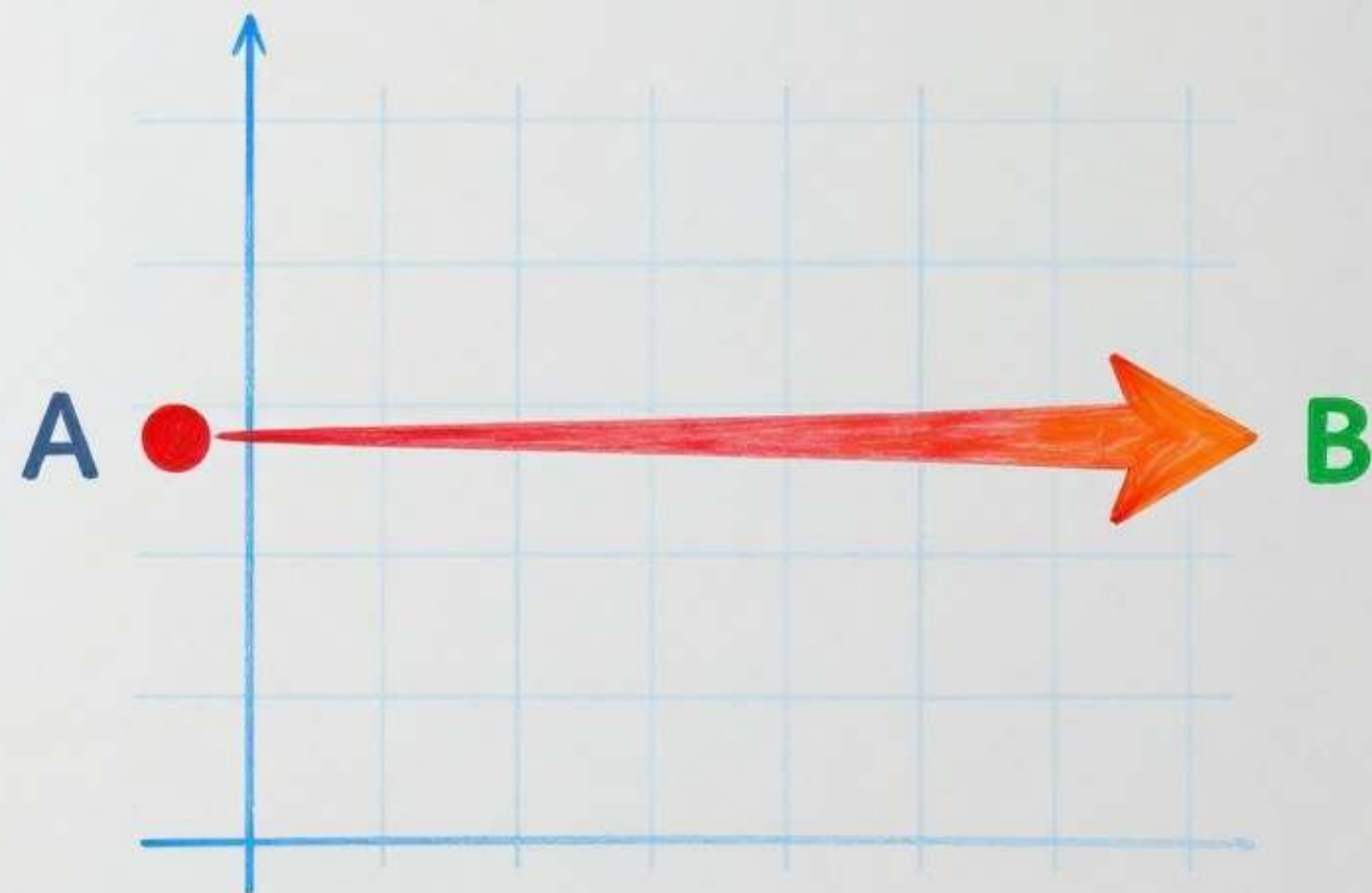


Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца

На уроке вы научитесь находить координаты вектора по точкам и восстанавливать конец по координатам вектора.





Что известно о координатной плоскости и векторах

Каждая точка на координатной плоскости задаётся парой чисел $(x; y)$: x — положение по Ox , y — по Oy . Вектор изображают стрелкой от начала к концу. Он описывает перемещение и имеет направление и длину. Координаты точки и вектора связаны, но это разные величины.

Формула координат вектора по двум точкам

1

Пусть начало вектора — точка $A(x_1; y_1)$, а конец — точка $B(x_2; y_2)$. Тогда координаты вектора AB находятся так: $AB = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.

