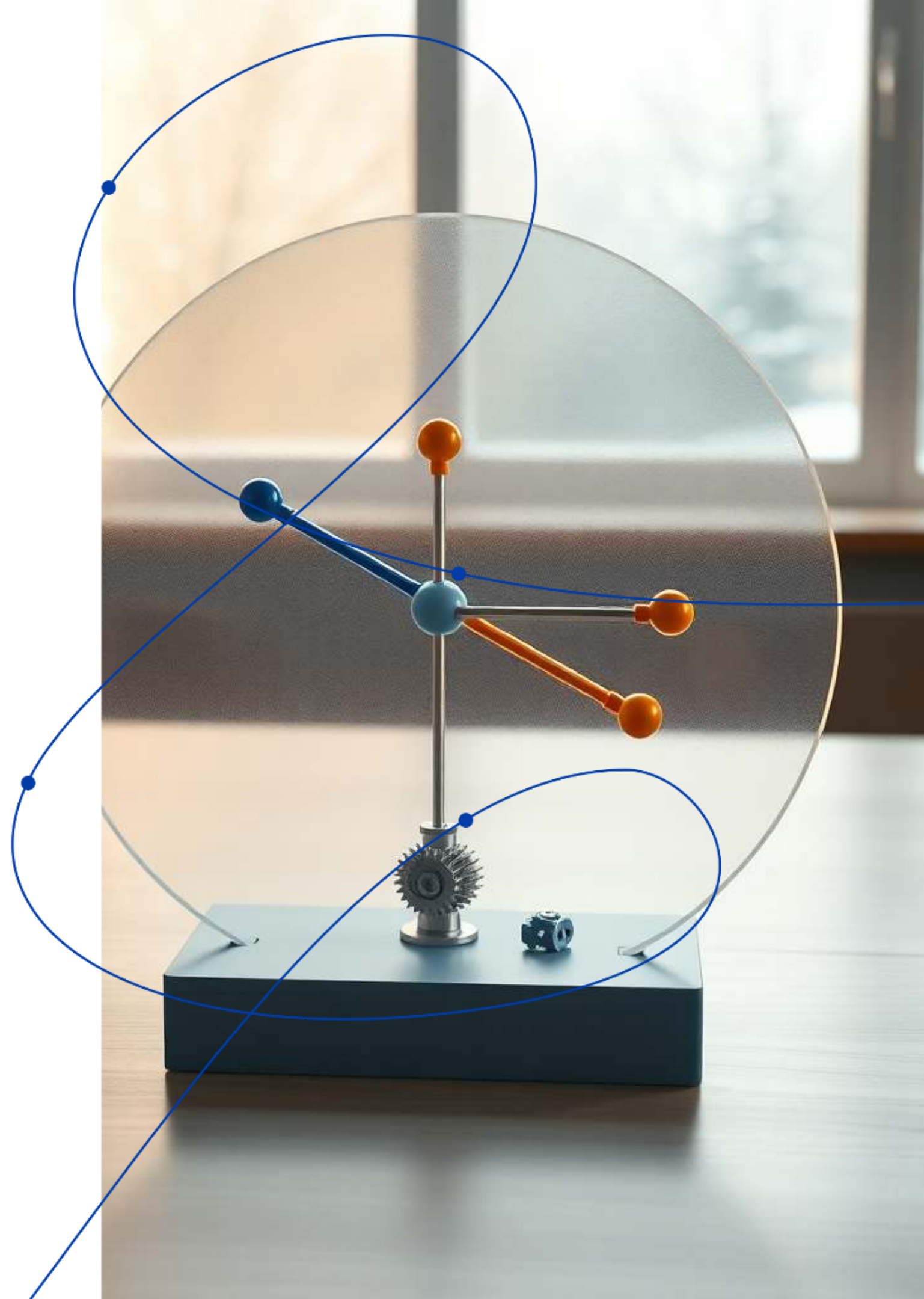


Основное тригонометрическое тождество и формулы приведения

Связь синуса, косинуса и удобные формулы
для любых углов.



Зачем это нужно в 8 классе

Эта тема помогает находить значения тригонометрических функций, упрощать выражения и уверенно работать с углами, которые выглядят сложными, но сводятся к известным случаям.



Что означают синус и косинус угла

1. Единичная окружность

На единичной окружности синус угла показывает вертикальную координату точки, а косинус — горизонтальную. Поэтому оба значения связаны с положением точки, а не выбираются случайно.

