

Центрально- симметричные фигуры и их свойства

Как точка меняет фигуру при повороте
на 180° ?





Зачем нужна центральная симметрия в 7 классе

Эта тема показывает, как фигуры сохраняют размер и форму при преобразовании. Она помогает строить чертежи, работать с координатами и лучше понимать свойства многоугольников.



Определение центральной симметрии

Точка и её образ

Если точка A и её образ A' симметричны относительно центра O , то они лежат на одной прямой. Центр O делит отрезок AA' пополам.

Три главных объекта

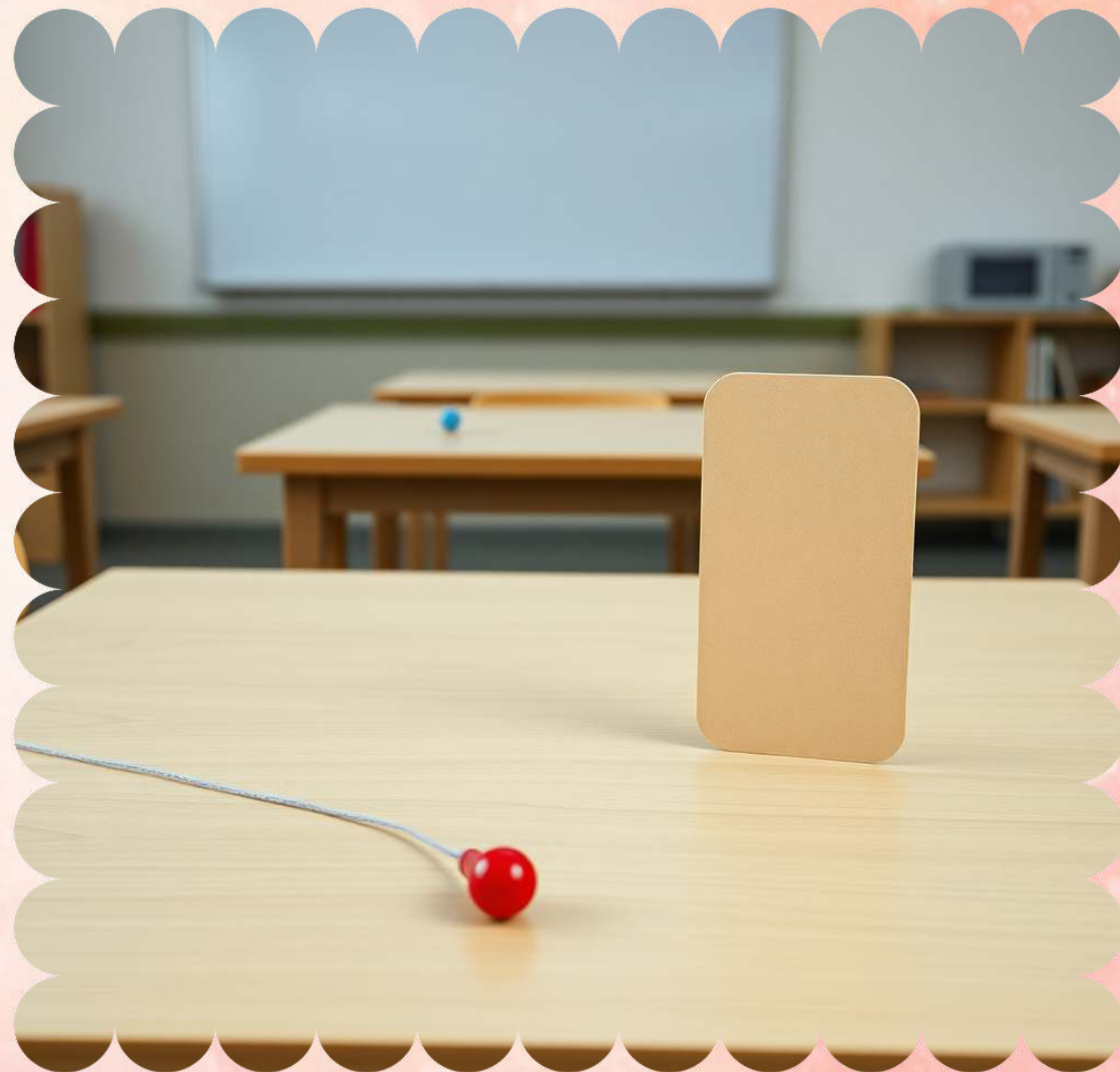
При построении всегда важно не перепутать исходную точку, её образ и центр. Именно эти три элемента позволяют точно выполнить симметричное преобразование.

Правило для фигуры

Фигура называется центрально-симметричной, если каждой её точке можно сопоставить точку-образ по одному и тому же правилу относительно выбранного центра симметрии.

Почему это удобно

Такое описание даёт чёткий способ проверять симметрию и строить новые фигуры без догадок, опираясь только на расстояния и прямую через центр.



Как выглядит симметрия относительно точки



Точки по разные стороны

Точка A' располагается на продолжении прямой OA за центром O . Это значит, что центр находится между исходной точкой и её образом.



Равные расстояния

Расстояния OA и OA' одинаковы. Поэтому образ не приближается к центру и не удаляется от него больше, чем исходная точка.



Половина оборота

Центральная симметрия похожа на поворот фигуры вокруг точки O на 180° . После такого поворота направление меняется, а форма остаётся прежней.