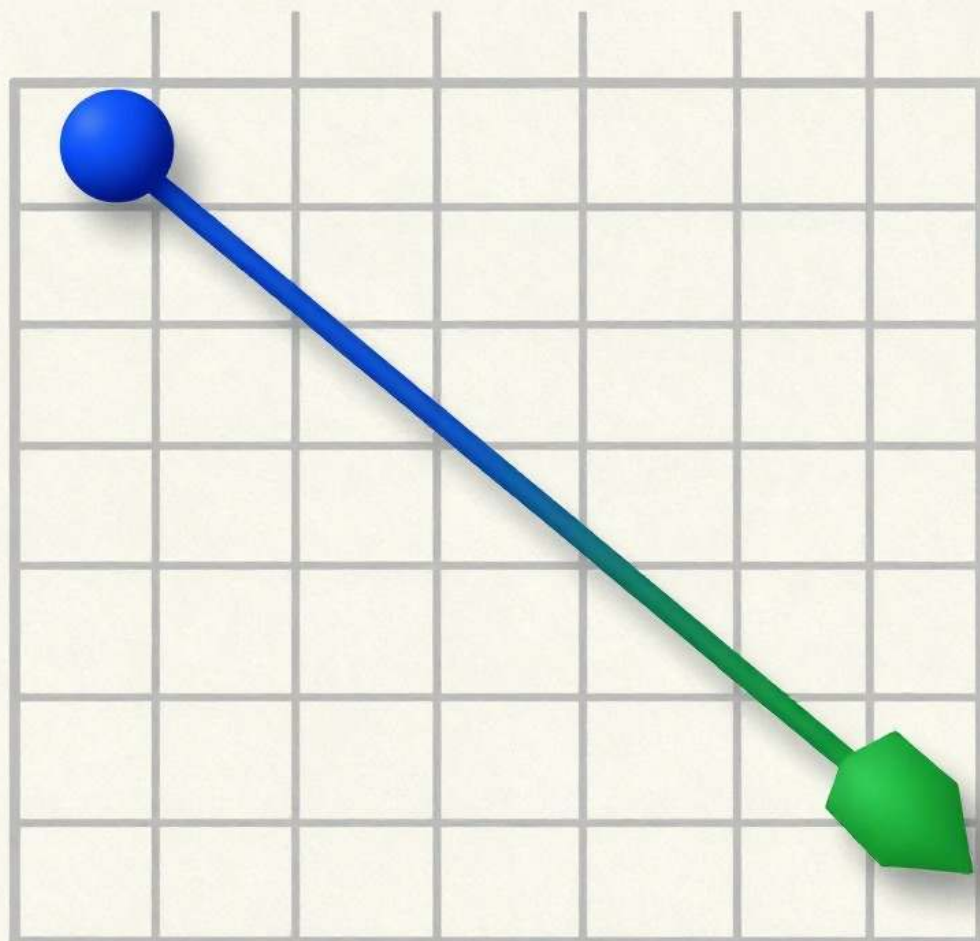
2

Первая координата $(x_2 - x_1)$ показывает, на сколько меняется положение по оси Ox . Вторая координата $(y_2 - y_1)$ — изменение по оси Oy . Формула подходит для любых точек.

3

Важно вычитать координаты в одном и том же порядке: сначала координату начала, затем координату конца — в соответствующих столбцах. Это работает даже для отрицательных значений и точек на осях.

Как выглядят начало, конец и координаты вектора на рисунке



1

Начало и конец на клетчатой плоскости

На клетчатой координатной плоскости отмечены точки А и В и проведена стрелка от А к В. У точки А подписаны x_1 и y_1 , а у точки В — x_2 и y_2 .