2. Ограничение значений

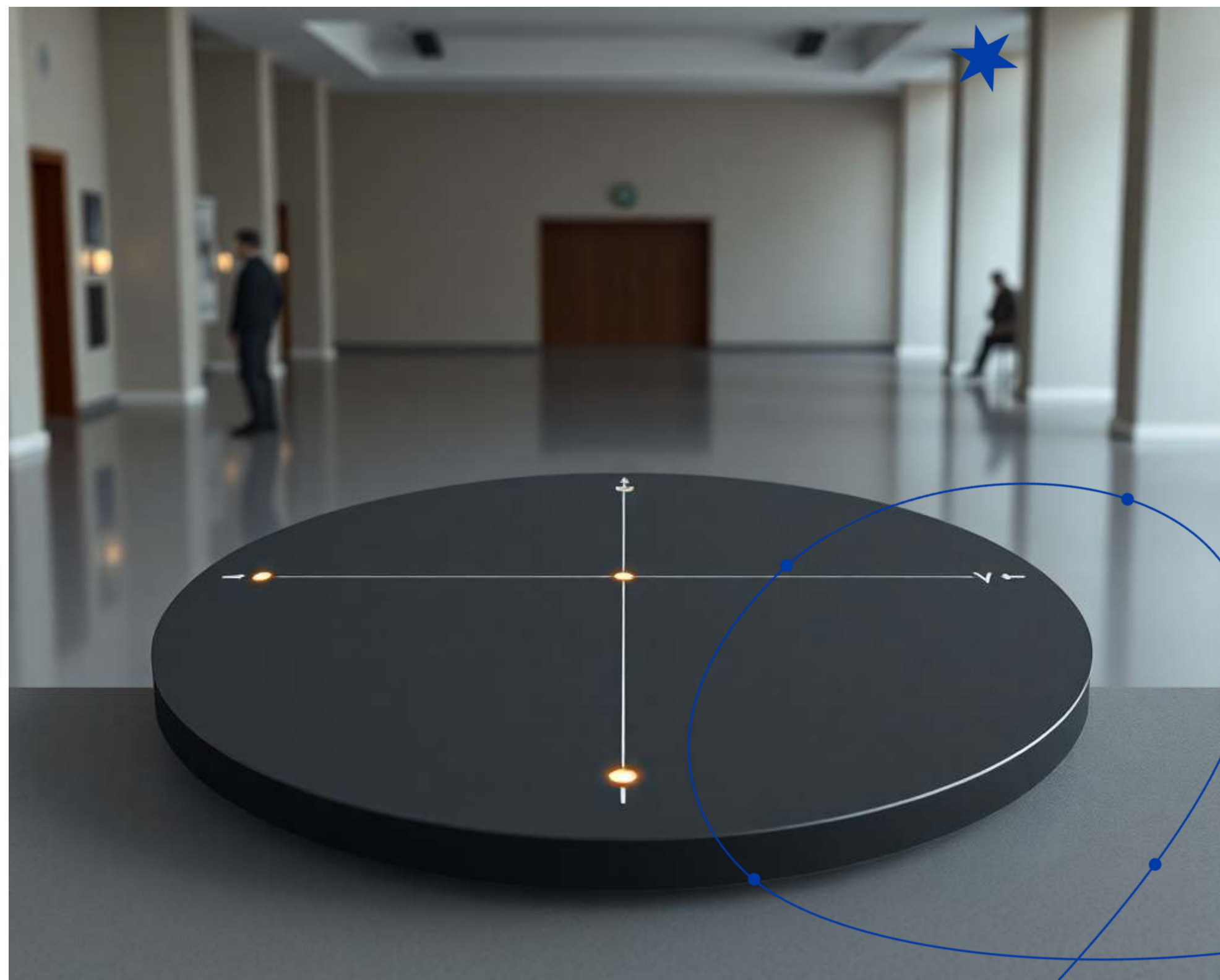
Поскольку точка лежит на окружности радиуса 1, значения синуса и косинуса всегда находятся между -1 и 1 . Это важно при проверке ответов и вычислений.

3. Знаки в четвертях

В I четверти оба значения положительны. В остальных четвертях знак меняется в зависимости от того, где расположена точка на окружности относительно осей.

4. Острые углы

Для острых углов синус и косинус положительны одновременно. Это удобный ориентир, когда нужно сравнить значения и затем восстановить знак для углов из других четвертей.