Что меняется

Преобразование не растягивает и не сжимает фигуру. Меняется только её расположение на плоскости, поэтому образ полностью совпадает по размерам с исходной фигурой.

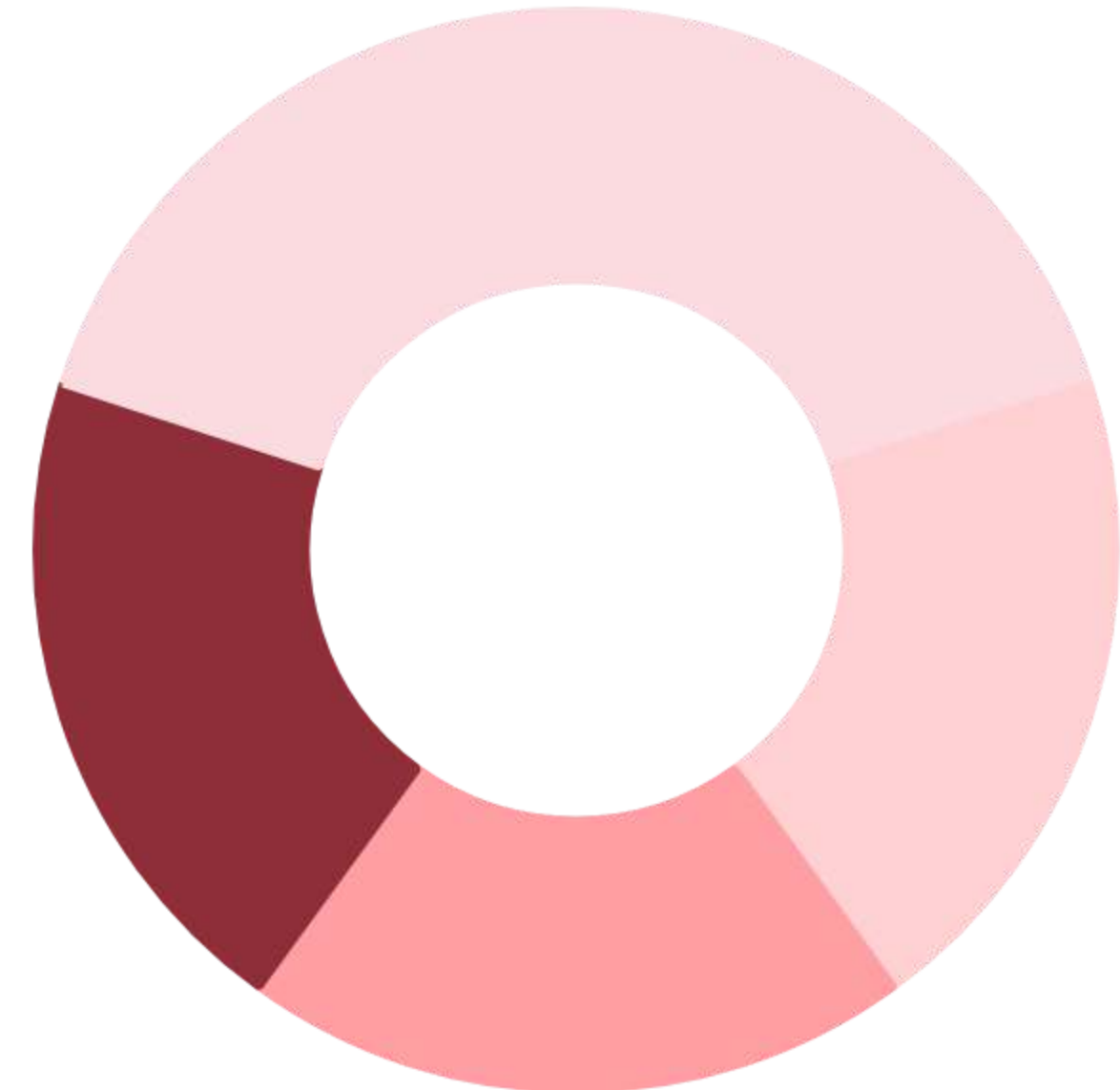
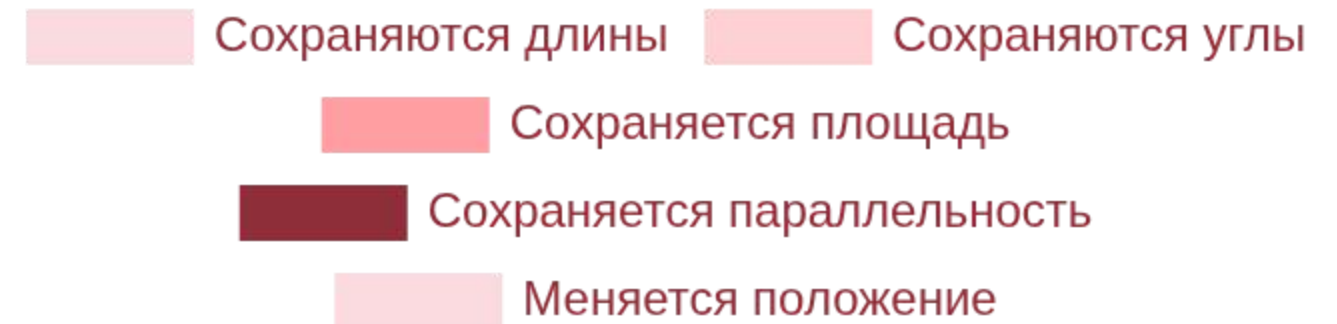
Поворот на 180° как модель центральной симметрии



Диаграмма показывает, что при повороте фигура сохраняет все основные геометрические характеристики.