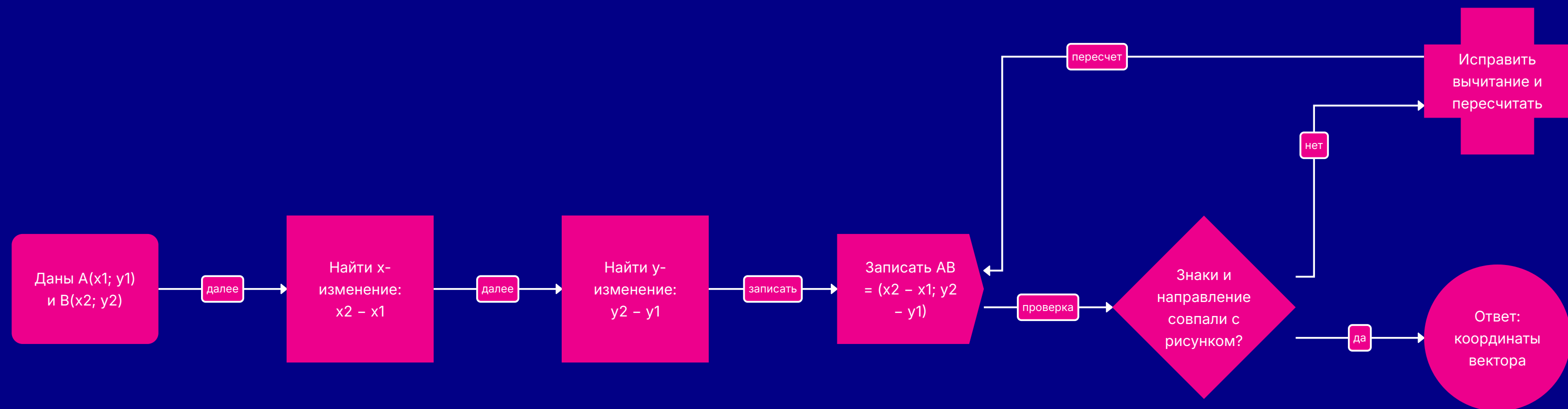
2

Чтение смещения и запись $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

По сетке видно, сколько клеток вектор проходит по горизонтали и по вертикали. Это и превращается в числа $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Подписи к осям Ox и Oy помогают понять знаки.

Алгоритм нахождения координат вектора по началу и концу

Переход от координат точек к координатам перемещения на плоскости



Почему в формуле используются разности координат

1

Координаты вектора показывают не «где находится точка», а как меняется положение при переходе от начала к концу. Это и есть перемещение на плоскости.

2

Если конец расположен правее начала, то x -смещение положительное, поэтому $x_2 - x_1 > 0$. Если конец левее, разность по x становится отрицательной.

3

Аналогично с вертикалью: при движении вверх $y_2 - y_1$ положительно, при движении вниз — отрицательно. Ноль получается, когда по соответствующей оси перемещения нет.

Примеры вычисления координат вектора по двум точкам

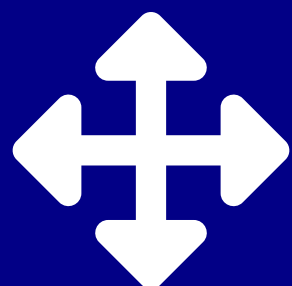
Начало A	Конец B	Вычисление	Координаты AB
(1; 2)	(5; 6)	$(5-1; 6-2)$	(4; 4)
(-3; 1)	(2; -2)	$(2-(-3); -2-1)$	(5; -3)
(4; 0)	(4; 7)	$(4-4; 7-0)$	(0; 7)
(-2; -1)	(1; 3)	$(1-(-2); 3-(-1))$	(3; 4)

Координаты вектора всегда получаются как разность координат конца и начала: $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.

Разность x-координат даёт первую координату вектора, разность y-координат — вторую. Если по одной оси нет сдвига, соответствующая координата равна 0.

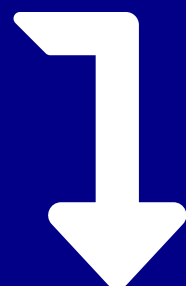
Учебные примеры по формуле $AB = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.

Горизонтальные и вертикальные векторы



Горизонтальный вектор

У горизонтального вектора координаты точек по оси Oy одинаковые, значит перемещения по вертикали нет. Поэтому вторая координата вектора равна 0, например $AB = (5; 0)$.