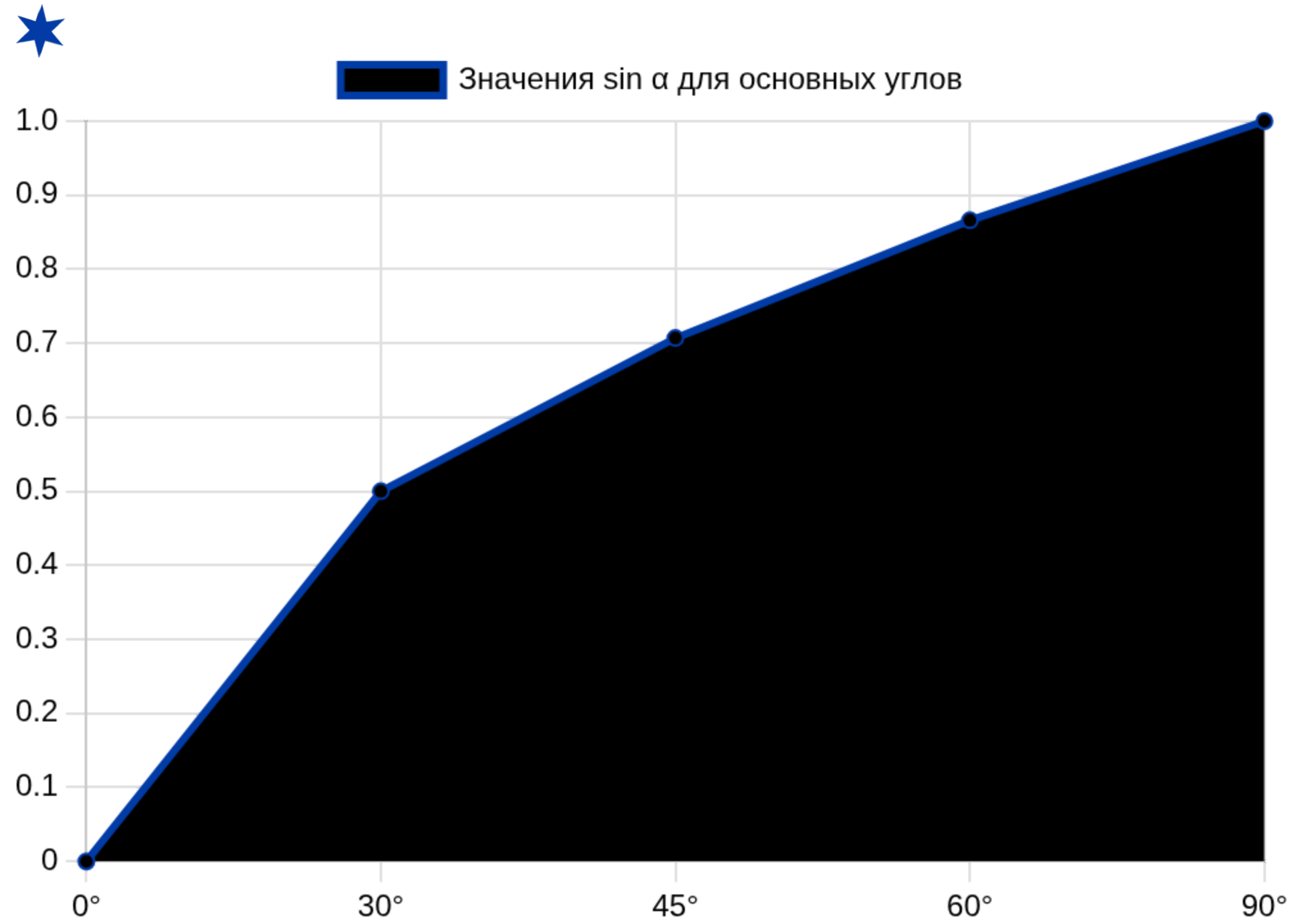


1

**получается в сумме
квадратов синуса
и косинуса любого
угла.**

Это равенство позволяет находить неизвестную тригонометрическую функцию, если известна другая, и быстро проверять правильность вычислений.

Как синус и косинус связаны между собой



Чем больше синус для стандартного угла, тем меньше косинус; вместе они сохраняют постоянную связь.

Данные показывают плавный рост синуса к 90° , а косинус при этом убывает до нуля. Их квадраты всегда дают 1.

Стандартные значения тригонометрических функций из школьного курса

Как использовать тождество при вычислениях

1.

Найти вторую функцию

Если известно значение синуса, из тождества находят косинус: сначала вычисляют квадрат неизвестной функции, а затем извлекают корень. Знак выбирают по четверти, где расположен угол.

2.

Работа с дробями

Когда дан косинус, удобно возвести его в квадрат и вычесть результат из 1. Так получают квадрат синуса, после чего находят сам синус с учетом знака.

3.

Пример проверки

Если $\sin \alpha = 0,6$, то $\cos^2 \alpha = 0,64$, значит $|\cos \alpha| = 0,8$. Такой ответ сразу показывает, какая величина должна получиться по модулю.

4.