Поворот описывает центральную симметрию: форма остаётся той же, а на плоскости меняется только расположение.

Материал урока по теме «Центрально-симметричные фигуры и их свойства».



Основные свойства центрально- симметричных фигур

1 Длины сохраняются

При центральной симметрии каждый отрезок переходит в равный ему отрезок. Поэтому расстояния между соответствующими точками фигуры не изменяются.

2 Углы не меняются

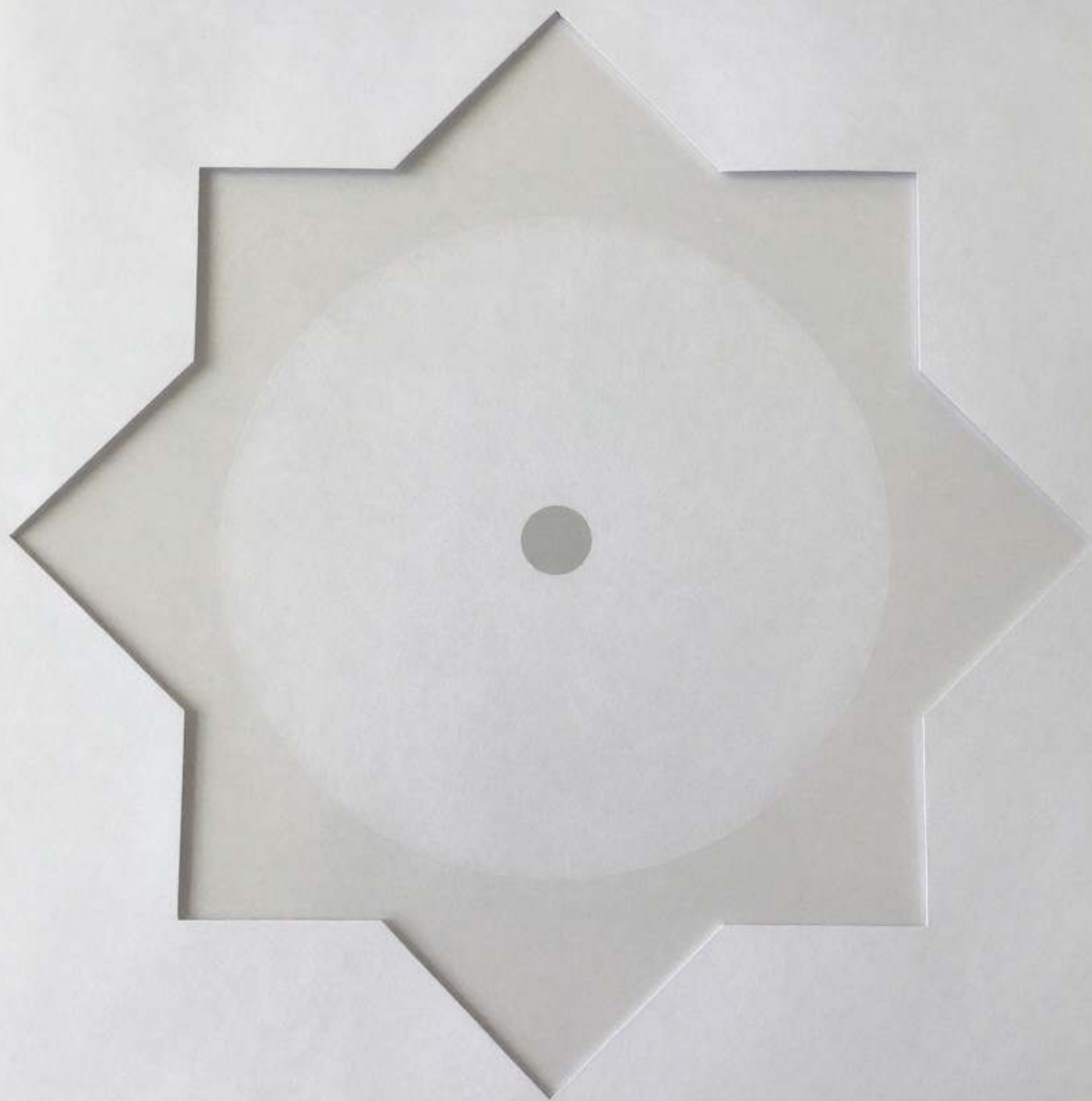
Величины углов после преобразования остаются прежними. Это позволяет узнавать исходную фигуру даже после её поворота на 180° .

3 Параллельность сохраняется

Параллельные прямые после симметрии тоже остаются параллельными. Благодаря этому многие чертежи сохраняют привычный вид и легко проверяются по свойствам.

4 Фигура совмещается с собой

Если у фигуры есть центр симметрии, её можно совместить с самой собой после поворота на 180° . Центр при этом может быть внутри фигуры, на ней или вне её.





Какие фигуры имеют центр симметрии

Таблица помогает быстро сравнить самые известные фигуры и увидеть, что центр симметрии есть не у каждой из них.

Центр симметрии характерен для некоторых фигур с парными противоположными точками, но отсутствует у большинства треугольников и трапеций.

Свойства плоских фигур из школьного курса геометрии.