Вертикальный вектор

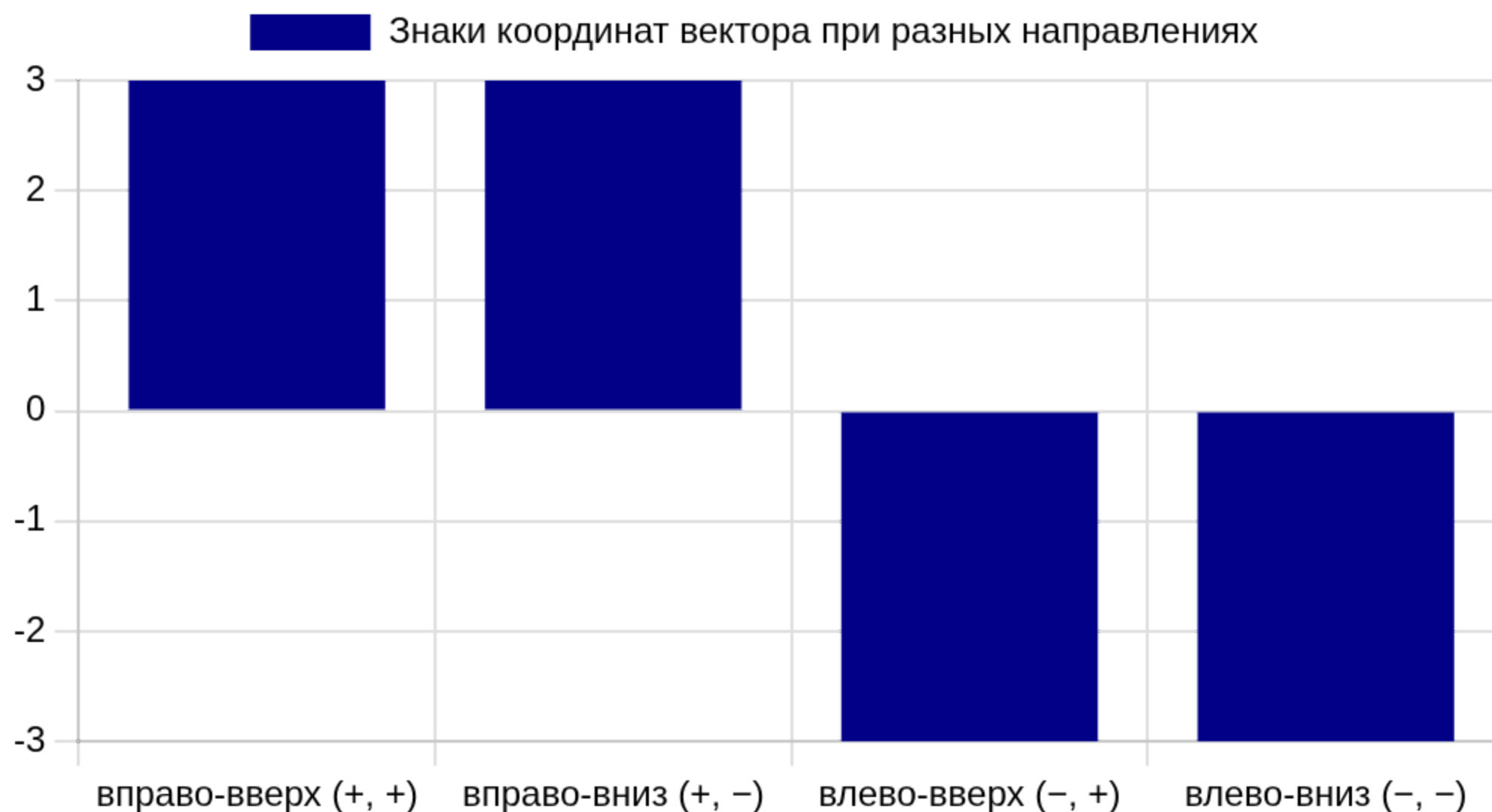
У вертикального вектора координаты по оси Ox у начала и конца совпадают. Следовательно, горизонтального смещения нет, и первая координата вектора равна 0, например $AB = (0; -5)$.



Как проверять такие случаи

Удобно быстро проверять по рисунку: если обе точки лежат на одной горизонтали — вектор горизонтальный; если на одной вертикали — вертикальный. Тогда формула сразу даёт нужный ноль.