Контроль решения

После вычислений полезно проверить сумму квадратов. Если она не равна 1, значит допущена ошибка в знаке, дроби или арифметике.



Значения синуса и косинуса для основных углов



Таблица помогает запомнить опорные значения, которые часто используются как основа для задач с формулами приведения.

Значения для 30°, 45° и 60° образуют базу для большинства вычислений, а 0° и 90° показывают крайние случаи.

Угол	sin	cos
0°	0	1
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
90°	1	0



Стандартные значения из школьной таблицы тригонометрии

Идея формул приведения

Сведение к острому углу

Формулы приведения заменяют большой или неудобный угол на острый, с которым работать проще. Это позволяет использовать уже известные значения и не пересчитывать задачу заново.

Смена функции

При повороте на 90° или 270° синус и косинус могут меняться местами, а тангенс и котангенс — переходить друг в друга. Это главная особенность таких случаев.

Сохранение вида

Для углов, связанных с 180° или 360° , часто остается та же функция, меняется только знак. Поэтому важно сначала понять, в какой четверти находится угол.

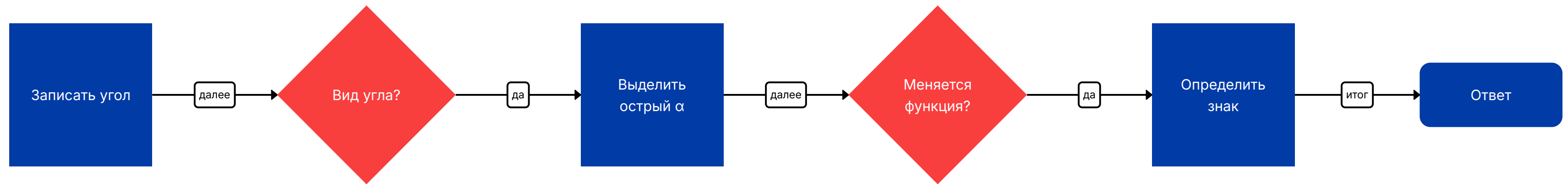
Роль четверти

Знак результата определяется положением угла на окружности. Если ошибиться с четвертью, можно получить правильную формулу, но неверный ответ.



Как выбрать формулу приведения

Последовательность действий при преобразовании тригонометрических выражений с углами 90° , 180° , 270° и 360° .



Знаки тригонометрических функций по четвертям



I четверть

Здесь все основные тригонометрические функции положительны. Это самая удобная область для начала работы, потому что знак результата совпадает с привычным положительным значением.



II четверть

Во второй четверти положителен только синус. Косинус, тангенс и котангенс имеют отрицательные значения, поэтому при приведении особенно важно не перепутать знак.



III четверть

В третьей четверти положительны тангенс и котангенс. Синус и косинус здесь отрицательны, что часто используется в задачах на формулы приведения.



IV четверть

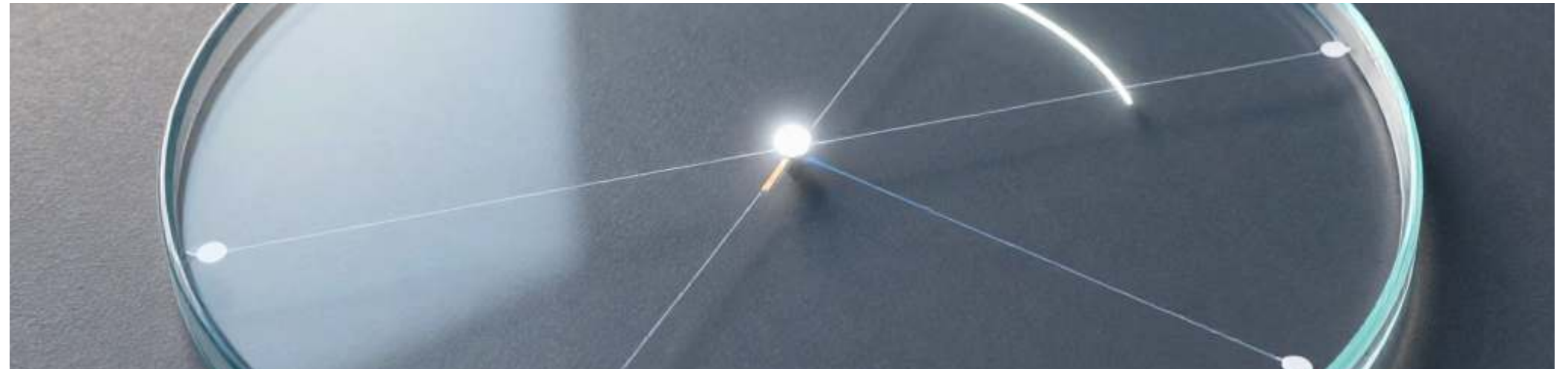
В четвертой четверти положителен только косинус. Знание этого правила помогает быстро определить знак ответа, если угол расположен между 270° и 360° .