Фигура	Центр симметрии
Квадрат	есть
Параллелограмм	есть
Окружность	есть
Треугольник	нет

Параллелограмм как классический пример

Где находится центр

У параллелограмма центр симметрии расположен в точке пересечения диагоналей. Эта точка делит обе диагонали на равные части.

Свойства сторон

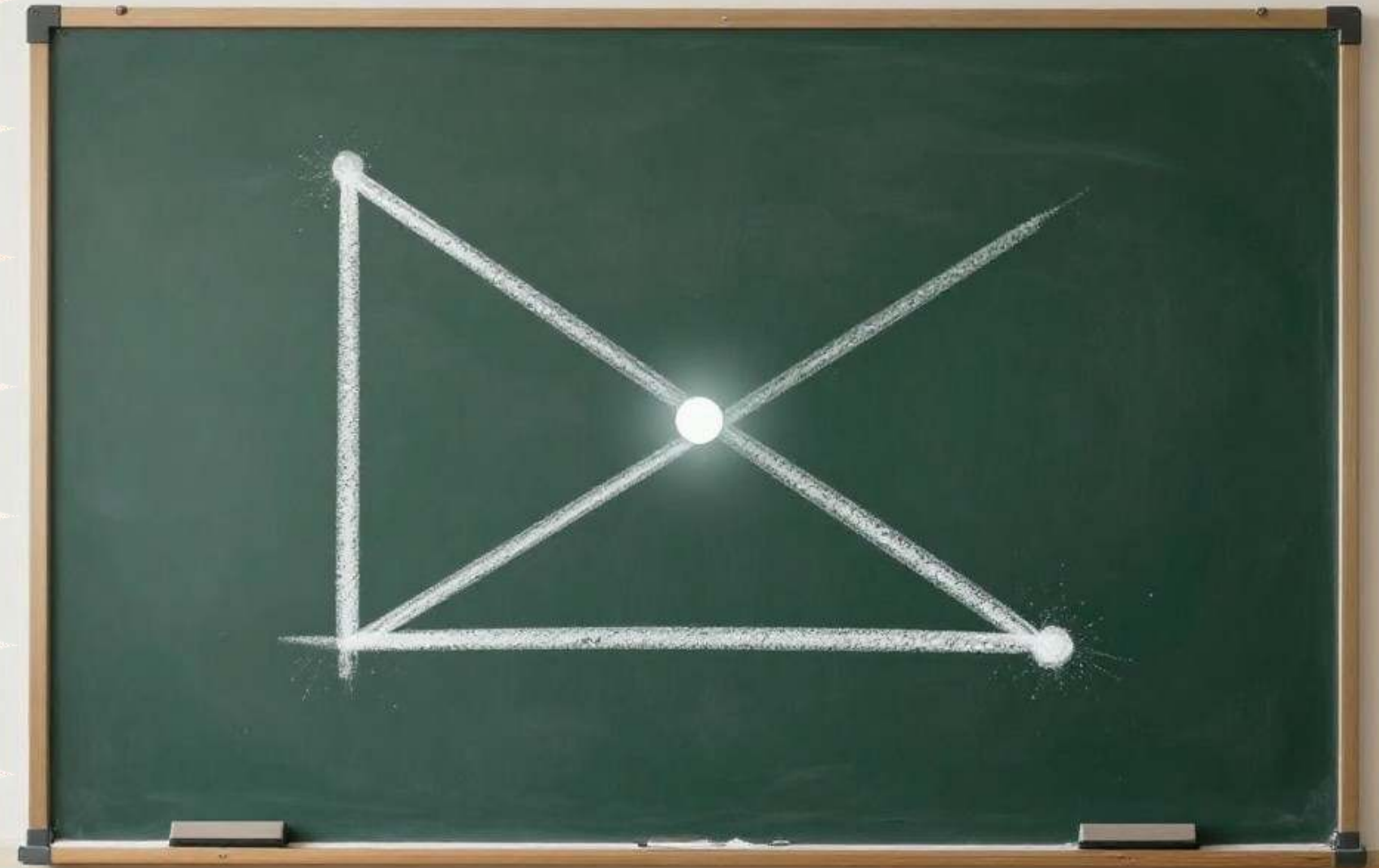
Противоположные стороны параллелограмма равны и параллельны. Это позволяет быстро проверять чертёж и подтверждать правильность построения фигуры.

Парные вершины

Противоположные вершины параллелограмма симметричны относительно центра. Если соединить их, центр окажется серединой каждого такого отрезка.

Почему пример важен

Параллелограмм удобно использовать в задачах, потому что на нём хорошо видно, как центральная симметрия работает сразу для всех вершин и сторон.