Как координаты меняются при разных направлениях перемещения

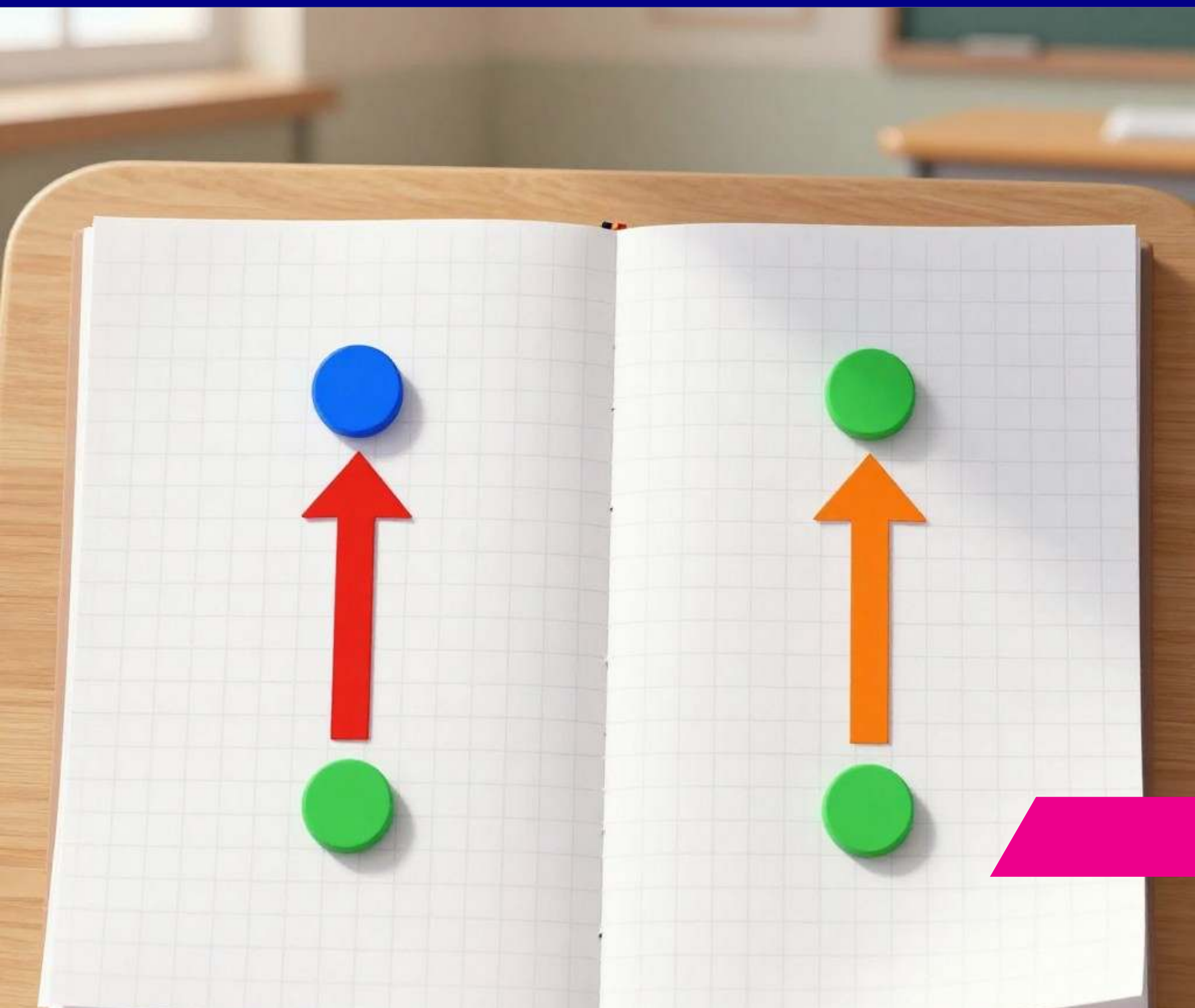


На диаграмме показаны направления, а не «идеальная длина». Главное — помнить, что знак x зависит от движения вправо/влево, а знак y — от движения вверх/вниз.

Если по x движение идёт вправо, первая координата положительная; если влево — отрицательная. Для y аналогично: вверх — плюс, вниз — минус.

Схема-сравнение направлений перемещения по двум осям (примерные смещения на несколько клеток).

Связь координат вектора с перемещением по клеткам



- На схеме показан путь по клеткам от точки А к точке В. Если нужно сделать 3 клетки вправо и 2 клетки вверх, то смещение по горизонтали равно 3, а по вертикали — 2.
- Тогда координаты вектора читаются прямо как $(3; 2)$. Если же движение составляет 4 клетки влево и 1 клетку вниз, получаем $(-4; -1)$. Так координаты описывают смещение по сетке.

Как по координатам вектора найти конец

1

Пусть задано начало вектора $A(x_1; y_1)$ и его координаты $(a; b)$. Тогда конец B найдётся по формуле $B(x_1 + a; y_1 + b)$, где a и b — смещения по осям.

2

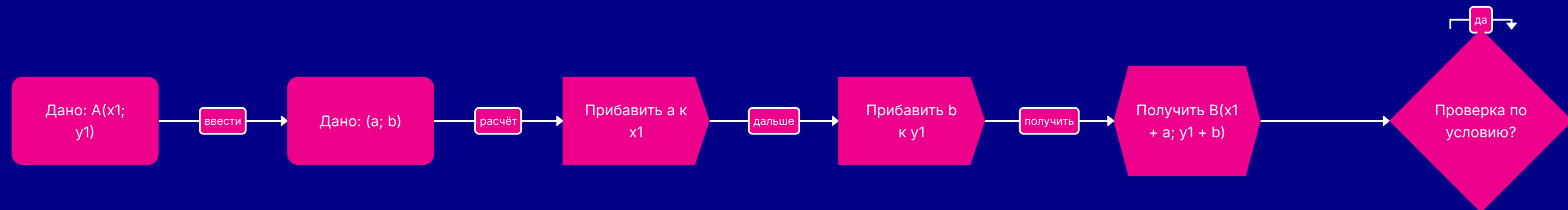
Координата x конца получается прибавлением горизонтального смещения a к x_1 : $x_2 = x_1 + a$. Аналогично координата y конца равна $y_1 + b$, потому что b показывает вертикальное смещение.