Приведение к острым углам на единичной окружности

Один острый угол — разные четверти

На единичной окружности один и тот же острый угол может встречаться в разных четвертях, но его модуль остается тем же. Меняется только знак, потому что точка оказывается выше или ниже оси абсцисс. Так 30° , 45° и 60° помогают описать углы 150° , 135° и 210° .



Угол 150° и его «двойник»

Угол 150° находится во II четверти и связан с острым углом 30° . Поэтому для него удобно использовать значения синуса и косинуса от 30° , а затем учесть знак. Такое приведение делает вычисление быстрым и наглядным.

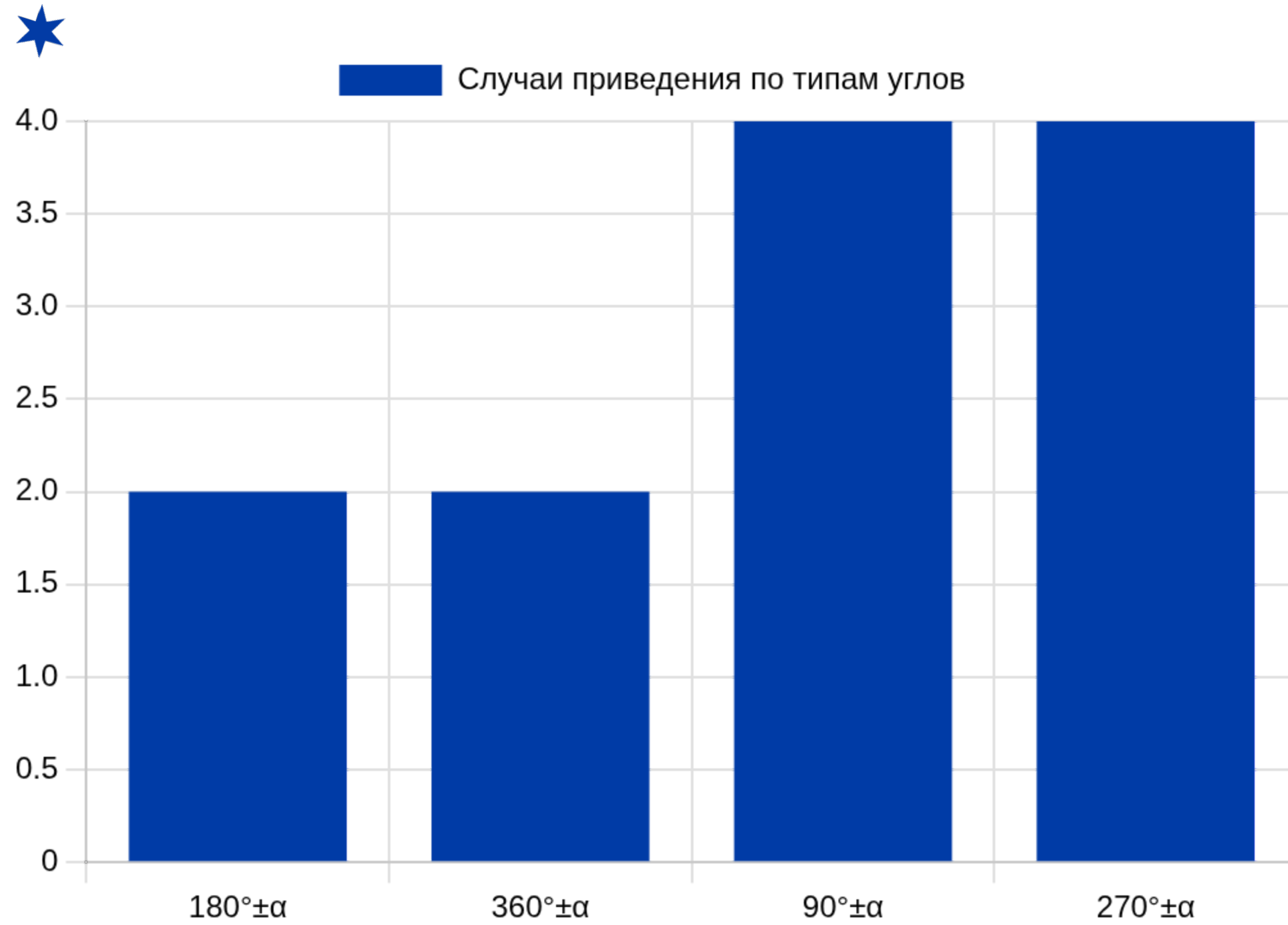


135° и 210° на окружности

Для 135° берут острый угол 45° , а для 210° — 30° . На рисунке видно, что положение точки меняется, но длина соответствующего отрезка на окружности остается одинаковой. Именно поэтому важно сначала найти острый угол, а потом определить знак.