Центральная симметрия на координатной плоскости

1 Начало координат

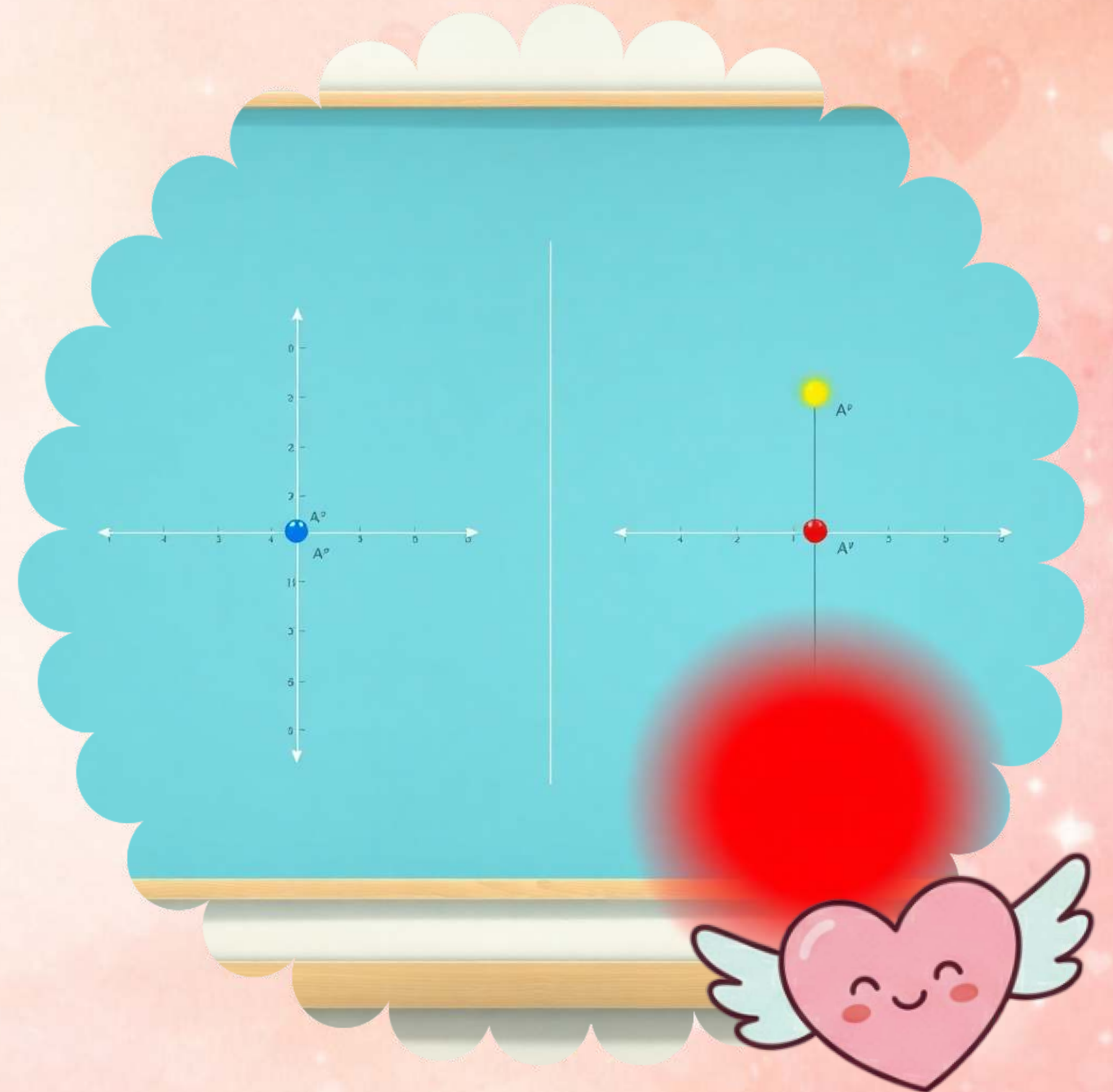
Если центр симметрии находится в точке $O(0, 0)$, то точка $A(x, y)$ переходит в $A'(-x, -y)$. Знаки обеих координат меняются на противоположные.

2 Произвольный центр

Для центра $O(a, b)$ используют правило $A(x, y) \rightarrow A'(2a-x, 2b-y)$. Так можно находить образ точки, не измеряя расстояния линейкой.

3 Польза для построений

Координатная запись делает задачу короче и точнее. Достаточно вычислить новые координаты и отметить полученную точку на плоскости.

