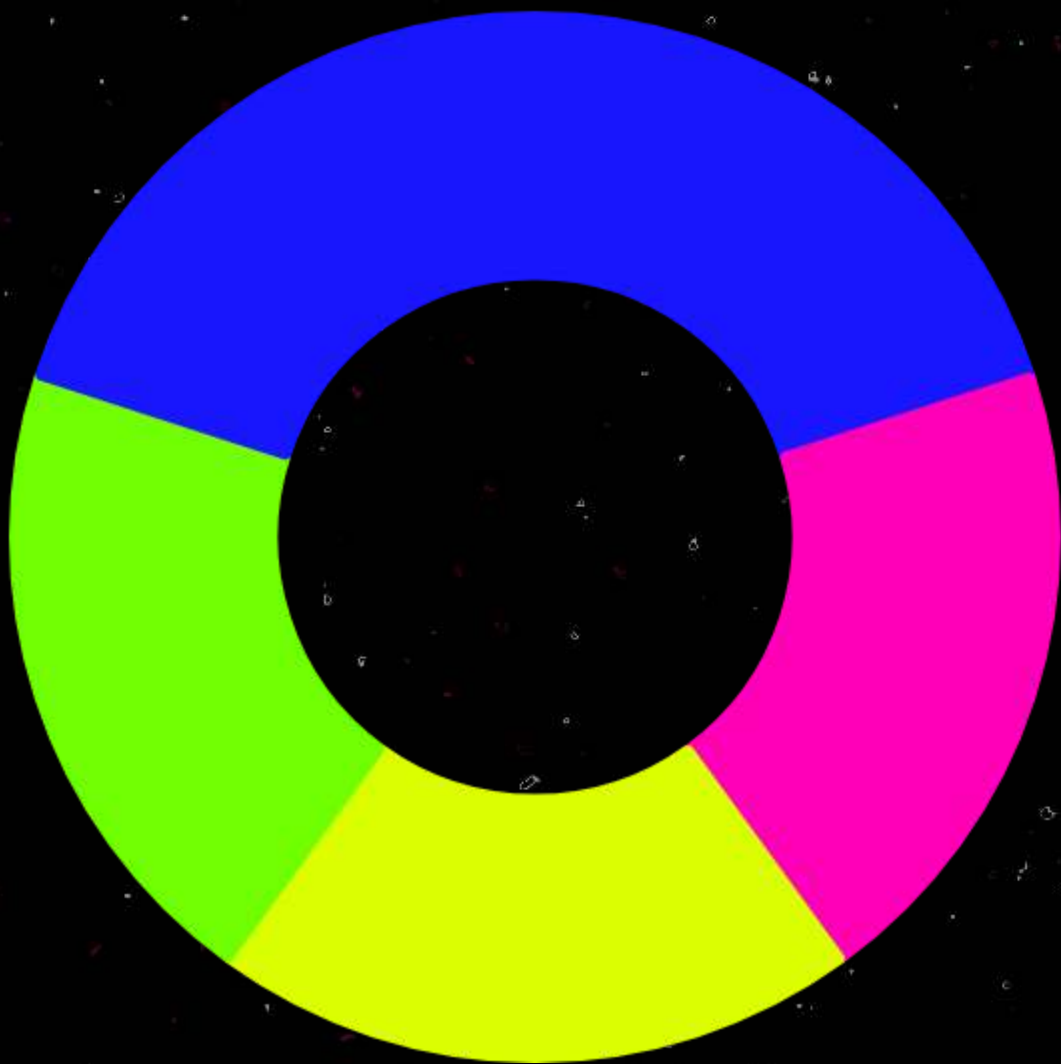
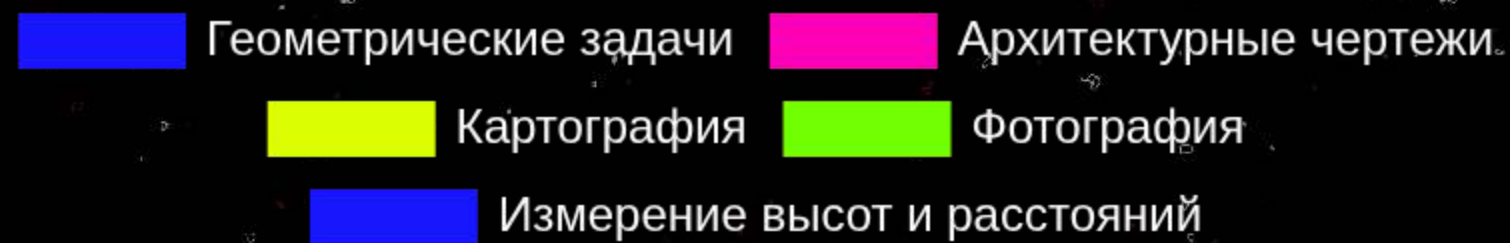
Путаница с равенством

Равные треугольники совпадают и по форме, и по размеру, а подобные могут отличаться масштабом. Поэтому эти понятия нельзя заменять друг другом.