Какие функции меняются при приведении



Чем ближе угол к 90° или 270° , тем чаще приходится менять не только знак, но и саму функцию.

Для 180° и 360° чаще сохраняется исходная функция, а для 90° и 270° важна замена на сопряженную пару.

Правила формул приведения из школьного курса геометрии (8 класс).

Формулы приведения для синуса и косинуса

1. Симметрия относительно 180°

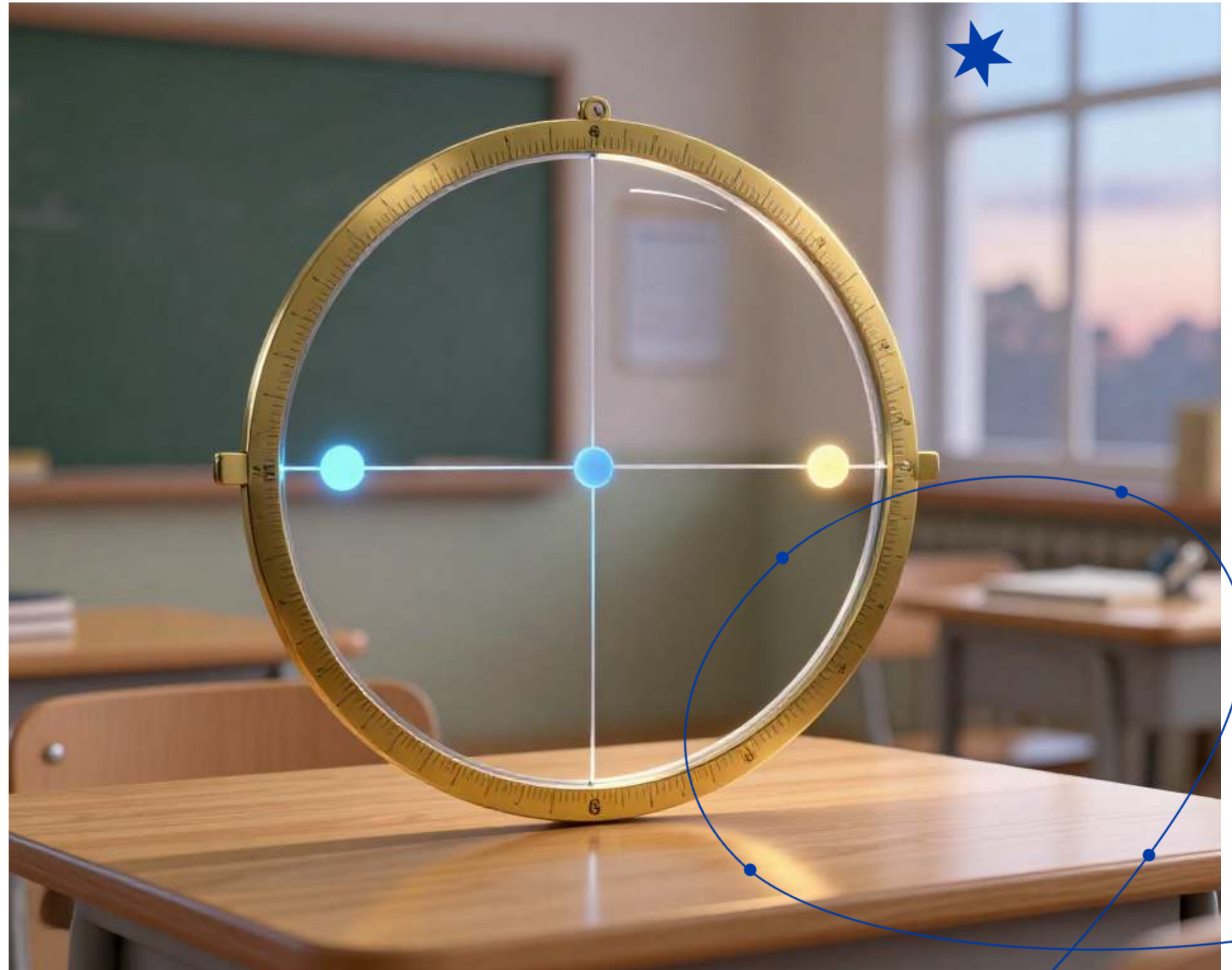
Если угол расположен по обе стороны от 180° , синус сохраняется или меняет знак по положению точки, а косинус всегда учитывает зеркальность относительно оси ординат. Это удобно проверять на единичной окружности.