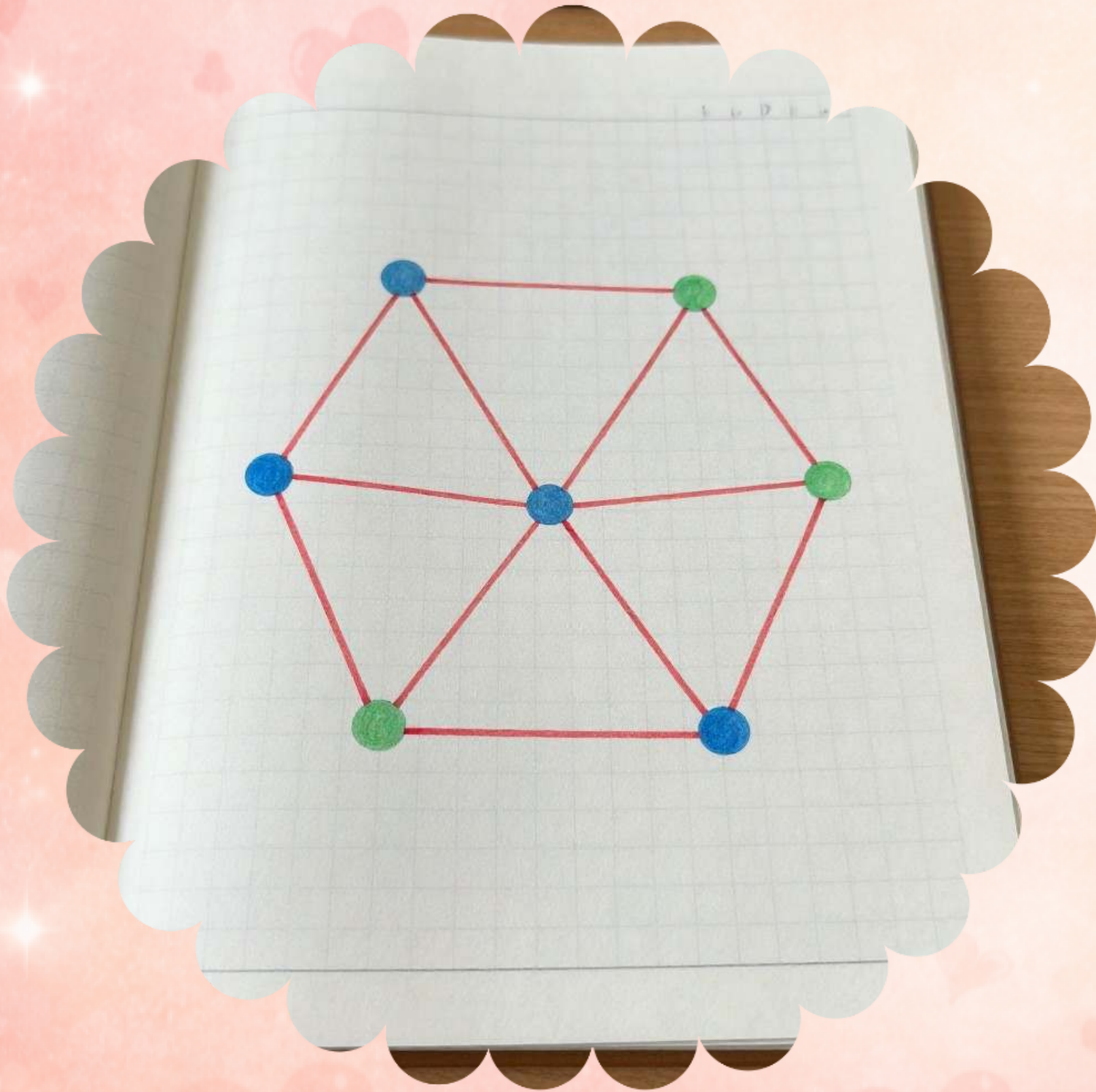


Алгоритм построения образа точки

Последовательность действий при построении центральной симметрии



Как распознать центр симметрии фигуры



Ищем пары точек

Сначала выбирают две точки фигуры, которые должны соответствовать друг другу после поворота на 180° . Если середина отрезка между ними одна и та же, это важная подсказка о центре симметрии.



Смотрим на все вершины

Для многоугольника проверяют не одну пару, а все противоположные вершины. Если хотя бы для одной пары правило нарушается, фигура не обладает центральной симметрией.



Проверяем прямую

Соответствующие точки и предполагаемый центр должны лежать на одной прямой. Если точки находятся по разные стороны от центра на одинаковом расстоянии, построение выполнено верно.



Делаем вывод

Когда все середины соединяющих отрезков совпадают в одной точке, это и есть центр симметрии. Если такой общей точки нет, фигуру нельзя назвать центрально-симметричной.