3

Эта формула обратна вычислению координат вектора по двум точкам: сначала мы находили $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$, а теперь восстанавливаем x_2 и y_2 сложением.

Обратная задача: от начала и вектора к точке конца

Схема показывает последовательность действий: координаты вектора трактуются как приращения координат точки.



Проверка обратной задачи на примерах

Начало А	Вектор (а; b)	Конец В	Проверка
(2; 3)	(1; -2)	(3; 1)	а и b прибавлены
(-1; 4)	(5; 0)	(4; 4)	b=0: у не меняется
(0; 0)	(-3; 6)	(-3; 6)	а<0: х уменьшается
(4; -2)	(-1; 5)	(3; 3)	оба слагаемых учтены

Проверим, что координаты вектора действительно прибавляются к координатам начала покомпонентно: отдельно по х и отдельно по у.

Во всех случаях конец получается именно сложением: $x_2 = x_1 + a$ и $y_2 = y_1 + b$, а знак координаты вектора показывает направление смещения.

Примеры для отработки алгоритма (заданная последовательность вычислений).

Равные и противоположные векторы по координатам

1

Если координаты двух векторов совпадают, то векторы равны: у них одинаковые направление и длина. Например, $(3; -2)$ и $(3; -2)$ задают один и тот же вектор.

2

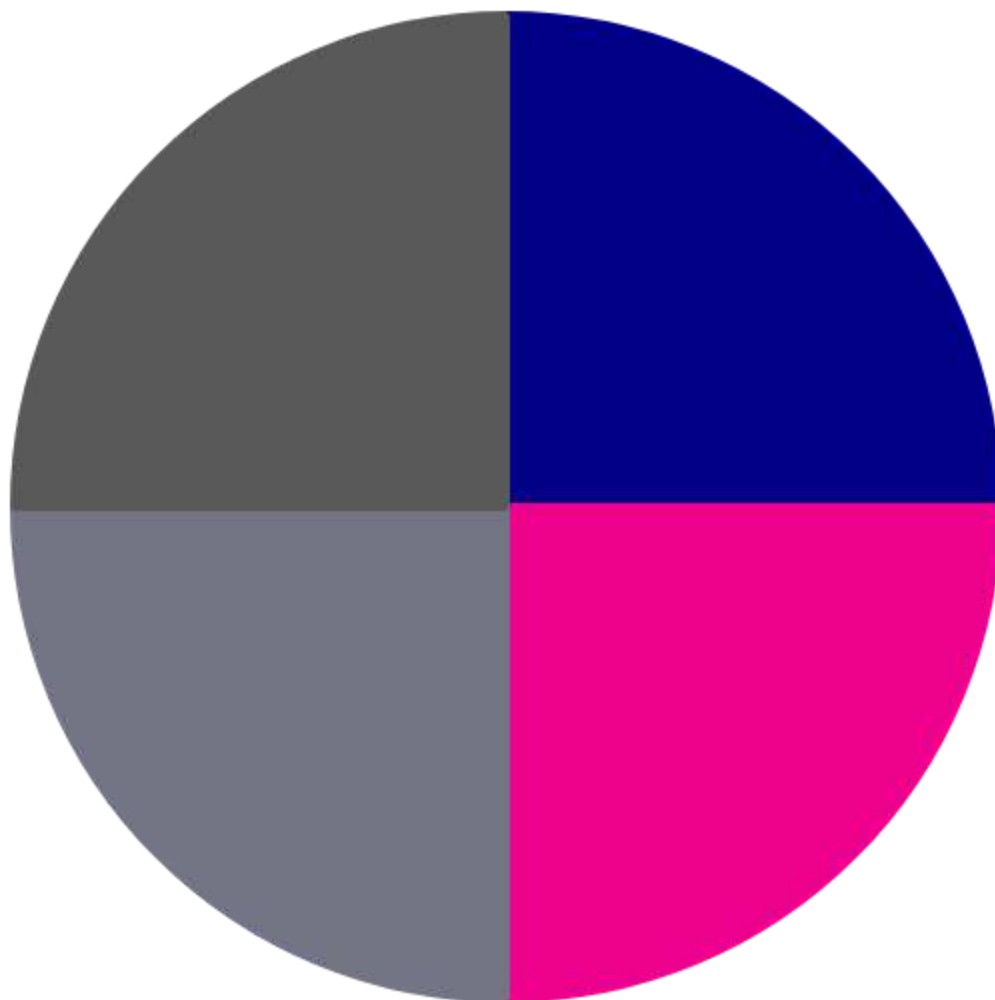
Если координаты второго вектора получаются из первого только заменой знаков, то векторы противоположны. Так, $(3; -2)$ и $(-3; 2)$ направлены в разные стороны по обеим осям.