2. Поворот на 360°

При переходе от 360° к $360^\circ - \alpha$ синус получает минус, а косинус остается без изменения. Такое правило помогает быстро находить значения для углов, близких к полному обороту, без лишних вычислений.

3. Знак зависит от четверти

В формулах для $\sin$ и $\cos$ главное — сначала определить острый угол, а затем выбрать правильный знак. Один и тот же модуль появляется в разных четвертях, но итоговый ответ меняется из-за положения точки.



Формулы приведения для тангенса и котангенса



1.

Углы около 180°

Для углов вида $180^\circ - \alpha$ и $180^\circ + \alpha$ тангенс и котангенс сохраняют свою природу, но знак может меняться. Здесь важно помнить, что решение зависит от четверти, а не только от самого острого угла.

2.

Переход через 90°

Когда угол записан как $90^\circ \pm \alpha$, тангенс и котангенс часто меняются местами. Это происходит потому, что в их формуле участвуют синус и косинус, а при 90° один из них может стать равным нулю.

3.

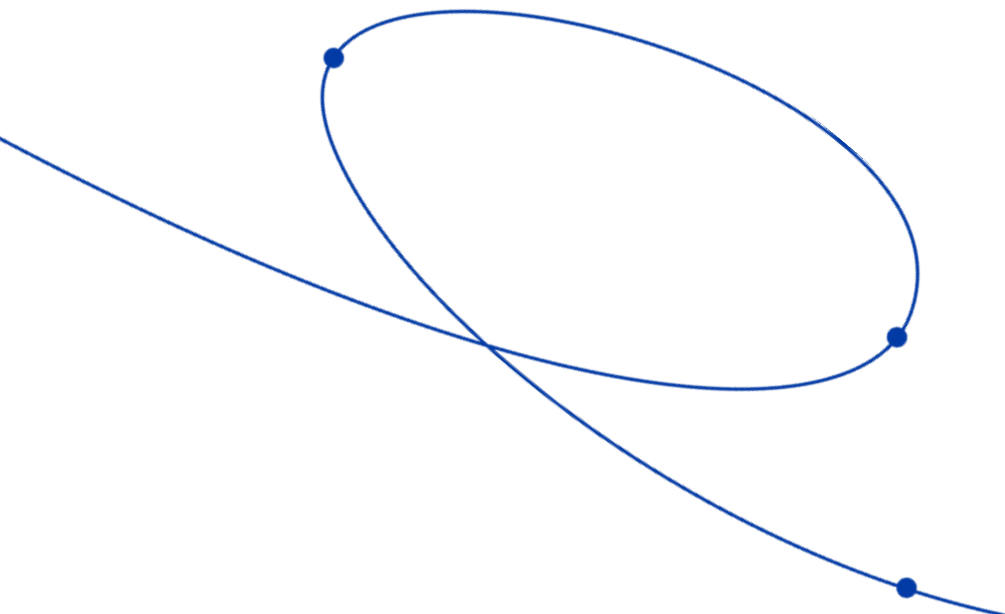
Переход через 270°

Для $270^\circ \pm \alpha$ действует тот же принцип: функция нередко переходит в противоположную пару. Поэтому при решении сначала находят острый угол, а потом проверяют, какая из функций должна получиться в ответе.

4.

Осторожно с определением

Тангенс не определен, если косинус равен нулю, а котангенс — если нулевой синус. Это важная проверка: даже правильная формула не поможет, если в исходной записи функция в данной точке не существует.



Краткий справочник по формулам приведения



Справочная таблица показывает, как меняются функция и знак в самых частых случаях приведения.

Таблица помогает быстро выбрать правило: для одних углов меняется только знак, для других — и функция, и знак одновременно.

Вид угла	Изменение	Знак
$180^\circ - \alpha$	$\sin \rightarrow \sin$	+
$180^\circ - \alpha$	$\cos \rightarrow \cos$	-
$90^\circ - \alpha$	$\sin \leftrightarrow \cos$	+



Школьные формулы приведения для тригонометрии.

Типичные ошибки восьмиклассников

Неверный знак

Самая частая ошибка — правильно выбрать формулу, но поставить неправильный знак. Чтобы этого избежать, нужно каждый раз определять четверть угла и проверять, где на окружности находится точка.