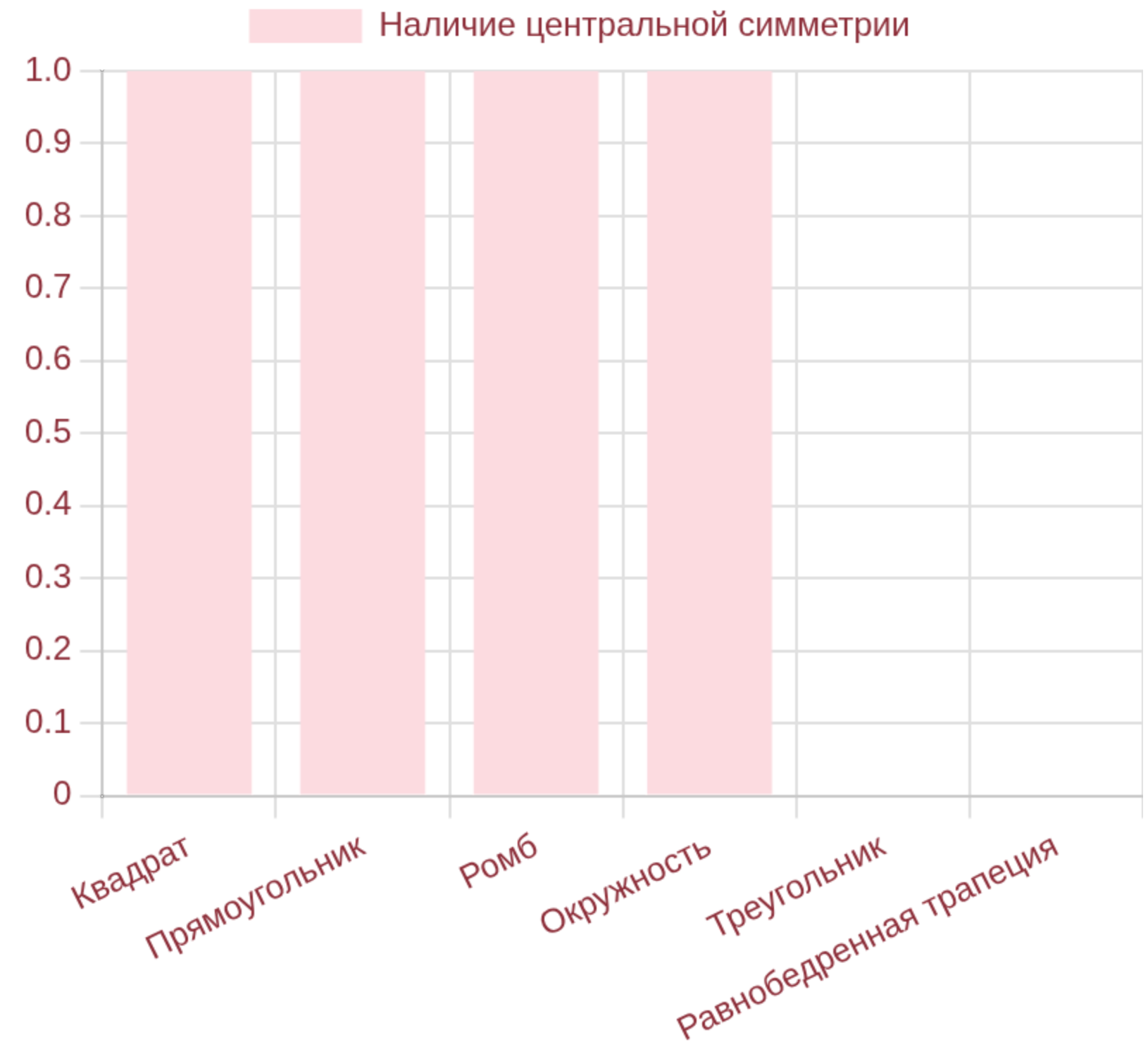
Сравнение фигур по наличию симметрии



Диаграмма показывает, что симметрия зависит от строения фигуры, а не только от её размеров или положения на листе.

У четырёх фигур центр симметрии есть, у двух — нет. Значит, осевая и центральная симметрия проверяются разными признаками.

Обобщение учебных свойств геометрических фигур, 2025



Центральная симметрия в окружающем мире



Колёса и дорожные знаки

В колесе, круглом циферблате или значке с круговой рамкой легко увидеть центральную симметрию. Если такую фигуру повернуть на 180° , она совпадает сама с собой, поэтому рисунок выглядит уравновешенным и аккуратным.



Узоры и плитка

В орнаментах, мозаиках и плиточных рисунках часто повторяются элементы, расположенные по разные стороны от одной точки. Благодаря этому узор кажется цельным, а его части можно мысленно совместить половинным оборотом.



Буквы и символы

Некоторые буквы, цифры и знаки тоже могут быть центрально-симметричными. Это удобно заметить, если мысленно повернуть символ на 180° и проверить, останется ли он таким же.

Связь центральной и осевой симметрии

1

Разные способы отражения

Осевая симметрия строится относительно прямой, а центральная — относительно точки. В первом случае фигура как будто отражается в зеркале, во втором — поворачивается на пол-оборота.

2

Не одно и то же

Эти свойства нельзя смешивать: наличие оси симметрии не означает наличие центра, и наоборот. Для решения задачи важно заранее понять, какой именно вид симметрии требуется проверить.

3

Общие случаи

Некоторые фигуры обладают сразу двумя видами симметрии. Например, квадрат имеет оси симметрии и центр симметрии, поэтому его удобно использовать как наглядный пример для сравнения.



Правила проверки для точек и фигур

Объект	Правило	Результат
Точка, O(0,0)	$(x, y) \rightarrow$	$(-x, -y)$
Точка, O(a, b)	$(x, y) \rightarrow$	$(2a-x, 2b-y)$
Фигура	Равные расстояния	Середина сохраняется
Параллелограмм	Диагонали пересекаются	Есть центр

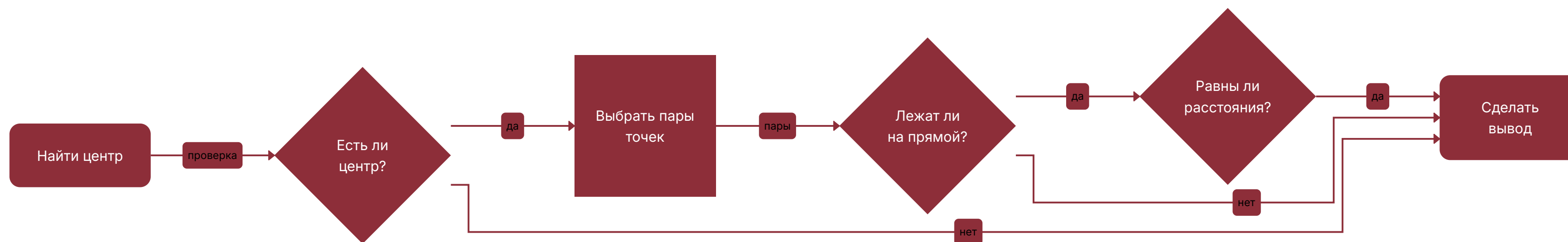
Свойства центральной симметрии, курс геометрии 7 класса

Короткая таблица помогает быстро вспомнить, как меняются точки и основные фигуры при центральной симметрии.

Во всех случаях решающим признаком остаются равные расстояния от центра. Это позволяет быстро проверять построения и находить образ фигуры без лишних измерений.

Как решать задачи на центральную симметрию

Последовательность действий при проверке фигуры или построении её образа



Типичные ошибки при работе с симметрией



Неверный центр

Иногда за центр симметрии принимают любую точку внутри фигуры. На самом деле нужна особая точка, относительно которой середины всех соответствующих отрезков совпадают.



Изменение размера

Некоторые думают, что при центральной симметрии фигура меняет размеры. Это неверно: длины, углы и площадь сохраняются, меняется только положение на плоскости.