Как записывают соответствие вершин

Схема показывает, как по равным углам устанавливают порядок соответствующих вершин и записывают подобие треугольников.

Где используют подобные треугольники



Подобие особенно помогает, когда объект нельзя измерить напрямую: например, слишком высокое здание, широкую реку или длинную тень.

Во всех сферах важны одна форма и разный масштаб, поэтому подобие удобно для моделей, планов и косвенных измерений.

Тематическая схема применения подобия в школьном курсе геометрии; значения условные.

Как подобие помогает в вычислениях

1

Находим неизвестную сторону

Если известен коэффициент подобия, можно сразу вычислить недостающую сторону, умножив или разделив известную длину. Это экономит время и помогает избежать лишних построений.

2

Считаем периметр

Периметры подобных фигур меняются так же, как и стороны, то есть в k раз. Поэтому достаточно знать один коэффициент, чтобы быстро сравнить суммы сторон.

3

Определяем площадь

Площадь меняется в квадрате коэффициента подобия. Поэтому при увеличении сторон в 2 раза площадь возрастает уже в 4 раза, а не в 2.

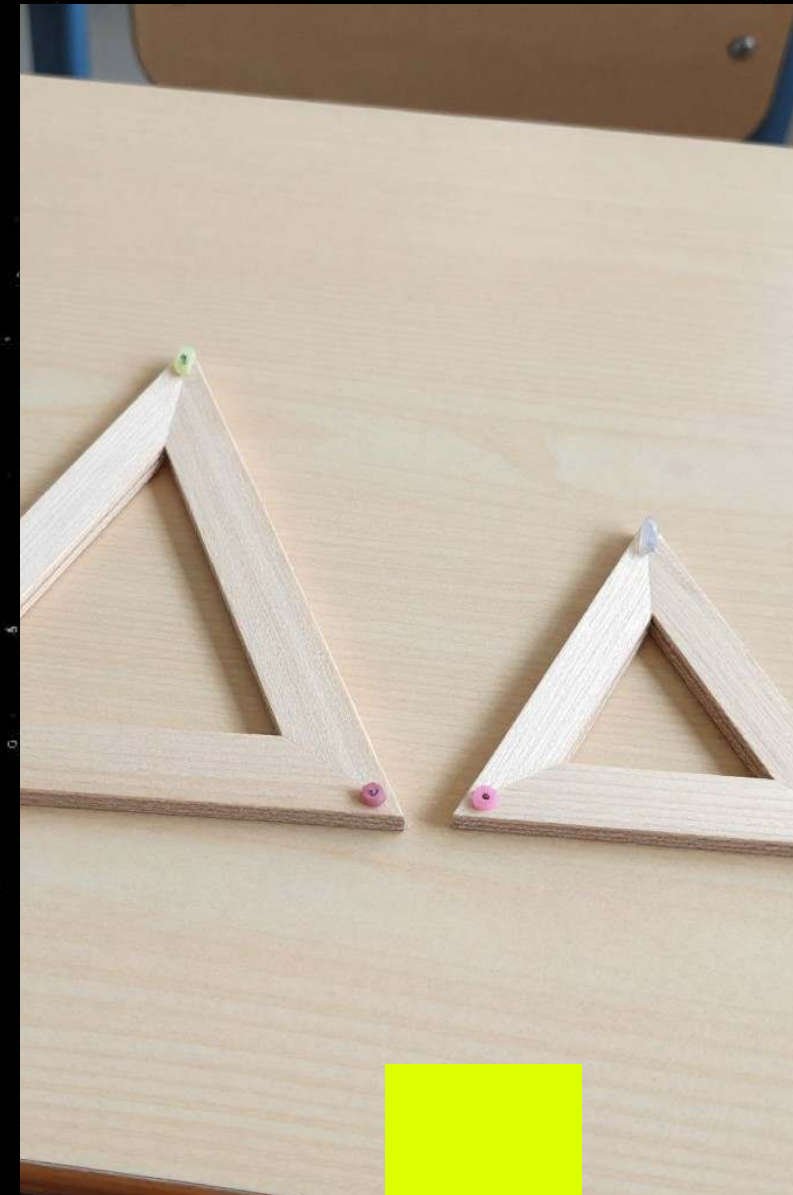
Мини-пример распознавания подобия

Сравнение углов

Если у двух треугольников углы равны 50° , 60° и 70° , то они подобны по признаку двух углов. Достаточно совпадения двух пар, чтобы сделать вывод о третьем угле.

Проверка сторон

Для треугольников со сторонами 4 см, 6 см, 8 см и 2 см, 3 см, 4 см отношения соответствующих сторон одинаковы. Это значит, что коэффициент подобия равен 2.



Итог по примеру

Оба набора данных подтверждают подобие, но используют разные признаки. В задачах важно выбрать тот способ проверки, который лучше подходит к данному условию.



Подобие: ключ к сравнению фигур

Подобные треугольники узнают по равным углам и пропорциональным сторонам. Зная признаки подобия, легко решать задачи, работать с масштабом и находить неизвестные размеры.