3

Координатная запись позволяет сравнивать векторы без измерений на рисунке. Достаточно проверить, одинаковые это пары чисел или противоположные.

Знаки координат и направление вектора на плоскости

■ (+; +) ■ (+; -) ■ (-; +) ■ (-; -)

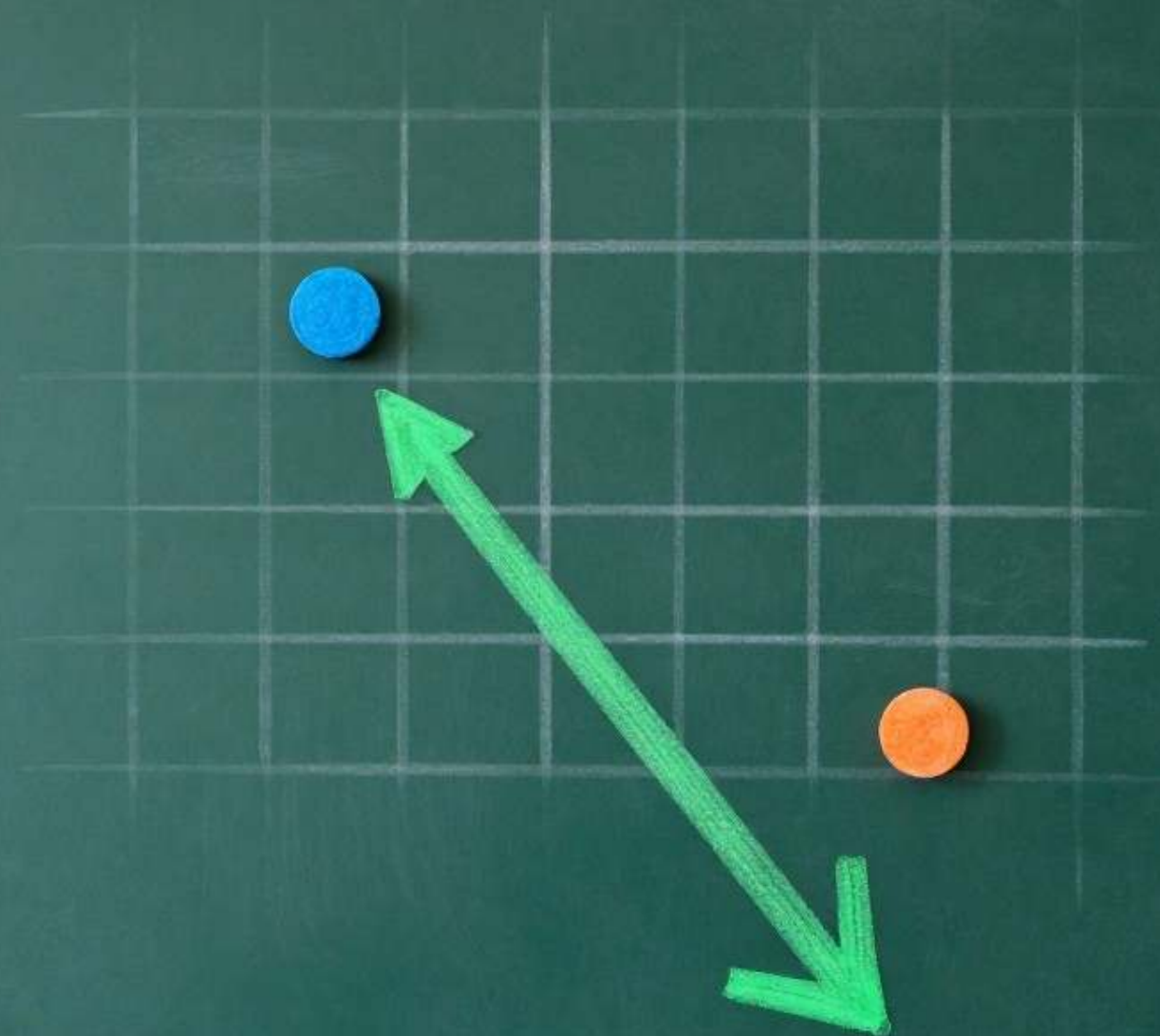


На диаграмме видно: знак каждой координаты отвечает за движение по своей оси, а не за «длину» стрелки. Достаточно смотреть на пары знаков.

Четыре сочетания знаков полностью задают направление: по x — вправо или влево, по y — вверх или вниз. Поэтому направление читается по знакам.

Условная диаграмма по правилам знаков координат вектора.