Разные расстояния

Ошибка возникает, когда по разные стороны от центра откладывают неравные отрезки. Тогда образ точки не будет симметричен, а построение сразу станет неверным.



Неполная проверка

Для многоугольников нельзя ограничиваться одной парой вершин. Нужно проверить все соответствующие точки, иначе можно ошибочно признать симметричной фигуру, которая ею не является.

Что сохраняется при центральной симметрии

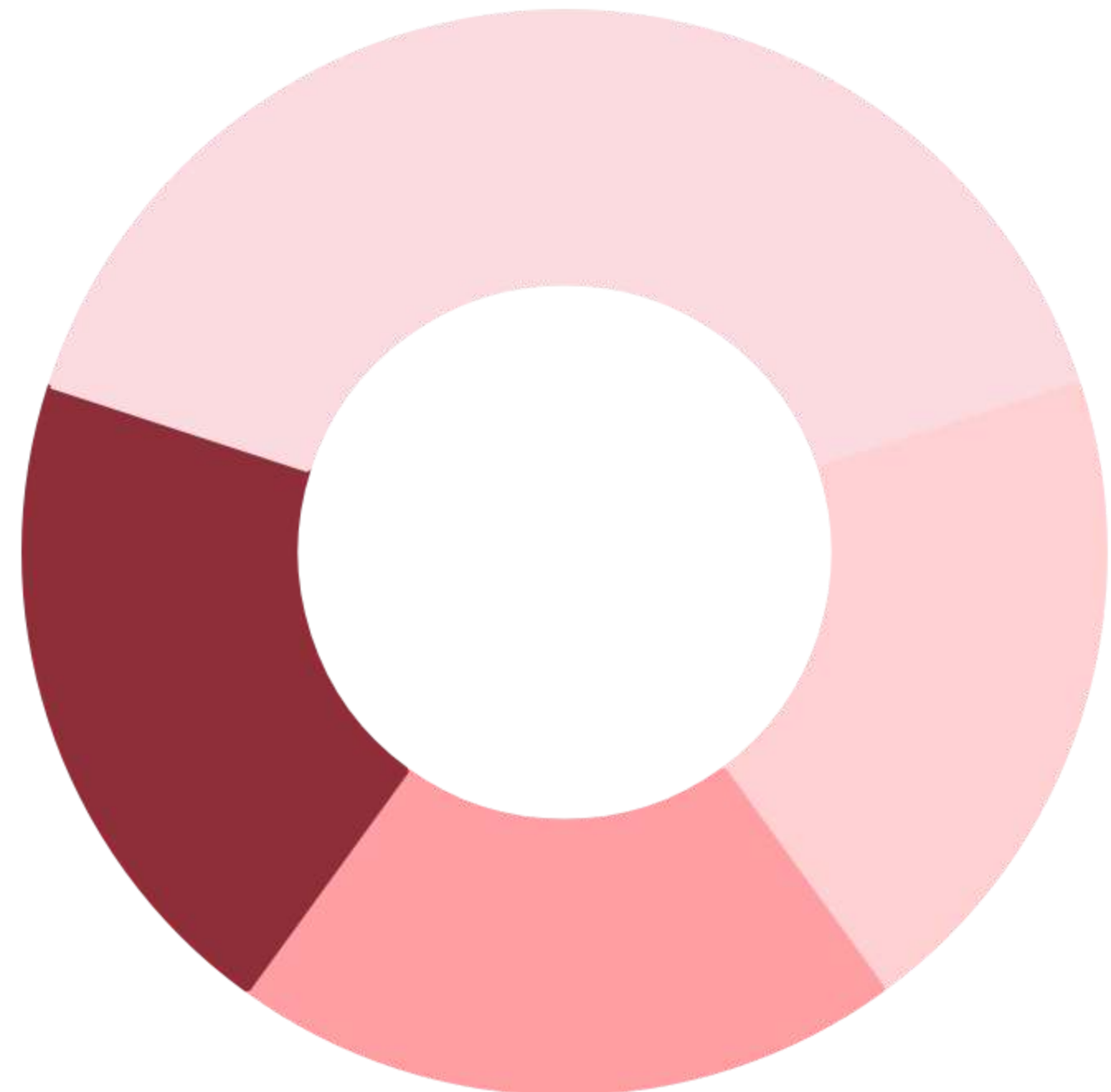


Такое преобразование не растягивает и не сжимает фигуру, поэтому его относят к движениям в геометрии.

Все основные свойства фигуры сохраняются. Изменяется только её расположение относительно центра, а значит, фигуры остаются равными.

Учебные свойства движений в геометрии, 2025

Длины Углы Площадь
Параллельность Форма



Мини-примеры построения

1

Одна точка

Проводят прямую через центр и данную точку, затем откладывают за центром такой же отрезок. Полученная точка лежит по другую сторону и находится на том же расстоянии.

2

Отрезок

Сначала строят образы обоих концов отрезка по правилу центральной симметрии. После этого соединяют полученные точки, и получается равный ему отрезок в новом положении.

3

Квадрат

Для каждой вершины находят симметричную точку относительно центра. Затем соединяют новые вершины по порядку, и выходит такой же квадрат, только повернутый на 180° .





Центральная симметрия: главное без лишних слов

Центральная симметрия помогает увидеть порядок в геометрии:
фигура сохраняет размер и форму, а её образ строится через поворот
на 180° вокруг одной точки.