Забывают замену функции

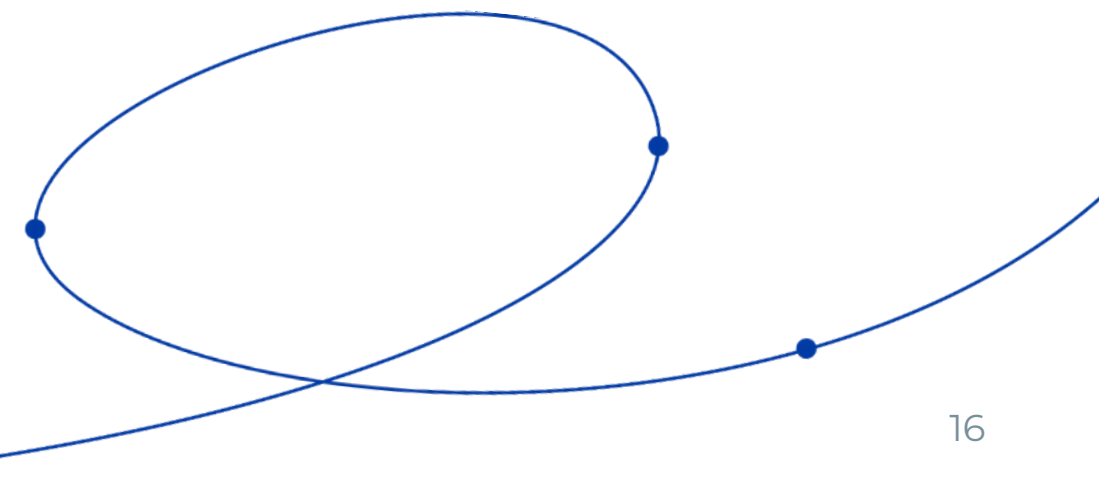
При углах 90° и 270° иногда забывают, что синус может стать косинусом, а косинус — синусом. Здесь нельзя ограничиваться только знаком, иначе ответ будет неверным.

Подставляют большой угол

Некоторые ученики подставляют в формулу исходный угол целиком, а не острый угол α . Из-за этого выражение становится сложнее, хотя задача как раз требует упростить запись.

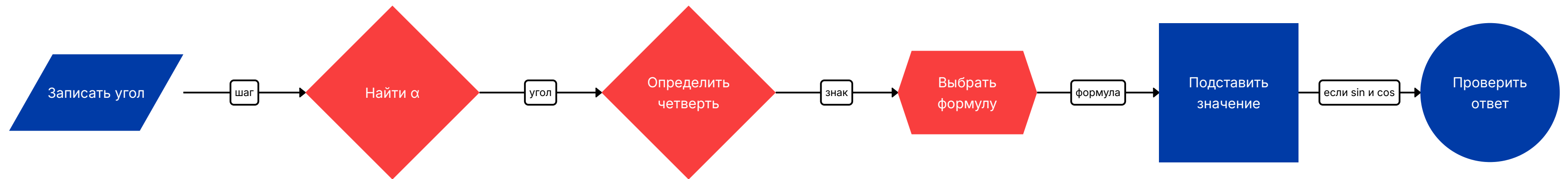
Не проверяют результат

После вычислений полезно сверить ответ с основным тождеством $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Если равенство нарушено, значит, в решении допущена ошибка и нужно вернуться к предыдущему шагу.



Порядок решения задач по теме

Последовательность действий помогает не путать знак, четверть и вид функции.



Где применяются эти формулы на уроках геометрии

Вычисление значений

На уроках геометрии формулы приведения чаще всего нужны, когда требуется найти значение синуса, косинуса, тангенса или котангенса для неудобного угла. Тогда задача превращается в работу с острым углом, который уже знаком по таблице значений.

Упрощение выражений

При преобразовании выражений формулы приведения помогают заменить длинную запись короткой и удобной. Это особенно полезно, когда в примере встречаются 120° , 135° , 150° или 330° , а ответ нужно получить быстро и аккуратно.

Доказательство тождеств

Формулы приведения часто встречаются и в доказательствах. На рисунке удобно показать единичную окружность, отметить четверти и объяснить, почему одинаковый острый угол дает одинаковый модуль, но разный знак в разных частях окружности.



Что нужно повторить перед проверочной работой



Если уверенно знать эти четыре блока, большинство заданий по теме решается без лишних шагов.

Все элементы одинаково важны: каждый блок закрывает свой тип заданий и снижает риск ошибок при вычислениях и преобразованиях.



Материал темы «Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения», школьный курс геометрии.

Главное, что нужно запомнить

Основное тождество связывает синус и косинус одного угла, а формулы приведения позволяют быстро работать с неудобными углами. Вместе они делают решения короче, понятнее и надежнее.