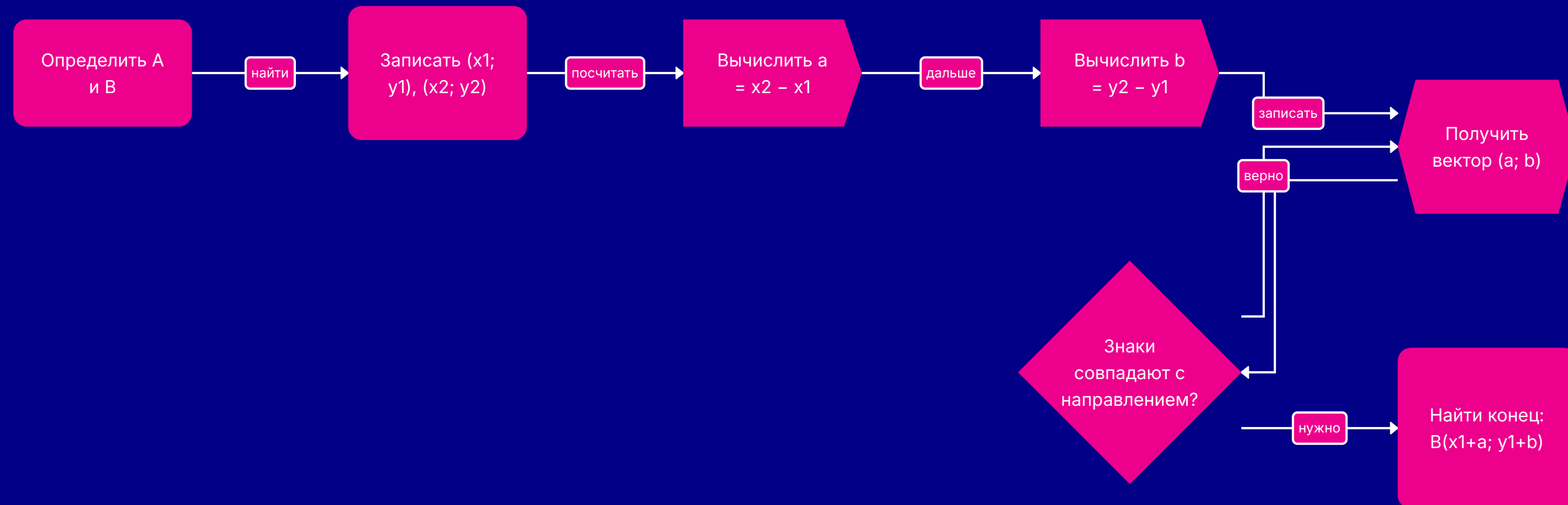
Типичная ошибка при вычислении координат вектора



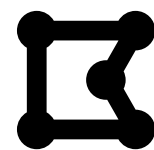
- При вычислении координат вектора легко перепутать порядок вычитания. Для $A(1; 5)$ и $B(4; 2)$ правильно: $AB = (4 - 1; 2 - 5) = (3; -3)$.
- Если же вычесть в обратном порядке, получится противоположный вектор: $(1 - 4; 5 - 2) = (-3; 3)$. На рисунке это видно по смене направления стрелки.

Алгоритм решения задач на координаты вектора

Подходит, когда в задаче нужно найти координаты вектора или восстановить точку по вектору.



Где используются координаты векторов



Геометрия

В геометрии координаты вектора описывают перемещения по плоскости и помогают задавать фигуры через движение: перенос, сдвиг, построение по точкам.



Физика

В физике векторные величины (например, сила или скорость) удобнее записывать координатами, чтобы проще вычислять результат сложения или направления.



Навигация

В навигации координаты вектора задают направление движения на карте или схеме: как объект смещается вправо/влево и вверх/вниз относительно старта.



Школьные задачи

В учебных заданиях координаты вектора ускоряют нахождение перемещений между точками, позволяют проверять построения и сравнивать векторы по их направлению.

Краткая памятка формул по теме

Ситуация	Формула	Смысл
А и В	$AB=(x_2-x_1; y_2-y_1)$	Изменение положения
А и (а; b)	$B(x_1+a; y_1+b)$	Прибавляем смещение
Координата=0	0 по x или y	Нет перемещения по оси
Знаки разные	$(\pm a; \pm b)$	Направление меняется

Сводная таблица: как находить координаты вектора по двум точкам и как находить конец, если задано начало и координаты вектора.

Правило одно: координаты вектора показывают, как меняются координаты точки по x и по y. По знакам сразу видно направление.

Материал темы «Координаты вектора и точки начала/конца».

Связь, которая решает задачи

Координаты вектора равны разности координат конца и начала: $AB = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Обратная задача — сложение: $B(x_1 + a; y_1 + b)$. Знаки задают направление, а нули означают движение только по одной оси, что помогает в задачах 9 класса.